محتويات الفصل 3. المؤشرات والتفريق

فصل 3. المؤشرات والتفريق 37
1. **المؤشرات**.....37
1-1. المؤشر البسيط (Index).....37
1-2. المؤشرات المرجحة أو المركبة (synthetic indices).....38
1-3. المكمش (deflator) 40
2. **التفريق** (DIFFERENTIATION) 41
2-1. التفريق وأنواعه 41
2-2. التفريق في R 44
3. **خلاصة**.....48
4. **سلسلة تمارين:** المؤشرات والتفريق.....49
5-1. التمارين.....49
5-2. الحلول 50
5. **مراجع** 50

فصل 3. المؤشرات والتفريق

المؤشرات والتفريق – خلاصة – تمارين

توطئة. نتطرق في هذا الفصل لعدد من المؤشرات المستخدمة في تحليل التوجه والموسمية وقياس مدى انقال السلسلة بين فترة وأخرى.

نتطرق لاستخدام Excel لإجراء الحسابات وللتمثيل البياني.

الغرض هو أن يصبح الطالب قادرا على حساب المؤشرات المذكورة يدويا وباستخدام برنامج Excel والاستفادة منها في اتخاذ القرار.

1. المؤشرات

المؤشر البسيط

المؤشرات المرجحة للسعر

المكمش

1-1. المؤشر البسيط

يسمح المؤشر (Index) بمقارنة مشاهدات تاريخ أو تواريخ معينة مع فترة تاريخ مرجعي يسمى عادة سنة الأساس أو تاريخ الأساس (y_0)، قد تكون السنة الأولى أو أي وقت يريد المحلل أن يتخذه مرجعا، مثلا السنة التي سبقت تحولات هيكلية في مؤسسة ما أو سبقت اتباع سياسة ما. يستخدم المؤشر في البورصة لقياس حركة السوق المالية، وفي الدراسات الاقتصادية عموما. يحسب المؤشر البسيط كما يلي:

$$I_t = \frac{y_t \times 100}{y_0}$$

مثال1. تمثل البيانات التالية العمر المتوقع عند الولادة لدى النساء خلال مئة سنة تقريبا.

- أحسب مؤشر العمر باتخاذ السنة الأولى كسنة أساس.
- كم هي نسبة الزيادة في 1986 مقارنة بسنة الأساس؟
- بكم زاد المؤشر في 1910 مقارنة مع 1906؟ هل تعتبر هذه القيمة نسبة مئوية؟

Année	y_t	$I_t = y_t*100/y_0$
1896	47,8	47,8*100/47,8 = 100,00

1902	48,3	48,3*100/47,8 = 101,05
1906	50,1	50,1*100/47,8 = 104,81
1910	52,3	109,41
1926	56,8	118,83
1930	59,4	124,27
1936	61,3	128,24
1950	67,5	67,5*100/47,8 = 141,21
1986	79,5	79,5*100/47,8 = 166,32

نسبة الزيادة في 1986 مقارنة مع سنة الأساس:

166.32 – 100 = 66.32%.

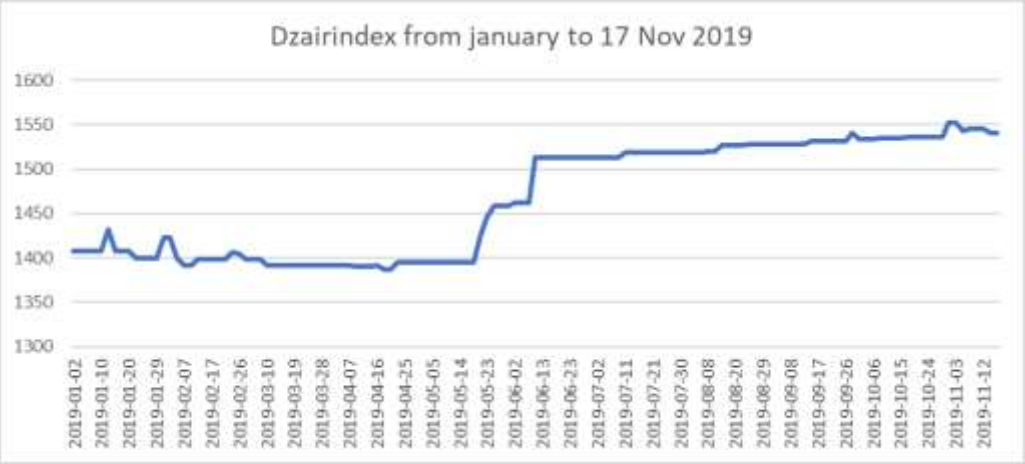
ونقول أن العمر المتوقع زاد بنسبة 66.32 بالمائة بين 1896 و 1986، أو ب 66.32 نقطة مئوية.

بين 1910 و1906 زاد المؤشر ب (4.6 = 104.81-109.41) نقطة. هذه القيمة ليست نسبة مئوية للزيادة، لأن سنة الأساس لا تزال 1896. نسبة الزيادة من 1906 إلى 1910 نحصل عليها بالطريقة العادية:

(109.41 – 104.81)*100/104.81

مثال2. الرسم التالي يبين قيمة مؤشر بورصة الجزائر خلال سنة 2019 إلى غاية 17 نوفمبر من نفس السنة. بكم نقطة تقريبا زاد المؤشر بين نهاية أفريل وبداية جويلية؟

الجواب: بأكثر من 100 نقطة.



رسم توضيحي 1. المثيل البياني لمؤشر بورصة الجزائر Dzairindex خلال سنة 2019.

المصدر: بيانات موقع بورصة الجزائر: www.sgvb.dz

2-1. المؤشرات المرجحة أو المركبة

المؤشرات المركبة (synthetic indices) هي مؤشرات مستخدمة في تحليل السلاسل الزمنية تظهر مقدرا التغير في السلسلة بين فترتين.

مؤشر لاسبيير

مؤشر لاسبيير (Laspeyrs) للسعر عند الاستهلاك (Consumer Price Index CPI) هو من أهم استخدامات مفهوم المؤشر. يتضمن هذا المؤشر أسعار "سلة" من السلع والخدمات (basket) مرجحة بالكمية المستهلكة من قبل الفرد (أو العائلة) في سنة الأساس؛ مثل السلع الغذائية، النقل، الدواء وغيرها. تسمى صيغة الحساب هذه صيغة لاسبيير على اسم الاحصائي الذي اقترحها:

$$L_t = \frac{\sum_{items} p_t q_0}{\sum_{items} p_0 q_0} \times 100$$

المؤشر في سنة الأساس هو 100، وكل فرق عن 100 في قيم مفردات السلسلة المحولة يمثل نسبة الزيادة مقارنة مع سنة الأساس.

مؤشر باش

يستخدم مؤشر باش (Paasche) كميات سنة المقارنة.

$$P_t = \frac{\sum_{items} p_t q_t}{\sum_{items} p_0 q_t} \times 100$$

نضرب أحيانا النتائج في 1000 بدل 100 للتخلص من الفاصلة.

التمثيل البياني للمؤشر لا يظهر شكلا مختلفا عن السلسلة الأصلية ما عدا اختلاف سلم المحور العمودي.

مثال: لديك البيانات التالية لثلاث سلع 1 و2 و3 في سنتي 2015 و2010. احسب كلا من مؤشري السعر لاسبيير وباش لسلة من المواد الغذائية.

	2010		2015	
	P	Q	P	Q
P 1	20	**100**	22	**120**
P 2	15	**150**	18	**170**
P 3	10	**200**	12	**180**

Lt = (22*100+18*150+12*200)/(20*100+15*150+10*200)= 1,1680
Pt = (22*120+18*170+12*180)/(20*120+15*170+10*180)= 1,1644

مؤشر لاسبيير يعطي ارتفاعا ب 16,8% بينما مؤشر باش يعطي ارتفاعا ب 16,44%.

يعطي مؤشر لاسبيير تطور السعر بدون احتساب تغير الكميات خلال الزمن، ويتجاهل مؤشر باش كون الكميات السابقة غير الحالية. يزيد الفرق بين المؤشرين (لاسبيير وباش) كلما زاد الفرق في كميات سنة الأساس وكميات سنة المقارنة.

لاحظ.

يتطور مؤشر السعر بالجداء لا بالجمع من سنة لسنة موالية. هذا يعني أنه لحساب نسبة الفرق في السعر على فترة من السنوات نضرب مؤشرات السنوات المعنية (لاسبيير أو باش)، ثم نطرح 1 من النتيجة.

مثال: لديك مؤشر السعر لسهم ما. أحسب نسبة الزيادة في السعر بين 2011 و2015.

2011	2012	2013	2014	2015
1,11	1,13	1,12	1,09	1,08

1,11*1,13*1,12*1,09*1,08 = 1,65

الأسعار إذن تضاعفت ب 1,65، أي ضربت في 1,65، أو بعبارة أخرى زادت بنسبة 65 بالمائة في 5 سنوات أي بين سنتي 2011 و2015.

- لاحظ أن المؤشر هو الذي يتطور بالجداء وليس معدل التضخم.
- لاحظ أيضا أن زيادة الأسعار ب 65 بالمائة لا تكافئ القول بان مستوى المعيشة إنخفض ب 65 بالمائة، وإنما ب (0.394 = 0.606 − 1 = 1/1.65 − 1) أي ب 39.4 بالمائة.
- هناك مؤشرات أخرى، مثل مؤشر سجويك Sidgwick وهو المتوسط الحسابي لمؤشري لاسبيير وباش، ومؤشر فيشر الذي هو المتوسط الهندسي (جذر الجداء) لذات المؤشرين.
- هناك بالإضافة لمؤشر السعر مؤشر الكمية ومؤشر القيمة.

3-1. المكمش *(deflator)*

تحسب البنوك المركزية في البلدان أو معاهد الإحصاء مؤشرا مهما أيضا هو المكمش (Deflator)، وهو بديل جيد لمؤشر السعر عند الاستهلاك (CPI: Consumer Price Index) الذي لا يحتسب إلا عينة من السلع والخدمات، فالمكمش يحتسب كل السلع والخدمات التي ينتجها اقتصاد ما محليا.

قيمة المكمش هي:

(الناتج المحلي الخام الإسمي على الناتج المحلي الخام الحقيقي) مضروبا في مائة.

$$Deflator = \frac{(Nominal\ GDP)x100}{Real\ GDP}$$

الناتج المحلي الاسمي الخام (Nominal GDP) هو قيمة مجموع السلع والخدمات النهائية المنتجة من قبل اقتصاد ما محليا خلال سنة (أو ثلاثي) بدون احتساب التضخم، أي محسوبا بأسعار السنة الحالية. الناتج المحلي الحقيقي الخام (Real GDP) هو نفس القيمة مع احتساب التضخم، أي بأسعار سنة الأساس. يسمى أيضا الناتج المحلي الخام بالسعر الثابت.

مثل مؤشر السلع فإن المكمش يعتمد سنة أساس (base year) معينة تكون فيها قيمته تساوي 100. إذا كانت قيمة المكمش تساوي 200 مثلا فهذا يعني أن الأسعار حاليا ضعف ما كنت عليه في سنة الاساس، وإذا كان المكمش مثلا 50 فهذا يعني أن الأسعار حاليا نصف ما كانت عليه في سنة الأساس.

يفيد استخدام مكمش السعر –أو نقول أيضا مكمش الناتج (Price deflator or GDP deflator) – في احتساب التضخم عند قياس تطور حركة الاقتصاد من سنة إلى سنة. مثلا: إذا نما الناتج المحلي الخام من 100 إلى 120 مليون، فإننا نقول أن لدينا نموا ب 20 بالمئة، لكن إذا كان هناك تضخم ب 5 بالمائة فإن النمو الحقيقي هو ب 15 بالمائة فقط: ونقول أن الناتج المحلي الحقيقي نما من 100 إلى 115 مليون وليس إلى 120.

على غرار استخدام المكمش لعزل تأثير التضخم، كثيرا ما نجري تعديلات أخرى على البيانات قبل تحليلها لإزالة أثر ما، منها خاصة عدد السكان. من ذلك نقسم الدخل الوطني للدولة على عدد سكانها لنحصل على متغيرة (الناتج الوطني الفردي) GDP Per Capita، كذلك نقسم عدد المستشفيات في المدينة أو البلد على عدد السكان، لكي نتأكد مثلا أن ارتفاع عدد المستشفيات يمثل تحسنا في المستوى الصحي للمدينة أو البلد وليس رجعا لنمو عدد سكانها.

2. التفريق

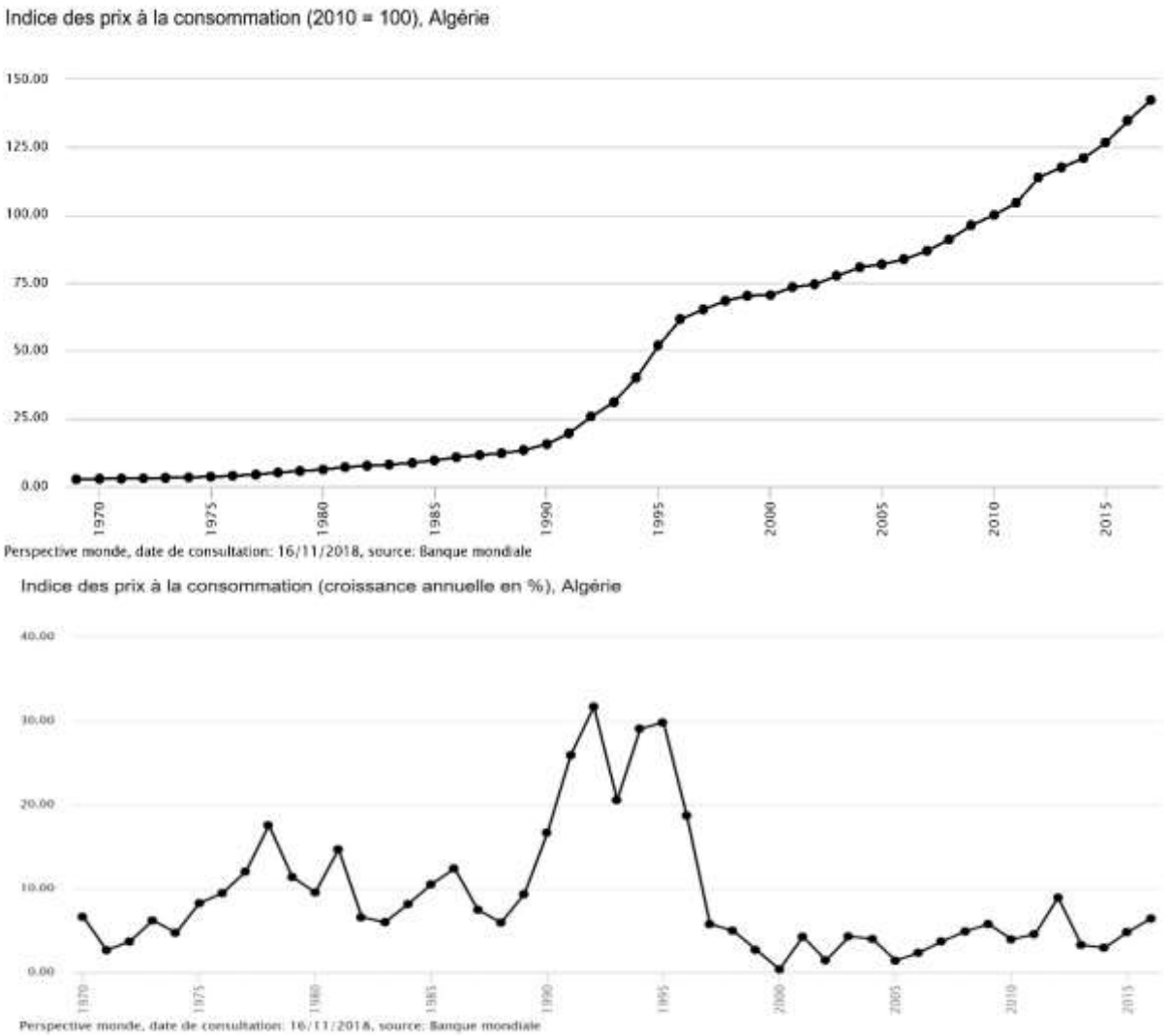
التفريق وأنواعه

التفريق في R

2–1. التفريق وأنواعه

يستخدم التفريق (differentiation) لإزاحة التوجه العام أو الموسمية أو كلاهما من السلسلة من أجل **تفحص المكونات الأخرى أو لغرض التنبؤ**.

مثال. التمثيل البياني لمؤشر السعر عند الاستهلاك يظهر أن فترة ما بين 1990 و1996 عرفت تضخما استثنائيا، لكن عدا ذلك تبدو السنوات الأخرى متشابهة وكل ما يظهر هو توجه صاعد. لإظهار السنوات الأخرى التي عرفت ارتفاعا إستثنائيا في الأسعار نقوم بإزاحة التوجه بالتفريق.



صورة 1. تفريق مؤشر السعر. يبين التفريق هنا الاختلاف في وتيرة الزيادة وهو ما لا يظهر في الرسم قبل التفريق.
المصدر. البنك الدولي www.worldbank، اطلع عليه في 16-11-2018

يظهر التفريق أن هناك سنوات كان فيها التضخم استثنائيا خارج بداية التسعينات كما أن هناك سنة تراجع فيها التضخم خلال هذه الفترة بالذات. هذه الملاحظات لم تكن ظاهرة في الرسم الأول.

التفريق البسيط

يستخدم التفريق البسيط لإزاحة التوجه الخطي، طريقة الحساب:

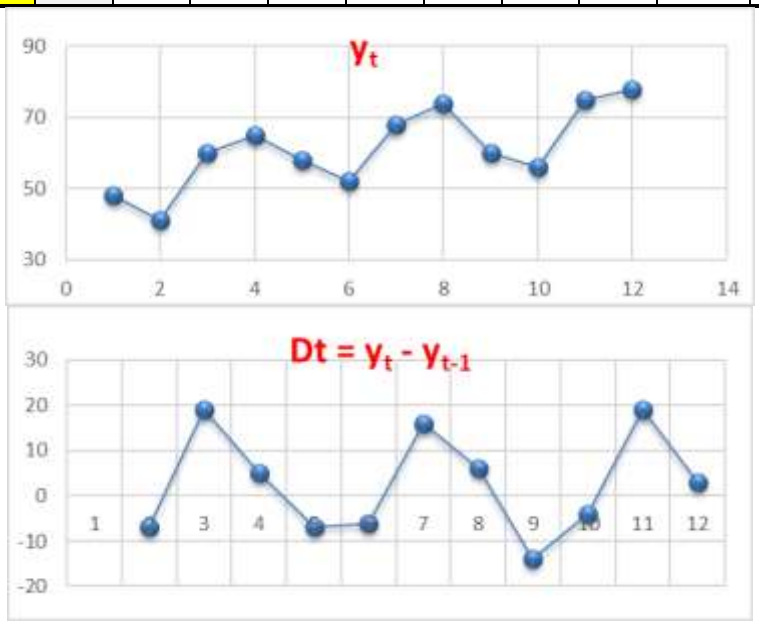
$$D_t = y_t - y_{t-1}$$

حيث t أكبر من 1.

مثال. قم بإزاحة الميل عن السلسلة التالية (المبيعات الأسبوعية في محطة بنزين) باستخدام الفروق وعلق على المكونات الأخرى.

Week	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Y	48	41	60	65	58	52	68	74	60	56	75	78

$D_t = y_t - y_{t-1}$	/	-7	19	5	-7	-6	16	6	-14	-4	19	3



رسم توضيحي 2 السلسلة بعد التفريق لإزاحة التوجه (لكن ليس الموسمية)

تمثل **القيم الموجبة في الرسم الثاني ارتفاعا** في المبيعات، **والقيم السالبة تمثل انخفاضات**؛ مثلا، القيمة الأولى تمثل الانخفاض من الأسبوع الأول إلى الثاني. لاحظ أن الرسم يظهر حركة البيانات مقارنة بالسنة السابقة وليس ببداية السلسلة. لإظهار حركة السلسلة مقارنة مع سنة أساس ما يستخدم المؤشر.

التفريق المتعدد

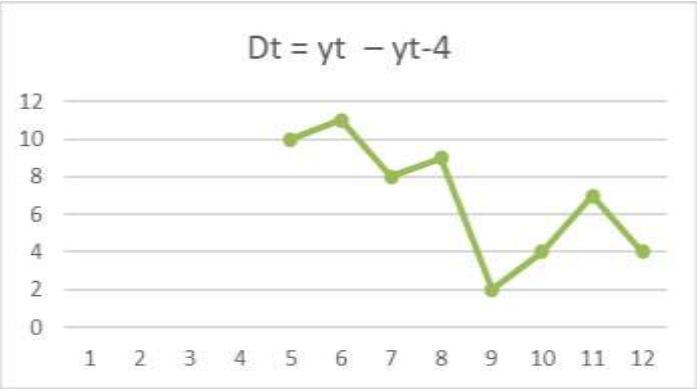
يستخدم التفريق أيضا لإزاحة الموسمية، وفي هذه الحالة يحسب الفرق ليس عن القيمة السابقة مباشرة، وإنما بعدة درجات (M Lags) بحسب نافذة الموسمية:

$$D_t = y_t - y_{t-M}$$

مثال: استخرج التفريق من الدرجة 4 في بيانات مبيعات المطعم.

Week	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Y	48	41	60	65	58	52	68	74	60	56	75	78
$D_t = y_t - y_{t-4}$	/	/	/	/	58-48=10	52-41=11	8	9	2	4	7	4

التمثيل البياني للتفريق من الدرجة 4 يظهر **وجود توجه صاعد (لأن الفروق موجبة) بوتيرة متناقصة.**



التفريق المضاعف

يستخدم التفريق عدة مرات **لإزاحة التوجه من النوع متعدد الحدود**. مثلا التفريق المضاعف من الدرجة الثانية هو التفريق الأول للتفريق الأول، ويكتب كما يلي:

$$\boldsymbol{DD_t} = (y_t - y_{t-1}) - (y_{t-1} - y_{t-2}) = y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2}$$

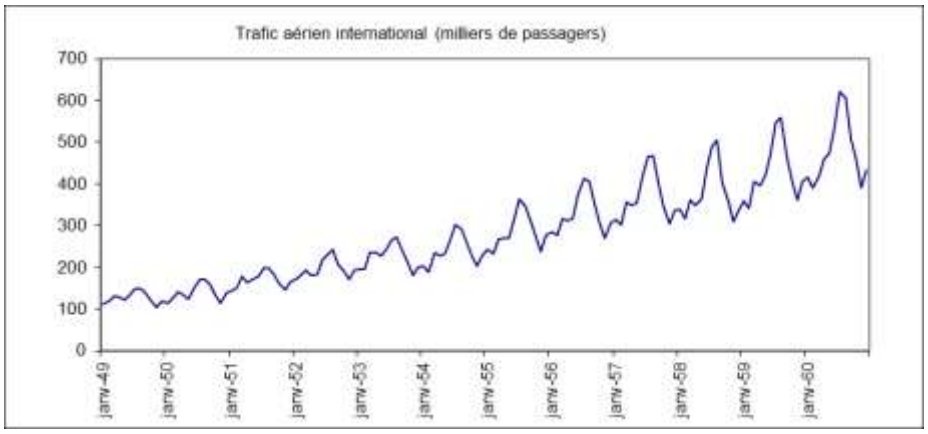
في هذه الحالة يمثل التفريق التسارع الموضعي للسلسلة بدل التوجه.

يستخدم التفريق أيضا **لإزاحة كل من التوجه والموسمية**، ويكون بحساب الفروق من درجة الموسمية (لإزاحة الموسمية) ثم تفريق السلسلة المحولة بدرجة واحدة لإزاحة التوجه (أو يبدأ بإزالة التوجه ثم يزيح الموسمية، لا فرق).

2-2. التفريق في *R*

يمكن استخدام الدالة diff() لتفريق سلسلة. سوف نستخدم مدخلتين أساسيتين للدالة وهما: أولا المتغيرة ثم درجة التفريق (lag=). هناك في الواقع مدخلة ثالثة مهمة نعود إليها في النهاية.

مثال: الرسم التالي يظهر حجم النشاط الجوي الدولي بالآلاف (السلسلة الأصلية) شهريا.



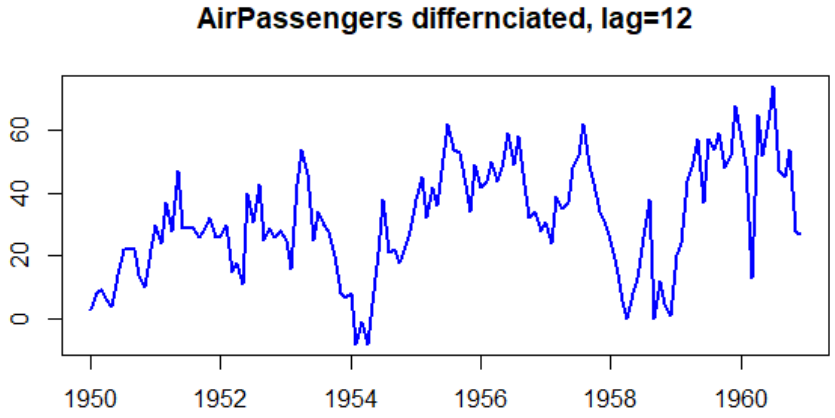
رسم توضيحي 3 السلسلة الأصلية لحجم النشاط الجوي الدولي (الوحدة ألف مسافر)

Box, G.E.P. and Jenkins, G.M. 1976. Time Series Analysis: Forecasting and Control. Holden-Day, San Francisco

البيانات (AirPassengers) تتضمن كما هو واضح توجها صاعد وموسمية نافذتها 12. لتوضيح التوجه أكثر، أو بصفة عامة مكونات المدى الطويل، نقوم بإزاحة الموسمية من السلسلة بالتفريق بدرجة 12. بعد ذلك نقوم بإبراز المتبقي من خلال طمس التوجه عن طريق التفريق بدرجة 1 للتفريق ذي الدرجة 12.

للقيام بالتفريق من الدرجة 12 لإزالة الموسمية:

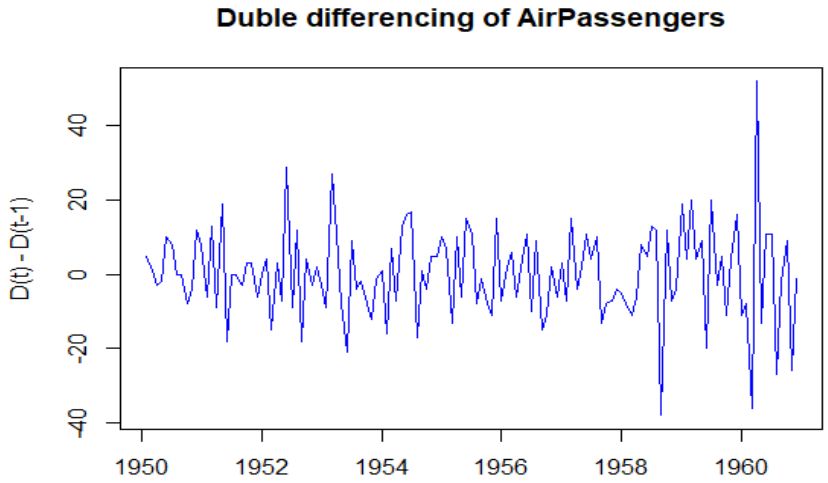
```
Diff12AP<-diff(AirPassengers,lag=12)
plot(Diff12AP, col="blue",xlab="",ylab="", main="AirPassengers
differenciated, lag=12", lwd=2)
```



رسم توضيحي 4 إزاحة الموسمية من خلال التفريق بدرجة 12 (كل شهر نطرح منه نظيره من السنة السابقة).

أغلب القيم موجبة مما يعني وجود توجه صاعد مع وجود تباطؤ مرتين: في 1954 و1958. لاحظ أيضا أنه ما يزال هناك توجه صاعد، ولإزاحته نستخدم تفريق مرة ثانية من الدرجة 1.

```
Diff112AP<-diff(Diff12AP)
plot(Diff112AP,lag=1,col="blue",ylab="D(t) - D(t-1)",main="Duble
differencing of AirPassengers", xlab="")
```

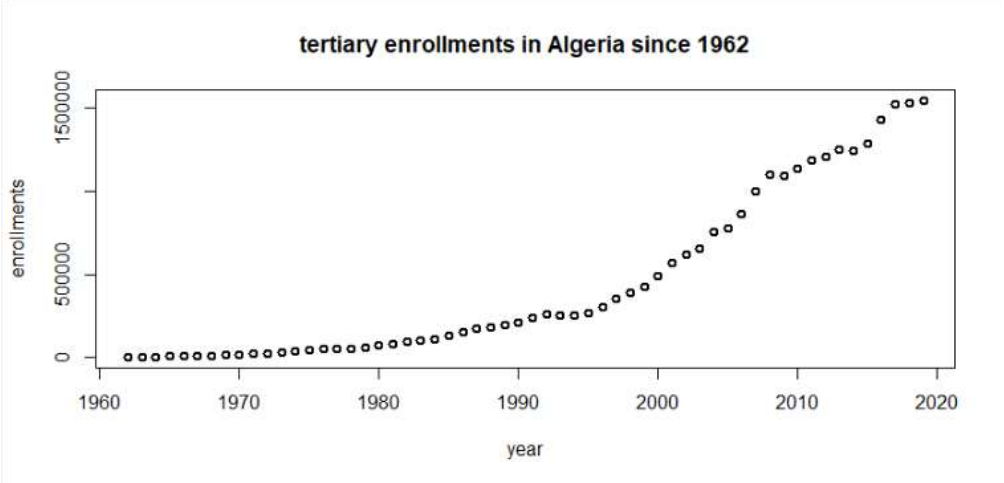


رسم توضيحي 5 إزاحة التوجه من السلسلة منزوعة الموسمية من خلال إعادة التفريق بدرجة 1. الباقي هو المتبقي.

الرسم الثاني خال من الموسمية والتوجه معا، فهو يظهر التذبذبات التي تعود للحوادث وللمكون العشوائي.

مثال 2. في المثال التالي لدينا عدد المسجلين في التعليم العالي في الجزائر منذ الاستقلال. نبدأ أولا بتمثيل السلسلة لكي نرى التوجه الموجود (نفترض أن البيانات تم تحميلها إلى R).

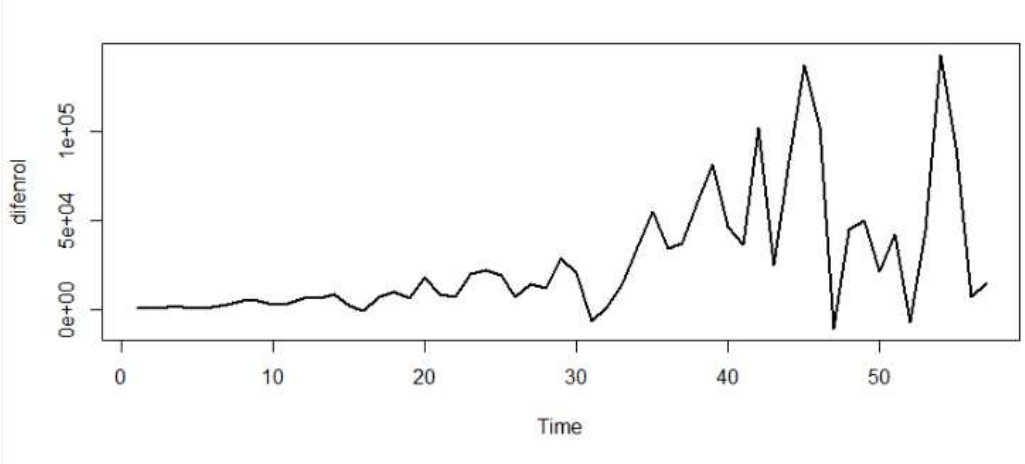
```
plot(year,enrollments, lwd=2,main="tertiary enrollments in Algeria s
ince 1962")
```



المطلوب بعد ذلك هو تفريق السلسلة من الدرجة 1 والتحقق من زوال التوجه.لنسمي التفريق difenrol ثم نقوم بتمثيله بيانيا. جدول البيانات إسمه enrollment والمتغيرة هي enrollments.

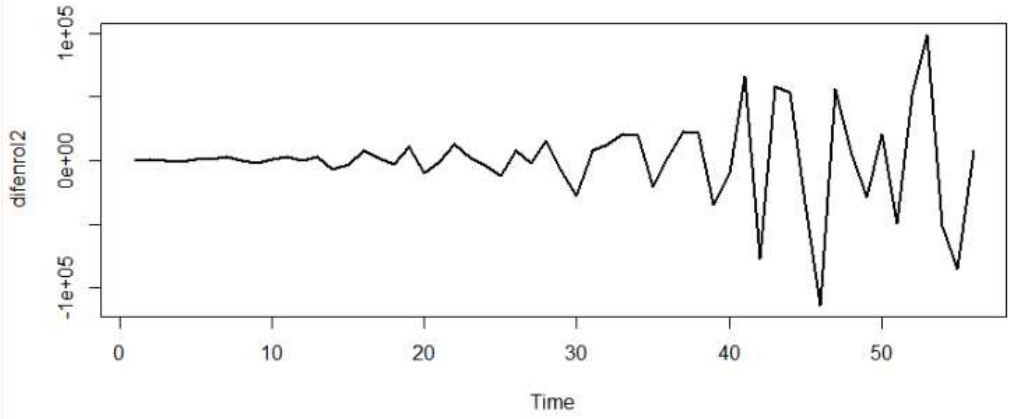
عند طلب التمثيل البياني أضفنا مدخلة اختيارية لتحديد حجم الخط ب 2 لكي يكون أكثر بروزا.

```
difenrol<-diff(enrollment$enrollments,differences=1)
plot.ts(difenrol, lwd=2)
```



التوجه لم يزل تماما، وسبب ذلك أن التوجه الموجود في السلسلة ليس خطيا. نحتاج في مثل هذه الحالة إلى تفريق السلسلة مرة أخرى.

```
difenrol2<-diff(difenrol,differences=1)
plot.ts(difenrol2, lwd=2)
```



السلسلة هنا باتت منزوعة التوجه.

استخدمنا مدخلة ثانية هي lwd من أجل زيادة حجم الخط. يمكن طبعا تحسين الرسم بمدخلات أخرى، مثلا لتعديل المحورين الأفقي والعمودي. يمكن في الواقع الحصول على تفريق مضاعف من المرة الأولى من خلال مدخلة ثالثة هي differences، حيث يكفي أن نحدد differences = 2.

3. خلاصة

تطرقنا في هذا الفصل للمؤشر البسيط والمؤشرات المرجحة (لاسبيير وباش)، وهي أدوات تعطي المحلل نظرة أولية شاملة عن توجه السلسلة وتقيس وتقيم الانتقال الحاصل في السلسلة بين فترتين. تقييم حركة السلسلة يكون أيضا باستخدام تقنية التفريق، وهي أداة تسمح بتفحص حركة السلسلة عن قرب كما تسمح بإزاحة التوجه أو الموسمية أو كلاهما من أجل تفحص المكونات الأخرى. تطرقنا في هذا الفصل لهذه النقاط مع أمثلة ورسوم بيانية كما ميزنا بين التفريق الأحادي والمتعدد.

صيغ المؤشرات هي كالتالي:

المؤشر البسيط	$I_t = \frac{y_t \times 100}{y_0}$
مؤشر لاسبيير	$L_t = \frac{\sum_{items} p_t q_0}{\sum_{items} p_0 q_0} \times 100$
مؤشر باش	$P_t = \frac{\sum_{items} p_t q_t}{\sum_{items} p_0 q_t} \times 100$
المكمش	$Difflator = \frac{(Nominal\ GDP)x100}{Real\ GDP}$
التفريق البسيط	$D_t = y_t - y_{t-1}$
التفريق المتعدد	$D_t = y_t - y_{t-M}$
التفريق المضاعف	$DD_t = \ y_t \ - \ 2y_{t-1} + y_{t-2}$

4. سلسلة تمارين

4-1. التمارين

تمرين 1. مراجعة نظرية

- أكتب صيغة المؤشر البسيط.
- أكتب صيغة كل من مؤشر لاسبيير وباش.
- كيف نحسب نسبة الزيادة في y عن سنة أساس ما من خلال المؤشر البسيط؟
- أكتب صيغة كل من التفريق الأحادي (من الدرجة 1) ومتعدد الدرجات.
- ما هو الهدف من التفريق؟

تمرين 2. عدد العمال في صناعة الملابس – المؤشر البسيط

البيانات التالية تمثل عدد العمال في قطاع صناعة الملابس في فرنسا بين 1981 و1988.

- أحسب المؤشر (1981 كسنة أساس).
- أحسب نسبة التغير في عدد العمال بين 1988 و1981، ثم بين 1988 و1987.

السنة	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988
عدد العمال (بالآلاف)	495	482	468	447	428	411	391	370

Source : Insee, France.

تمرين 3. البتكوين – المؤشر البسيط

في 21 ماي 2009 قام لازلو هانيتز بأول صفقة معروفة تمت بالبتكوين[1] (Bitcoin) بشيء مادي، وهي شراء قطعتي بيتزا ب 10000 وحدة بتكوين، في الولايات المتحدة. في ذلك الوقت كانت قيمة البتكوين 0.001 دولار، واتخذت تلك القيمة بعد ذلك كمرجع أو قيمة أساس لمؤشر غير رسمي لقيمة هذه العملة الإلكترونية. في سنة 2021 تعدى سعر هذه العملة 60000 دولار!! لو كان الرجل ادخر ثمن قطعتي البيتزا، كم يكون في حوزته في 2021؟ كم يساوي مؤشر قيمة البتكوين مقارنة مع السعر عند الصفقة الأولى؟ كم هي نسبة الزيادة في قيمة العملة الالكترونية؟

تمرين 4. عدد العمال (ثانيا) – التفريق

في بيانات التمرين السابق (عدد العمال في صناعة الملابس) قم بإزاحة التوجه الخطي من خلال الفروق. قم بالتمثيل البياني للبيانات بعد نزع التوجه وعلق على الرسم.

[1] ظهرت هذه العملة الافتراضية كرد فعل على الأزمة المالية ل 2008 حيث ظهر الكتاب الأبيض للعملة من قبل ساتوشي ناكاموتو.

تمرين 5. مؤشر السعر لدى الاستهلاك – التفريق

البيانات التالية هي لمؤشر الأسعار لدى الاستهلاك للمملكة المتحدة خلال الفترة من 1984 إلى 1994.

- مثل البيانات وعلق على التوجه.
- أحسب الفروق من الدرجة 1 لمؤشر الأسعار ومثلها بيانيا.
- علق على تمثيل البيانات: هل زال التوجه؟

السنة	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994
CPI	606	637	675	696	724	768	828	908	951	981	998

2-4. الحلول

5. مراجع

Anderson, S. W. (2007). *Statistiques pour l'économie et la gestion* (éd. 2). (A. David R., W. Dennis J., & A. Thomas A., Trads.) Bruxelles: De Booeck.

Droesbeck, J. J. (1997). *Eléments de statistique.* Belgique: Ellips.

Hyndman, R. J. (2014). *Forecasting:Principles & Practice.* University of Western Australia. Retrieved from robjhyndman.com/uwa

Malhotra, N., Décaudin, J.-M., & Bouguerra, A. (2007). *Etude Marketing avec SPSS* (éd. 5). Paris: Pearson.

Ritzman Larry et al. (2004). *Management des opérations, principes et application.* Paris: Pearson Education.

zonebourse. (2019). *SAVOIR INVESTIR.* Retrieved 10 18, 2019, from zonebourse: https://www.zonebourse.com