محتويات الفصل 4. المتوسطات المتحركة

فصل 4. طريقة المتوسطات المتحركة 54
1. **المتوسطات المتحركة**.....54
2-1. المتوسطات المتحركة البسيطة MM 54
2-2. المتوسطات المتحركة المرجحة MMP.....57
2-3. المتوسطات المتحركة التراكمية.....58
2-4. إستخدام المتوسطات المتحركة في الأسواق المالية 59
2. **حساب المتوسطات المتحركة وتمثيلها في البرمجيات**.....61
2-1. حساب المتوسطات المتحركة في Excel 61
2-5. حساب المتوسطات المتحركة وتمثيلها في R.....65
3. **خلاصة**.....67
4. **ملحق. موضع المتوسطات المتحركة** 68
5. **سلسلة تمارين**.....70
5-1. التمارين 70
5-2. الحلول 73
6. **مراجع الفصل**.....73

فصل 4. طريقة المتوسطات المتحركة

المتوسطات المتحركة – المتوسطات المتحركة وتمثيلها في البرمجيات – خلاصة – ملحق – تمارين

توطئة. المتوسطات المتحركة هي أداة بسيطة وشائعة الاستخدام تفيد في استخراج التوجه العام من خلال تمهيد (طمس) تذبذبات المدى القصير. يفيد استخراج التوجه العام في فهم حركة المتغيرة في المدى البعيد وبالتالي التنبؤ بمسارها. تستخدم هذه التقنية مثلا في البورصة لطمس التذبذبات اليومية لسعر السهم لاستخراج التوجه العام من أجل القرار بالاستثمار أم لا.

نتعرف في هذا الفصل على كيفية استخدام هذه الطريقة وأنواعها، وكيفية الاستفادة منها لاتخاذ القرار الاستثماري، ونتطرق لاستخدام Excel لإجراء الحسابات وللتمثيل البياني.

الغرض هو أن يصبح الطالب قادرا على حساب المتوسطات المتحركة للتحليل وللتنبؤ يدويا وباستخدام برنامج Excel والاستفادة منها في اتخاذ القرار، مع تقييم دقة التقدير المتحصل عليه.

1. المتوسطات المتحركة

المتوسطات المتحركة البسيطة

المتوسطات المتحركة المرجحة

المتوسطات المتحركة التراكمية

إستخدام Excel واستخدام R

إستخدام الطريقة للتنبؤ في الأسواق المالية

1-2. المتوسطات المتحركة البسيطة *MM*

المتوسطات المتحركة[1] هي طريقة شائعة تتميز بالبساطة والمرونة. تستخدم هذه الطريقة لاستخراج مكون المدى البعيد، أي التوجه وربما الدورة، من خلال طمس تذبذبات المدى القصير أي الخطأ والموسمية إن وجدت(fluctuation or volatility) .

دالة المتوسطات المتحركة البسيطة هي كالتالي:

$$\hat{y}_T(1) = \frac{1}{k}\left(y_{T-(k-1)} + \cdots + y_{T-1} + y_T\right) = \frac{1}{k}\sum_{i=0}^{k-1} y_{T-i}$$

[1] Moyenne Mobile/Moving Average or Rolling Average, or also Moving Mean.

تقوم طريقة المتوسطات المتحركة إذن على تحويل السلسلة الأصلية Y_t إلى سلسلة محولة يرمز لها ب MM(k)، حيث k عدد طبيعي أكبر من 1. الجدول التالي يبين طريقة الحساب.

جدول1 . المتوسطات المتحركة البسيطة MM(k)

T	y_t	$\hat{y}_t$ = MM(k)
1	y_1	-
2	y_2	-
...	...	-
K	y_k	$(y_1 + y_2 + ... + y_k)/k$
k+1	y_{k+1}	$(y_2 + y_3 + ... + y_{k+1})/k$
k+2	y_{k+2}	$(y_3 + y_4 + ... + y_{k+2})/k$
...	...	...
n	y_n	$(y_{n-k+1} + y_{n-k+2} ... + y_n)/k$

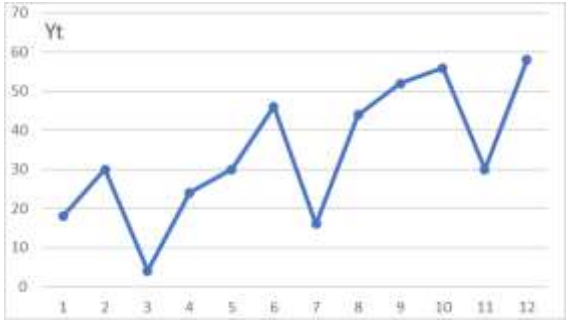
يسمى k "درجة المتوسطات المتحركة". كثيرا ما يجرب المحلل عدة قيم ل k وأحيانا يتم اختياره بحيث يساوي نافذة الموسمية إن وجدت، أي (k = J).

مثال: لديك رقم الأعمال الفصلي لمؤسسة سياحية خلال فترة ثلاث سنوات.

T	T1-2000	T2-2000	T3-2000	T4-2000	T1-2001	T2-2001	T3-2001	T4-2001	T1-2002	T2-2002	T3-2002	T4-2002
Y_t	18	30	4	24	30	46	16	44	52	56	30	58

- حدد نافذة الموسمية من خلال التمثيل البياني للسلسلة واستخدمها لحساب المتوسطات المتحركة.
- مثل بيانيا السلسلتين الأصلية والمحولة. هل تم إظهار التوجه؟ قارن مع MM(2).

الحل: التمثيل البياني للسلسلة (الرسم أدناه) يبين وجود موسمية سنوية درجتها 4 (نمط متكرر).



رسم توضيحي 1. التمثيل البياني للسلسلة يظهر لنا وجود موسمية نافذتها 4.

نافذة الموسمية من الرسم هي أربعة. يمكن أن نجد نمطا أكبر منه نافذة (مثلا 5 أو 6) لكن النافذة تظهر في أصغر نمط. نختار إذن k = 4 لكي نتمكن من طمس الموسمية.

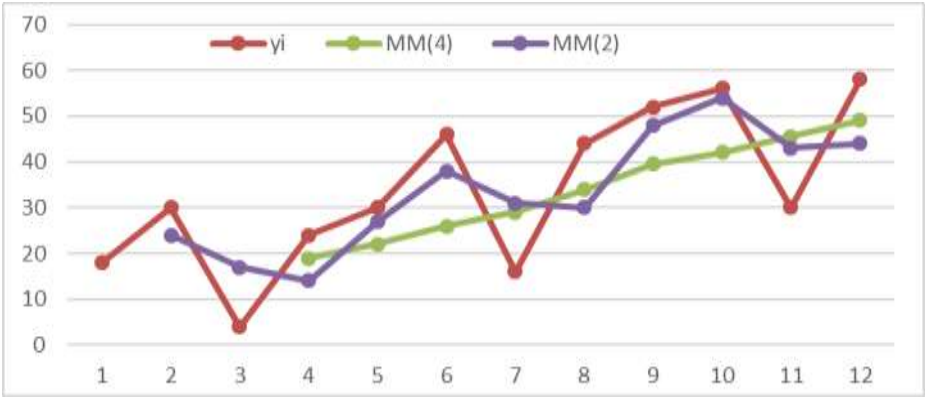
T	Y_t	MM(4)
1	18	/
2	30	/

3	4	/
4	24	(18+30+4+24)/4=19
5	30	(30+4+24+30)/4=22
6	46	(4+24+30+46)/4=26
7	16	29
8	44	34
9	52	39,5
10	56	42
11	30	45,5
12	58	(52+56+30+58)/4=49

التمثيل البياني للسلسلة مع التمهيد يظهر كيف أن الطريقة سمحت بطمس الموسمية وإظهار التوجه العام.

رسم توضيحي 2. المتوسطات المتحركة البسيطة

المقارنة بين MM(2) وMM(4) في الرسم التالي لهما مع السلسلة الأصلية: نلاحظ أن MM(2) (لم نظهر حساباتها، فقط الرسم) لا تزال تتضمن موسمية، وهذا لأن درجتها (2) مختلفة عن درجة الموسمية. لاحظ أيضا أن MM(2) تمهيدها أقل صلابة وأكثر مرونة من MM(4)، وهذا لأن المتوسطات المتحركة تعطي صلابة أكثر أي خطا أقرب للخط المستقيم (وبالتالي مرونة أقل) عندما تكون k أكبر.



رسم توضيحي 3 السلسلة الأصلية والمتوسطات المتحركة من الدرجات: 2 و 4. لاحظ أن MM(4) هو الأكثر صلابة، وMM(2) هو أكثر مرونة أي أقرب للسلسلة الأصلية.

لاحظ.

- يتحكم المحلل في درجة صلابة أو مرونة التمهيد من خلال تغيير k، وأحيانا يقارن بين خطين أو أكثر للمتوسطات المتحركة، مثلا خط مرن للمدى القريب، وخط صلب لإظهار التوجه للمدى البعيد، ويستخدم التقاطع بين الاثنين كإشارات تفيده في التنبؤ.
- يمكن اختصار حساب المتوسط، خاصة إذا كانت الدرجة كبيرة من خلال تحديث المتوسط السابق بإعادة استخراج البسط بالضرب في k، ثم إضافة القيمة الجديدة وطرح القيمة الأولى في المجموعة السابقة، ثم القسمة من جديد على k. رياضيا نكتب:

$$\hat{y}_{T+1} = \frac{1}{k}\left(k \times \hat{y}_T - y_{T-(k-1)} + y_{T+1}\right)$$

2-2. المتوسطات المتحركة المرجحة *MMP*

في طريقة المتوسطات المتحركة المرجحة (Weighted Moving Average) نضرب قيم المجموعة الواحدة في أوزان مختلفة حسب حداثتها، حيث نعطي للقيم الحديثة أوزانا أكبر، ومن ثم نقسم على **مجموع الأوزان**. يمكن أن تكون الأوزان أعدادا طبيعية أو لا، مثلا: 7، 3، 1، أو 0.6، 0.3، 0.1. أحيانا يختار المحلل استخدام أوزانا مجموعها 1 للاستغناء عن القسمة في الحساب. إعطاء أوزان أعلى للقيم الحديثة يجعل التمهيد يتسم بمرونة أكبر، ويستخدم المضارب والمستثمر هذه المرونة كإشارات (trade signal) للشراء أو البيع عند حركة خط المتوسطات المتحركة المرجحة صعودا ونزولا.

مثال: لديك البيانات اليومية (5 أيام في الأسبوع) لعدد زبائن مطعم ما.

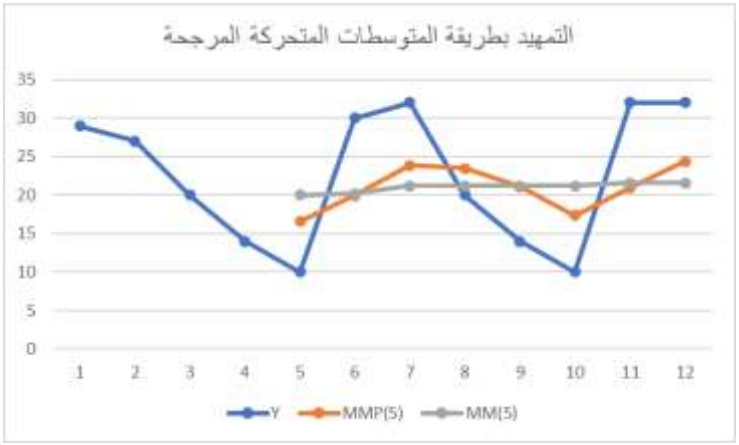
Day	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Y	29	27	20	14	10	30	32	20	14	10	32	32

- استخرج المتوسطات المتحركة المرجحة بالأوزان 1، 2، 3، 4، 5.

الحل. مجموع الأوزان يساوي 15 إذن نقسم على 15. الحساب يتم بالشكل التالي:

Day	Y	MMP(5)	MM(5)
1	29	/	/
2	27	/	/
3	20	/	/
4	14	/	/
5	10	(29x1+27x2+20x3+14x4+10x5)/15 =16,6	20
6	30	(27x1+20x2+14x3+10x4+30x5)/15 =19,93	20,2
7	32	(20x1+14x2+10x3+30x4+32x5)/15 = 23,87	21,2
8	20	23,47	21,2
9	14	21,07	21,2
10	10	17,33	21,2
11	32	20,93	21,6
12	32	24,4	21,6

التمثيل البياني يظهر المرونة التي تتميز بها المتوسطات المتحركة المرجحة مقارنة مع الطريقة البسيطة.



رسم توضيحي 4. المتوسطات المتحركة المرجحة أكثر مرونة من المتوسطات المتحركة البسيطة.

لاحظ. من الشائع عندما يكون k كبيرا استخدام أوزان متناقصة خطيا، بحيث يكون للقيمة الأحدث وزن k وللقيمة الأقدم وزن 1. في هذه الحالة مجموع الأوزان هو رقم ثلاثي يساوي:

$$1 + 2 + 3 + \ldots + k = k(k + 1)/2$$

الصيغة الرياضية للمتوسطات تأتي في هذه الحالة كما يلي:

$$\hat{y}_T = \frac{2}{k(k+1)}\left(1y_{T-(k-1)} + 2y_{T-(k-2)} + \cdots + (k-1)y_{T-1} + ky_T\right)$$

الجدول التالي يبين كيفية حساب المتوسطات المتحركة في هذه الحالة.

جدول2 . الموسطات المتحركة المرجحة MMP(k)

t	y_t	^y = MMP(k)
1	y_1	-
2	y_2	-
…	…	-
k	y_k	$(1y_1 + 2y_2 + 3y_3 + \ldots + ky_k)/(k(k+1)/2)$
k+1	y_{k+1}	$(1y_2 + 2y_3 + 3y_4 + \ldots + ky_{k+1})/ (k(k+1)/2)$
…	…	…
n	y_n	$(1y_{n-k+1} + 2y_{n-k+2} + \ldots + ky_n)/ (k(k+1)/2)$

3-2. المتوسطات المتحركة التراكمية

قد يحصل أن رغب المحلل في احتساب كل ماضي السلسلة عند كل تاريخ T. في هذه الحالة ليس هناك درجة k وإنما يتعين جمع كل القيم المسجلة إلى غاية T والقسمة على T. تسمى هذه الطريقة المتوسطات المتحركة التراكمية (Cumulative Moving Average)، ونكتب:

$$\hat{y}_T = \frac{1}{T}(y_1 + \cdots + y_{T-1} + y_T) = \frac{1}{T}\sum_{i=1}^{T} y_i$$

الجدول التالي يبين كيفية حساب المتوسطات المتحركة في هذه الحالة.

جدول3 . الموسطات المتحركة التراكمية MMC

t	y_t	$\hat{y}_t$ = MMC
1	y_1	-
2	y_2	$(y_1 + y_2)/2$
3	y_3	$(y_1 + y_2 + y_3)/3$
...	...	...
T	y_T	$(y_1 + y_2 + ... + y_T)/T$
...	...	...
n	y_n	$(y_1 + y_2 ... + y_n)/n$

مثال: لتكن بيانات المثال السابق لعدد الوجبات المباعة يوميا في مطعم ما. استخرج المتوسطات المتحركة التراكمية ومثلها بيانيا.

Day	Y	MMC
1	29	/
2	27	(29+27)/2 = 28
3	20	(29+27+20)/3 = 25,3
4	14	(29+27+20+14)/4 = 22,5
5	10	20,0
6	30	21,7
7	32	23,1
8	20	22,8
9	14	21,8
10	10	20,6
11	32	21,6
12	32	(29+27+20+...+32)/12 = 22,5

لاحظ. لتسهيل الحساب يمكن استخدام في كل مرة المتوسط السابق وتحديثه بالشكل التالي:

$$\hat{y}_{T+1} = (\hat{y}_T \times T + y_{T+1})/(T+1)$$

بهذه الطريقة يمكن مثلا حساب آخر قيمة كما يلي:

(21.6x11+32)/12 = 22.5

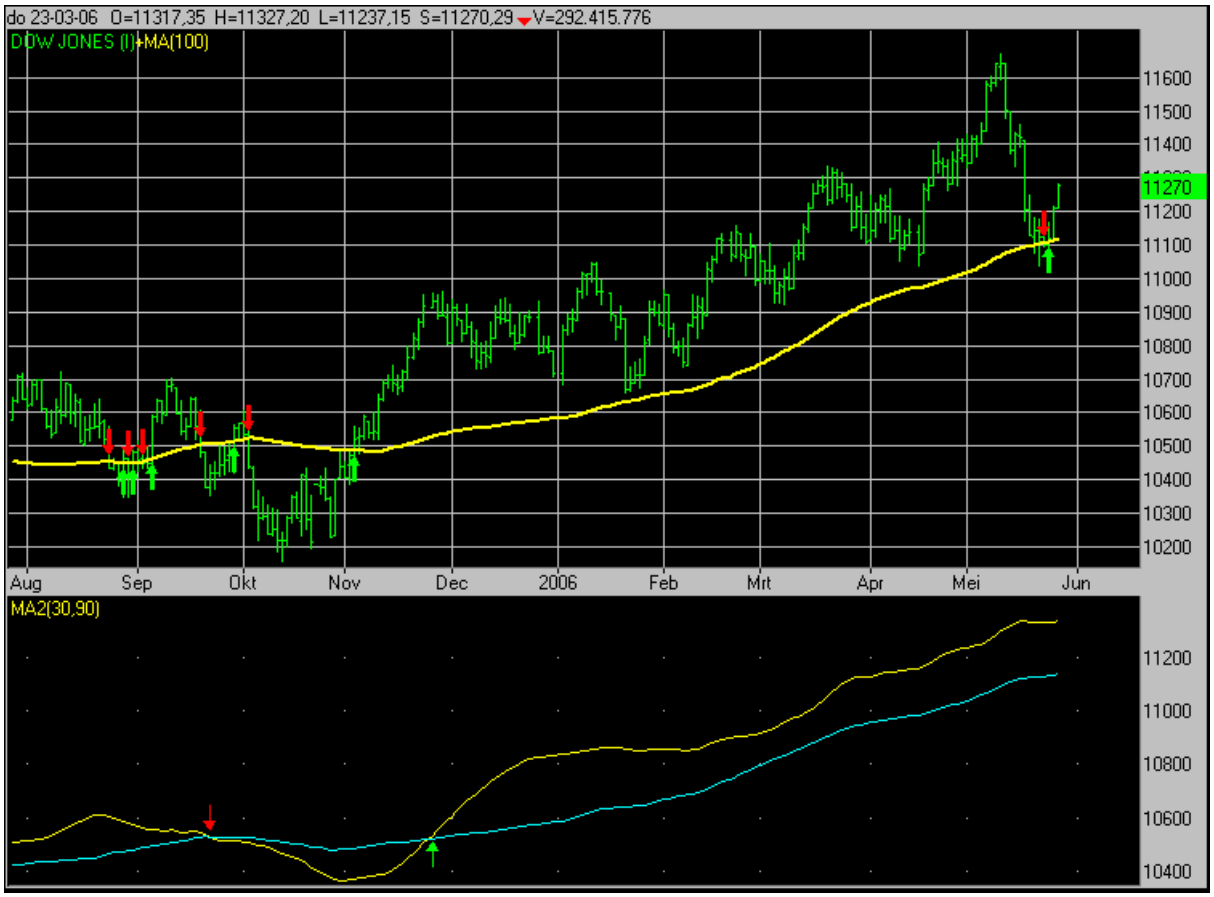
عموما تعطي هذه الطريقة الأقل شيوعا تمهيدا صلبا، فهي أبطأ في تتبع السلسلة الأصلية عندما تتضمن توجها لأنها لا تعطي أهمية أكبر للقيم الحديثة وإنما تعطي لكل القيم في تاريخ السلسلة نفس الأهمية. لذلك يمكن القول أن الطريقة ملائمة أكثر عندما يكون الهدف هو إظهار مركز السلسلة وليس التوجه.

4-2. إستخدام المتوسطات المتحركة في الأسواق المالية

إستراتيجية مستوى الدعم ومستوى المقاومة

يبحث المضارب في السوق المالية في الرسم البياني الذي يجمع السلسلة بالمتوسطات المتحركة عن مستويي **الدعم والمقاومة** لكي يتخذهما معلمتين لقراري الشراء والبيع. يعتبر المحلل أن التوجه صاعد ويعتبر خط المتوسطات المتحركة كمستوى "دعم" (support)، إذا تغايرت السلسلة في مستويات أعلى من

خط المتوسطات المتحركة لمدة كافية دون أن تنزل تحته/ بحيث ينزل السعر من حين لآخر ليلامس خط المتوسطات المتحركة ثم يعود للارتفاع من جديد دون أن يقطعه؛ فإذا خرقت السلسلة هذا الخط نزولا اعتبر المحلل ذلك إشارة إلى تغير التوجه من الصعود على النزول، وبالتالي إشارة بيع. في المقابل تعتبر السلسلة متجهة للانخفاض إذا تغايرت صعودا ونزولا أدنى من خط المتوسطات المتحركة، وتسمى هذه الحالة "**المقاومة**" (resistance)، ونقول إن السوق نازل، فإذا صعد السعر ليقطع خط المتوسطات المتحركة اعتبر ذلك مؤشرا على تغير التوجه من النزول إلى الصعود وبالتالي إشارة شراء.



رسم توضيحي 5. خط المتوسطات المتحركة لمؤشر بورصة "داو جونز". في الأعلى نقارن بين الخط التوجه والسلسلة، في الأسفل نقارن بين خطين للمتوسطات المتحركة، واحد للمدى البعيد والآخر للمدى القصير.

المصدر: https://en.wikipedia.org/wiki/Moving_average#/media/File:MovingAverage.GIF

إستراتيجية الاختراق الذهبي والاختراق المميت

هي استراتيجية في التحليل والتنبؤ تعتمد على تقاطع خطين لسلسلتين للمتوسطات المتحركة بقيمتين مختلفتين ل k، واحدة تعبر عن المدى القصير (مثلا k=50)، والثانية بقيمة كبيرة ل k تعبر عن المدى البعيد (مثلا 200): عندما يقطع خط المدى القريب خط المدى البعيد متجها للأعلى نعتبر أن السعر متجه للأعلى، وتسمى هذه الحالة **الاختراق الذهبي** (golden cross)، خاصة عندما تترافق مع كثافة في

التعاملات. والعكس عندما يخترق خط المدى القريب خط المدى البعيد متجها إلى الأسفل يعتبر التوجه نازلا، ويطلق عليه **الاختراق المميت** (death cross).

2. حساب المتوسطات المتحركة وتمثيلها في البرمجيات

في Excel

في R

2-1. حساب المتوسطات المتحركة في *Excel*

يمكن استخراج المتوسطات المتحركة بطرق متعددة.

- **ط 1. حساب المتوسطات عن طريق الدالة moyenne أو average:**

1. نضع قيم السلسلة والتواريخ في عمودين A و B مثلا،
2. في العمود المجاور، C، في الخلية التي تقابل (t = k) نكتب الدالة =average(B2:B5)
3. ننسخ الدالة إلى الأسفل إلى غاية آخر خلية. لاحظ أن Excel يبدل الخلايا المحتسبة تلقائيا.

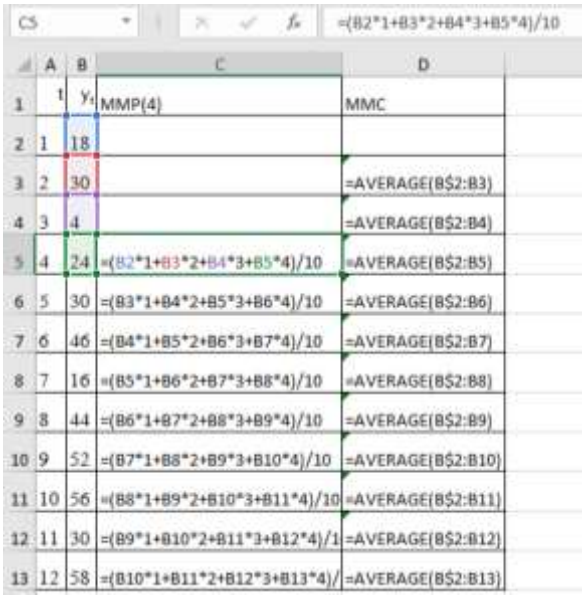
	A	B	C
1	t	yt	MM(4)
2	1	18	
3	2	30	
4	3	4	
5	4	24	=AVERAGE(B2:B5)
6	5	30	=AVERAGE(B3:B6)
7	6	46	=AVERAGE(B4:B7)
8	7	16	=AVERAGE(B5:B8)
9	8	44	=AVERAGE(B6:B9)
10	9	52	=AVERAGE(B7:B10)
11	10	56	=AVERAGE(B8:B11)
12	11	30	=AVERAGE(B9:B12)
13	12	58	=AVERAGE(B10:B13)

صورة 1. إستخدام الدالة average أو moyenne لحساب المتوسطات.

النتائج تأتي كما يلي:

t	y_t	MM(4)
1	18	
2	30	
3	4	
4	24	19
5	30	22
6	46	26
7	16	29
8	44	34
9	52	39,5
10	56	42
11	30	45,5
12	58	49

لتبيان كيفية حساب المتوسطات المتحركة المرجحة والتراكمية نأخذ المثال السابق مع المعاملات من 1–4. في الحالتين ندخل دالة الحساب في الخلية الأعلى ثم ننسخ إلى الأسفل. لاحظ في عمود المتوسطات المتحركة التراكمية استخدام الرمز $ لتثبيت الخلية الأولى عند النسخ للأسفل.



	A	B	C	D
1	t	y_t	MMP(4)	MMC
2	1	18		
3	2	30		=AVERAGE(B$2:B3)
4	3	4		=AVERAGE(B$2:B4)
5	4	24	=(B2*1+B3*2+B4*3+B5*4)/10	=AVERAGE(B$2:B5)
6	5	30	=(B3*1+B4*2+B5*3+B6*4)/10	=AVERAGE(B$2:B6)
7	6	46	=(B4*1+B5*2+B6*3+B7*4)/10	=AVERAGE(B$2:B7)
8	7	16	=(B5*1+B6*2+B7*3+B8*4)/10	=AVERAGE(B$2:B8)
9	8	44	=(B6*1+B7*2+B8*3+B9*4)/10	=AVERAGE(B$2:B9)
10	9	52	=(B7*1+B8*2+B9*3+B10*4)/10	=AVERAGE(B$2:B10)
11	10	56	=(B8*1+B9*2+B10*3+B11*4)/10	=AVERAGE(B$2:B11)
12	11	30	=(B9*1+B10*2+B11*3+B12*4)/1	=AVERAGE(B$2:B12)
13	12	58	=(B10*1+B11*2+B12*3+B13*4)/	=AVERAGE(B$2:B13)

صورة 2. حساب المتوسطات المتحركة المرجحة والتراكمية في Excel. كتابة الدالة تتم مرة واحدة ثم تنسخ إلى الأسفل.

النتائج تأتي كما يلي:

t	y_t	MMP(4)	MMC
1	18		
2	30		24
3	4		17,3333
4	24	18,6	19
5	30	23	21,2
6	46	32,6	25,3333
7	16	28,6	24
8	44	34,6	26,5
9	52	41,8	29,3333
10	56	48,4	32
11	30	43,6	31,8182
12	58	48,6	34

في حالة المركزة، إذا كانت k = 4 مثلا، نستخرج MM4 ثم نستخرج لها MM2. البداية تكون من الخلية الثالثة في المجموعة. يمكن أيضا أن نستخدم الدوال التالية في خلايا متتالية كما يلي:

= (A2/2 + A3 + A4 + A5 + A6/2)/5
= (A3/2 + A4 + A5 + A6 + A7/2)/5

- **ط 2. تمثيل المتوسطات المتحركة مباشرة بدون حسابها:**

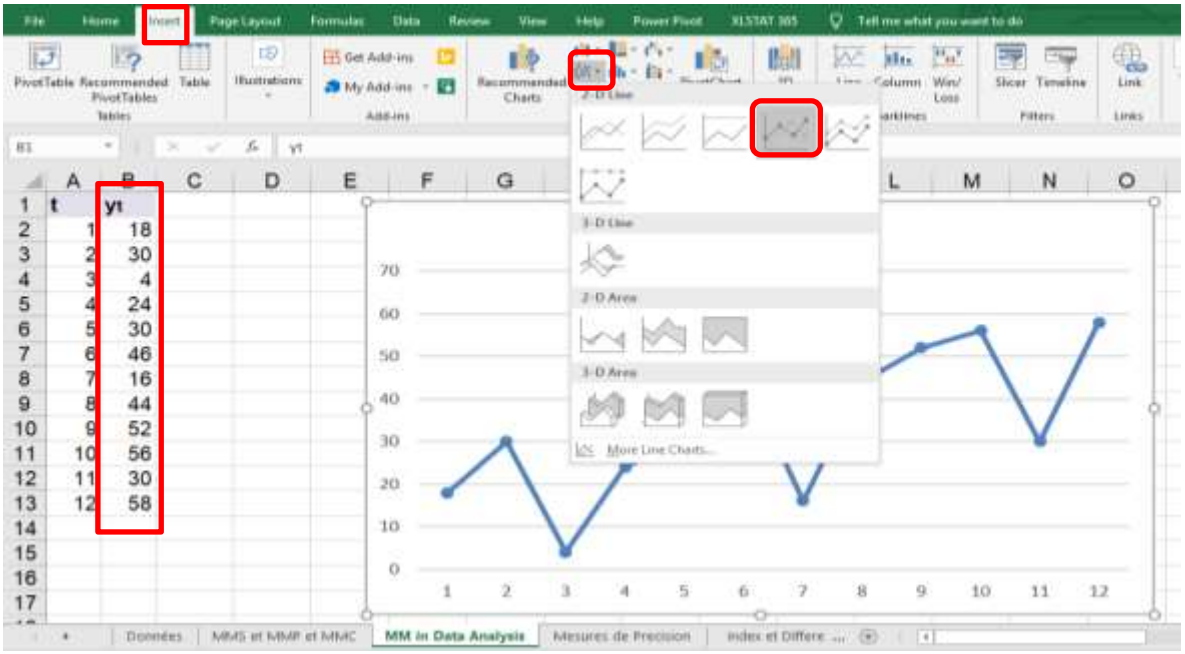
1. نقوم بإدخال البيانات عموديا في ورقة Excel

2. نقوم بالتمثيل البياني لy من خلال تعيين عمود y ثم من قائمة "إدراج" نختار المضلع:

Insert -> Graphic -> Line with markers

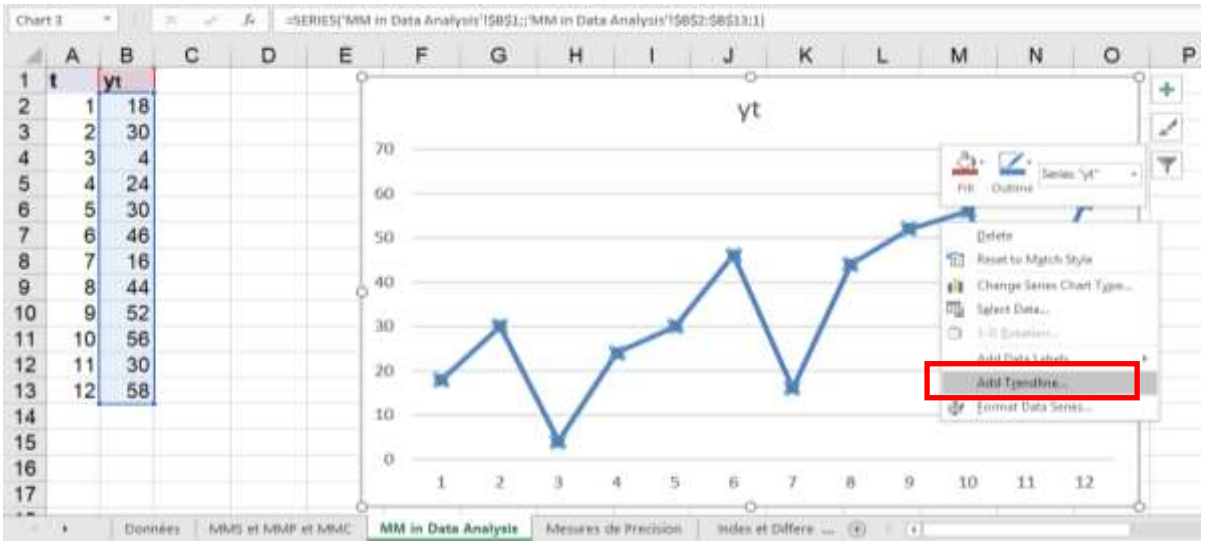
3. نأشر في الرسم على المضلع y، ومن القائمة التي تظهر نضغط على الزر الأيمن للفأرة ونختار:
Add trendline → moving average

4. ونحدد درجة المتوسطات المتحركة k في النافذة التي تظهر (periode).



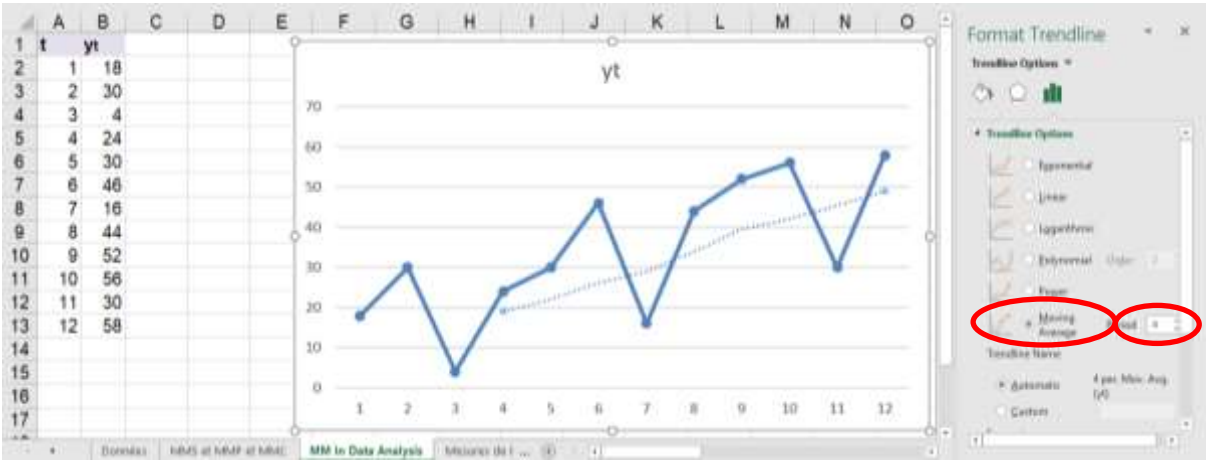
صورة 3. التمثيل البياني ل y_t

1- إضافة خط التوجه (Add trend line) من قائمة الزر الأيمن للفأرة (بعد تحديد الرسم).



صورة 4. إضافة خط توجه للرسم بالزر الأيمن للفأرة.

2- إختيار نوع التوجه من القائمة (Format trend line) بأنه خط المتوسطات المتحركة واختيار درجتها (period)



صورة 5. إختيار المتوسطات المتحركة Moving Average في نوع خط التوجه، وتحديد النافذة k ب 4 (Period).

لاحظ.

- يمكن من خلال تبديل قيمة k تفحص منحنيات مختلفة للمتوسطات المتحركة، مما يسهل على المحلل اكتشاف نوع التوجه العام والدورات إن وجدت.
- لاحظ أن النافذة Format trend line على يمين الشاشة تعطي إمكانية الاختيار بين عدد من أنواع خطوط التوجه الأخرى غير المتوسطات المتحركة.

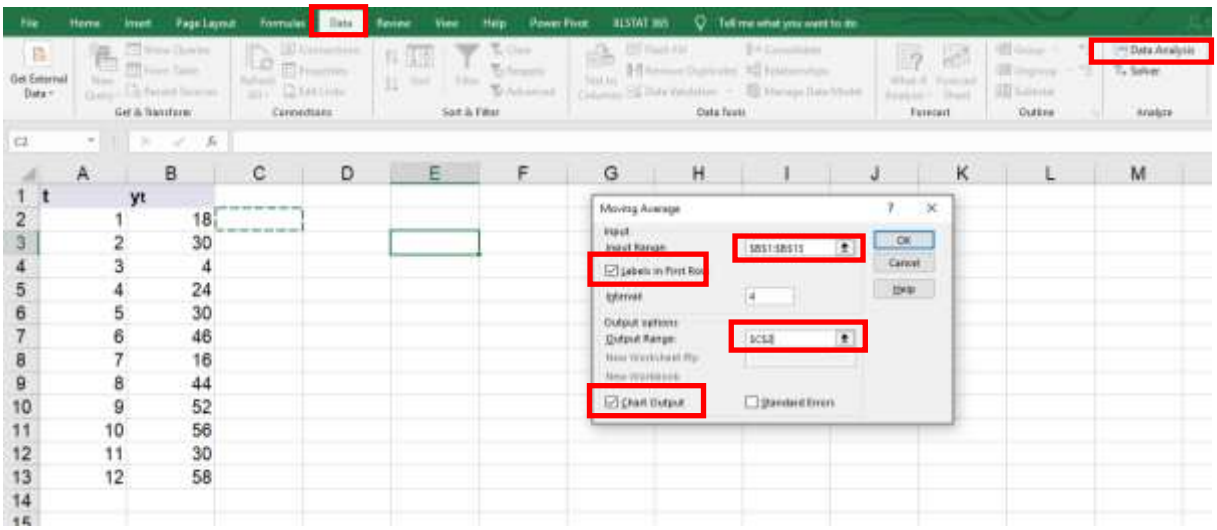
- **ط 3. طريقة محلل البيانات:** يمكن أيضا في Excel إستخدام الإضافة (Add-in) المتمثلة في محلل البيانات (Data Analysis/Utilitaire d'analyse) لاستخراج المتوسطات المتحركة البسيطة مع الرسم البياني. الخطوات تلخصها الصورة الموالية وهي مفصلة كالتالي:

1– إدخال البيانات t و Y_t في ورقة Excel

2– طلب محلل البيانات من قائمة Data

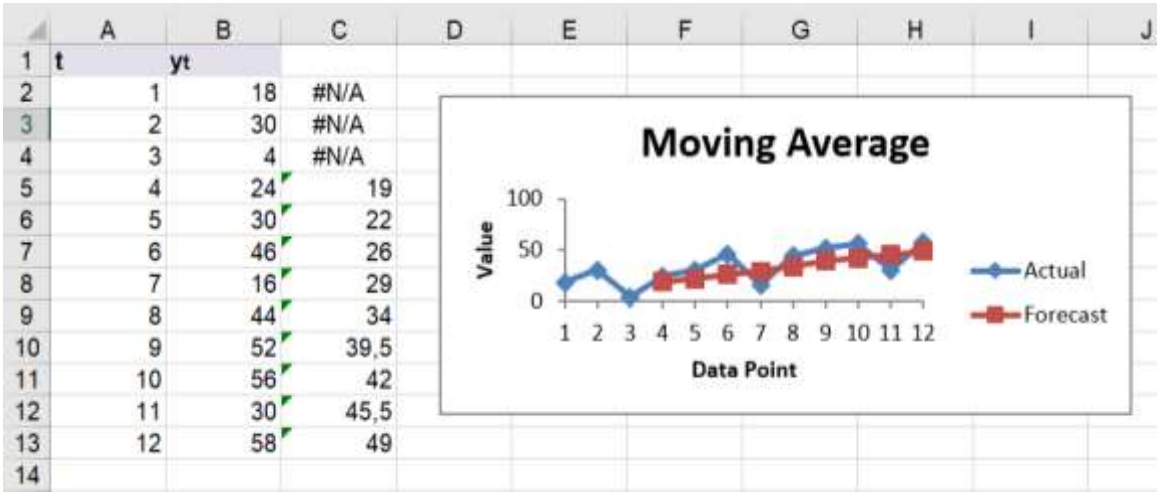
3– نختار Moving Average من قائمة الأدوات الإحصائية

4– في النافذة Moving Average نقوم بما يلي: ندخل البيانات في مربع Input Range، نؤشر على labels، نحدد درجة السلسلة k في Interval، نحدد خلية الإخراج Output Range، ونطلب الرسم البياني Chart Output.



صورة 6. من قائمة بيانات (Data) نختار محلل البيانات Data Analysis ثم نختار طريقة المتوسطات المتحركة Moving Average.

يضع البرنامج قيم المتوسطات المتحركة مقابل آخر قيم السلسلة الأصلية. النتيجة تأتي كما يلي:



	t	yt	
1	1	18	#N/A
2	2	30	#N/A
3	3	4	#N/A
4	4	24	19
5	5	30	22
6	6	46	26
7	7	16	29
8	8	44	34
9	9	52	39,5
10	10	56	42
11	11	30	45,5
12	12	58	49

صورة 7. مخرجات محلل البيانات: المتوسطات المتحركة مع الرسم.

5-2. حساب المتوسطات المتحركة وتمثيلها في *R*

هناك عدة طرق لحساب المتوسطات المتحركة في R من بينها الدالة filter() التي لا تتطلب تحميل أي برنامج خاص: filter(x, rep(1/k, k))، ومنها الدالة ma() والدالة rollmean() والدالة SMA() التي تعمل تحت الحزم forecast و zoo و TTR على التوالي.

مثال: نريد الحصول على MMC(5) لبيانات مبيعات 16 يوما. في السطرين التاليين: ننشئ شعاعا لإدخال قيم السلسلة باستخدام الدالة c() ونعطيه إسما (sales) لكي نتمكن من استدعائه في السطر الثاني حيث ننشئ المتوسطات المتحركة باستخدام الدالة filter():

```
sales<-c(18,30,4,24,30,46,16,44,52,56,30,58,68,72,50,74)
msales<-filter(sales,rep(1/4,4))
msales
```

النتيجة تأتي كما يلي:

```
Time Series:
Start = 1
End = 16
Frequency = 1
 [1]    NA 19.0 22.0 26.0 29.0 34.0 39.5 42.0 45.5 49.0 53.0 57.0 62.0 66.0
   NA    NA
```

ط2. باستخدام الدالة **ma()** من الحزمة Forecast package:

نثبت أولا الحزمة (إن لم تكن مثبتة من قبل) ونفعلها ثم نستخدم الدالة:

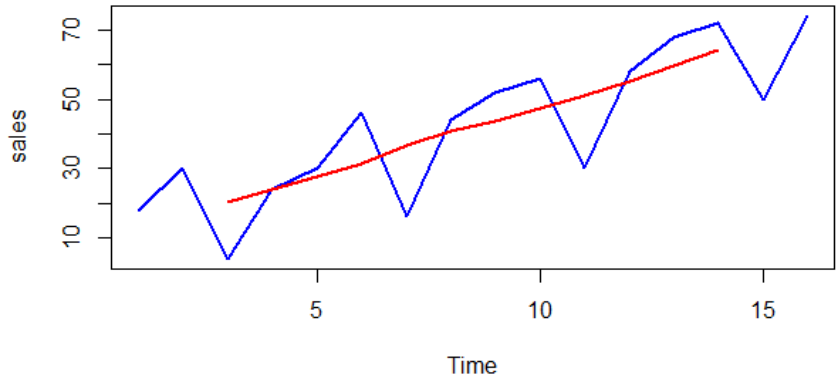
```
Install.packages(forecast)
library(forecast)

sales=c(18,30,4,24,30,46,16,44,52,56,30,58,68,72,50,74)
msales=ma(sales,order=4)
msales
```

النتيجة:

```
Time Series:
Start = 1
End = 16
Frequency = 1
 [1]    NA    NA 20.50 24.00 27.50 31.50 36.75 40.75 43.75 47.25 51.
00 55.00 59.50 64.00    NA    NA
```

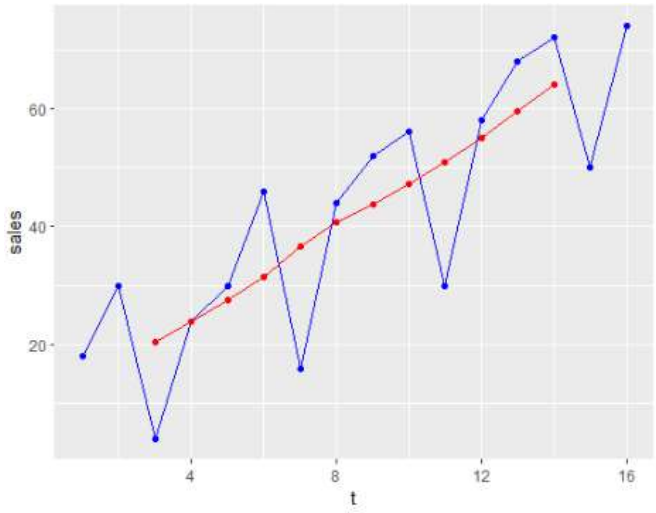
لاحظ أن الدالة ma() تعطي متوسطات ممركزة. لرسم السلسلة والتمهيد :

```
plot.ts(sales, col="blue",lwd=2)
lines(msales,col="red",lwd=2)
```



يمكن استخدام ggplot2 بعد تثبيته وتحميله. الخطوات والمخرجات هي كالتالي:

```
Install.packages(ggplot2)
library(ggplot2)
t=c(1:16)
m_sales<-data.frame(t,sales,msales)

ggplot(m_sales)+
geom_point(aes(x=t,y=sales),color="blue")+
geom_line(aes(x=t,y=sales),color="blue")+
geom_point(aes(x=t,y=msales),color="red")+
geom_line(aes(x=t,y=msales),color="red")
```



هنا أيضا تظهر المتوسطات ممركزة لأننا فقط مثلنا نتيجة ma() بطريقة أخرى.

ط3. باستخدام الدالة **rollmean()** ضمن الحزمة zoo: نستدعي الحزمة ثم نستخدم الدالة.

```
library(zoo)
rollmean(sales,4)
```

```
<rollmean(sales,4)
[1] 19.0 22.0 26.0 29.0 34.0 39.5 42.0 45.5 49.0 53.0 57.0 62.0 66.0
```

هذه الدالة، تعطي rollmean()، تأتي المتوسطات غير ممركزة فهي تأتي في بداية السلسلة (التموضع المتقدم).

ط4. باستخدام الدالة SMA() من الحزمة TTR:

```
Library(TTR)
SMA(sales, n=4)
```

```
[1]  NA  NA  NA 19.0 22.0 26.0 29.0 34.0 39.5 42.0 45.5 49.0 53.0 57.0 62.0
[16] 66.0
```

في هذه الطريقة تظهر المتوسطات في نهاية السلسلة.

طريقة الحساب في ma() تختلف عن الطرق الأخرى، وطرق التموضع أيضا تختلف، SMA() تستخدم التموضع المتأخر، بينما rollmean() تستخدم التموضع المتقدم.

3. خلاصة

طريقة المتوسطات المتحركة هي طريقة من طرق تمهيد السلسلة، أي طمس تذبذبات المدى القصير لإبراز التوجه والدورة إن وجدا. وهي طريقة بسيطة وشائعة الاستخدام تتميز بمرنة تسمح للمحلل بالتحكم في مرونة أو صلابة التمهيد بحسب الموسمية الموجودة وبحسب المدى الزمني الذي يهتم به. يستخدم وسيط البورصة المتوسطات المتحركة لاستخراج توجه السعر في المستقبل، من خلال المقارنة بين التمثيل

البياني للسلسلة وبين المتوسطات المتحركة، أو من خلال المقارنة بين مساري خطين للمتوسطات المتحركة، واحد للمدى البعيد والآخر للمدي القريب.

كثيرا ما يتم تحديد درجة المتوسطات المتحركة k بحسب نافذة الموسمية، وذلك للتمكن من طمسها لإظهار التوجه. لتحديد نافذة الموسمية، نتفحص التمثيل البياني للسلسلة والأنماط المتكررة الموجودة فيها، ونحسب عدد النقاط في النمط المتكرر، لكن أحيانا يحتاج الأمر إلى حسابات وقد تستخدم البرمجيات الإحصائية ومنها Excel. تحديد درجة المتوسطات المتحركة يرتبط أيضا بمقدار التمهيد الذي نريده، اختيار درجة كبيرة يأدي إلى تمهيد شديد وبالتالي طمس حركة البيانات في المدى القريب لصالح إظهار توجه البيانات على المدى الأبعد. المحلل للبيانات اليومية لسعر سهم لن يجد موسمية، وسيكون عليه اختيار قيمة ل k بحسب أفق الزمن (time horizon) وقد يختار عدة قيم والمقارنة بينها. من بين القيم الشائعة في البورصة 10، 20، 50، 100 و200.

تتمتع المتوسطات المتحركة بمرونة كبيرة؛ إذ يمكن تغيير نافذتها للحصول على درجات متفاوتة من مرونة التمهيد أو أيضا تغيير الأوزان لإعطاء أهمية أكبر أو أقل للمشاهدات البعيدة. يمكن أيضا استخدام كل المشاهدات في كل مرة نحسب فيها متوسط جديد. كما يمكن استخدام المتوسطات المتحركة المرجحة للتحكم في درجة التمهيد وقيمة المعلومة التي نستمدها من المديين القريب والبعيد. غالبا ما تعطى للقيم الأحدث أوزانا أعلى وتتناقص الأوزان كلما رجعنا إلى الماضي؛ في السلاسل الطويلة ليس من المعقول أن نستخدم متوسطات متحركة بسيطة لأن ذلك يعني مثلا إعطاء نفس الوزن في التنبؤ للسعر الحالي والسعر قبل عدة أشهر أو أسابيع.

من المفيد لتقييم طريقة التنبؤ (سواء بالمتوسطات المتحركة أو غيرها) استخدام مؤشرات الفروق ومؤشرات التشتت. تقيس الأولى مقدار الخطأ لدى الطريقة عند تطبيقها على البيانات السابقة، وتقيس الثانية درجة التمهيد الذي يترتب عن الطريقة. في جميع الأحوال، من المهم تتبع الخطأ في كل السلسلة وليس الاكتفاء بحساب المؤشرات.

4. ملحق. موضع المتوسطات المتحركة

أيا كانت المتوسطات المتحركة (بسيطة، مرجحة أم تراكمية) هناك أكثر من طريقة لتموضع السلسلة المحولة MM، وتستخدم البرمجيات هذه الطرق المختلفة.

التموضع المتأخر(trailing): هو الأكثر شيوعا. يبدأ العمود بالخلايا الفارغة وتوضع المتوسطات بعد ذلك، فيوضع المتوسط الأول مقابل التاريخ k، والمتوسط الثاني مقابل التاريخ (k+1)، والمتوسط الأخير مقابل التاريخ n.

التموضع المقابل: ويكون بوضع المتوسط المتحرك مقابل التاريخ المراد تقدير مبيعاته، وهذا يعني أن أول متوسط يوضع مقابل أول قيمة من المجموعة الثانية وهكذا. وذلك لأن متوسط مجموعة هو توقع للقيمة الموالية. تلائم هذه الطريقة غرض التنبؤ للمتوسطات المتحركة.

التموضع المتقدم: أول متوسط يأتي مقابل أول قيمة في السلسلة وتكون الخانات الفارغة في آخر العمود.

التموضع الممركز (centred): في هذه الطريقة تقسم الفراغات بين أول ونهاية العمود؛ يتم وضع متوسط المجموعة الأولى مقابل وسيط المجموعة الأولى، أي التاريخ (k+1)/2، ومتوسط المجموعة الثانية في التاريخ الموالي، وهكذا. تستخدم هذه الطريقة للتحليل، أي للنظر إلى تمهيد السلسلة.

في حالة k فردي نبدأ من الوسيط. مثلا في حالة k=3 تبدأ السلسلة المحولة من الرتبة 2، وفي حالة k=5، تبدأ المتوسطات من الخانة 3، ول k=7 تبدأ المتوسطات من الخانة 4. في حالة كون الدرجة زوجية، أي (k = 2p)، لا تتطابق القيم المحولة مع تواريخ السلسلة الأصلية؛ في هذه الحالة نقوم بإعادة مطابقة تواريخ السلسلة الجديدة مع التواريخ الأصلية باستخراج **متوسطات متحركة من الرتبة 2 للمتوسطات المتحركة ذات الرتبة 2p**، ونكتب (Droesbeck, 1997):

MMC(2p) = MM(2) de MM(2p)

يمكن اختصار الحسابات عن طريق قسمة القيمة الأولى والأخيرة في المجموعة على 2 عند حساب المتوسط. مثلا في حالة (k = 4) فإن أول متوسطين يحسبان كما يلي:

$$m_{y3}(4) = (1/2)\,[(y_1 + y_2 + y_3 + y_4)/4 + (y_2 + y_3 + y_4 + y_5)/4]$$
$$= (1/8)\,[(y_1 + y_2 + y_3 + y_4) + (y_2 + y_3 + y_4 + y_5)]$$
$$= (1/8)\,[(y_1 + 2y_2 + 2y_3 + 2y_4 + y_5)]$$
$$= (1/4)\,(y_1/2 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5/2)\ ;$$
$$m_{y4}(4) = (1/4)\,(y_2/2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6/2)\ ;\ldots$$

بتنا نجمع (k+1) حد، ونقسم على k. تموضع المتوسطات يبدأ من الرتبة (k/2)+1.

مثال: لديك رقم الأعمال الثلاثي لمؤسسة سياحية خلال فترة ثلاث سنوات.

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y_t	18	30	4	24	30	46	16	44	52	56	30	58

استخرج في المثال السابق المتوسطات المتحركة مع مطابقة التواريخ ((MMC(4)).

الحل: الفترة هي 4، عدد زوجي، نحتاج إذن إلى المركزة لمطابقة قيم السلسلة مع التواريخ.

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y_t	18	30	4	24	30	46	16	44	52	56	30	58
MMC(4)	/	/	20.5	24	27.5	31.5	36.75	40.75	43.75	47.25	/	/

(1/4)(18/2 + 30 + 4 + 24 + 30/2) = 20.5

(1/4)(30/2 + 4 + 24 + 30 + 46/2) = 24

...

(1/4)(44/2+52+56+30+58/2) = 47.25

مثال 2. أعد كتابة MM(4) في المثال السابق بطرق التأخير، المتقدم والمقابل.

طريقة المقابل	طريقة المتقدم	الطريقة التأخير		
MM(4)	MM(4)	MM(4)	Y_t	T
/	19	/	18	1
/	22	/	30	2
/	26	/	4	3
/	29	(18+30+4+24)/4=19	24	4
19	34	(30+4+24+30)/4=22	30	5
22	39,5	(4+24+30+46)/4=26	46	6
26	42	29	16	7
29	45,5	34	44	8
34	49	39,5	52	9
39,5	/	42	56	10
42	/	45,5	30	11
45,5	/	(52+56+30+58)/4=49	58	12
49				

5. سلسلة تمارين

5-1. التمارين

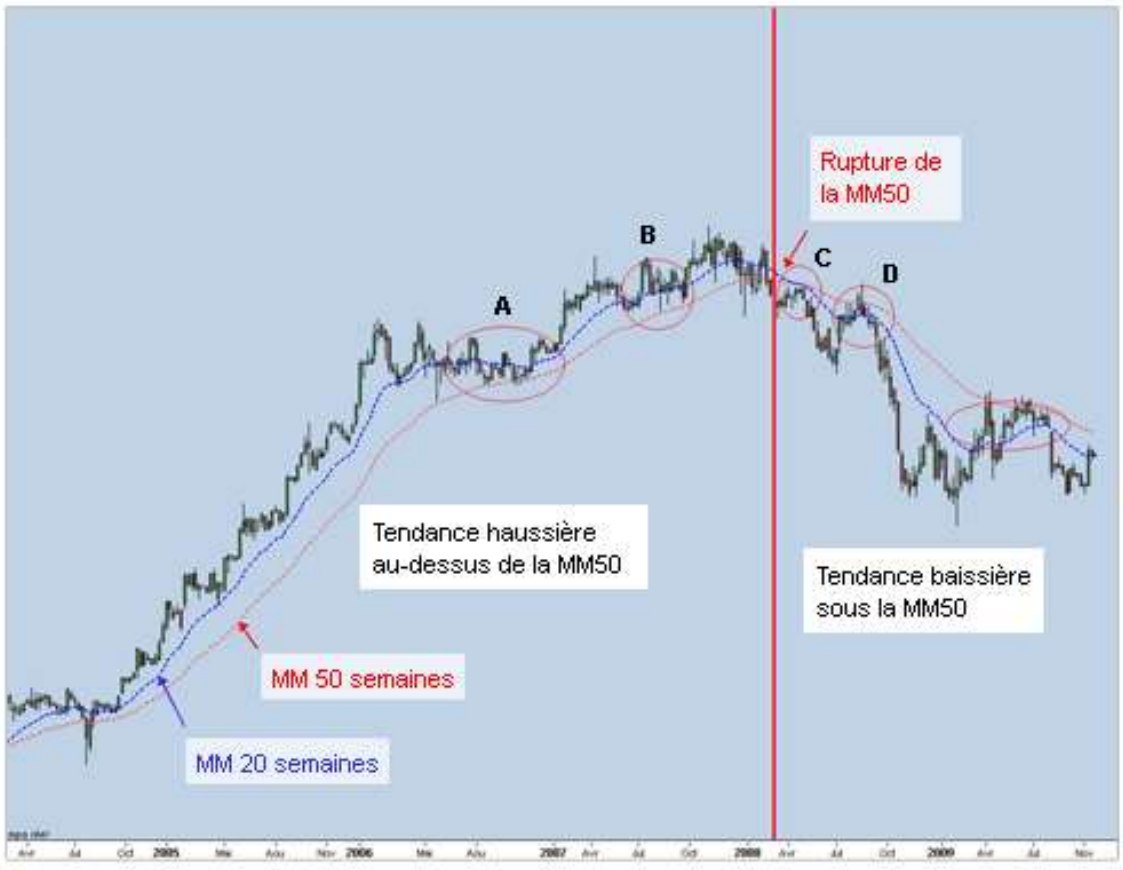
تمرين 1. مراجعة

- لأي أغراض تستخدم طريقة المتوسطات المتحركة؟
- ما المقصود بالاختراق المميت والاختراق الذهبي؟ ما المقصود بخط الدعم وخط المقاومة.
- على أي أساس يتم تحديد درجة المتوسطات المتحركة؟
- ما هو الفرق بين المتوسطات المتحركة البسيطة والمرجحة؟ وما هو الفرق بينهما وبين المتوسطات المتحركة التراكمية؟
- ما هي طرق تموضع المتوسطات المتحركة؟
- أكتب صيغة المتوسطات المتحركة في حالتي $k = 4$، و$k = 6$.
- يفترض التنبؤ بالمتوسطات المتحركة استقرار السلسلة، ماذا يعني ذلك؟ ولماذا هذا الافتراض؟

تمرين 2. المتوسطات المتحركة وإشارات السوق

لديك التمثيل البياني لسعر سهم Eurofins أسبوعيا[1]، من 2004 إلى 2009، والمتوسطات المتحركة بدرجة 20 و50 (zonebourse, 2019).

- حدد في الرسم الفترة التي كانت فيها MM(50) تمثل سندا أو دعما للسلسلة الأصلية، والفترة التي أصبحت فيها مقاومة.
- ما هي الإشارة التي تعطيها البيانات وخطي المتوسطات المتحركة للمستثمر في الفترة السابقة لثلاثي الثاني من 2008 (شراء أم بيع)؟ ما هي الإشارة بعد هذا التاريخ؟ برر.



صورة 8. حالة الدعم وحالة المقاومة

المصدر: (zonebourse, 2019)

تمرين 3. المتوسطات المتحركة البسيطة

استخدام بيانات التمرين السابق للقيام بما يلي:

[1] مجمع مخابر معروف

- استخرج المتوسطات المتحركة البسيطة من الدرجة 3 ثم مثلها بيانيا مع السلسلة الأصلية (استخدم الطريقة الأولى في التموضع) وعلق على المكونات (هل زالت الموسمية ولماذا؟). إختبر الآن MM(5). هل تسمح بطمس الموسمية؟
- استخدم Excel للتمثيل البياني واستخراج المتوسطات المتحركة البسيطة. ما هي طريقة التموضع المستخدمة في Excel؟

تمرين 4. إظهار التوجه، وميزة الترجيح

البيانات التالية تمثل تغير كمية الأمطار سنويا في منطقة "شرق أنجليا" البريطانية خلال الفترة المبينة.

- مثل البيانات وعلق على المكونات المحتملة.
- استخدم المتوسطات المتحركة البسيطة من الدرجة 3 لطمس مكون الخطأ وإبراز التوجه العام.
- استخدم المتوسطات المتحركة المرجحة من الدرجة 3 بالأوزان 1، 2، 3.
- مثل بيانيا كل من السلسلة الأصلية والمحولة في الحالتين.
- ما هو الاختلاف بين هذا المنحنى ومنحنى المتوسطات المتحركة البسيطة؟

Year	Y_t	Year	Y_t	Year	Y_t
1975	-0,09	1982	0,09	1989	0,25
1976	-0,22	1983	0,3	1990	0,39
1977	0,11	1984	0,12	1991	0,35
1978	0,04	1985	0,09	1992	0,17
1979	0,1	1986	0,17	1993	0,21
1980	0,19	1987	0,3	1994	0,31
1981	0,27	1988	0,34		

تمرين 5. المركزة، المتوسطات المتحركة التراكمية، ومؤشرات الخطأ

لديك البيانات التالية لاستهلاك البنزين في محطة ما خلال 12 أسبوع.

Week	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Y	48	41	60	65	58	52	68	74	60	56	75	78

- مثل السلسلة في رسم بياني وعلق على المكونات الملاحظة.
- إذا كان علينا استخرج المتوسطات المتحركة لإظهار التوجه العام فما هي الدرجة المناسبة؟
- استخدم محلل البيانات data analysis لاستخراج MMC(4) وتمثيلها بيانيا.
- أحسب كل من MAE وMSE و MAPE.
- أحسب MMC.

تمرين 6. تقييم التمهيد بمؤشرات الخطأ ومؤشرات التشتت

استخدم بيانات التمرين 3 (المبيعات اليومية) للإجابة على ما يلي:

- استخرج المتوسطات المتحركة البسيطة والمرجحة من الدرجة 3، بالأوزان 0.5، 0.3، 0.2.
- قارن بين MMP وMM من خلال مؤشرات الدقة مع التعليق.
- أحسب مؤشرات التشتت للسلاسل المحولة مع التعليق.
- قارن مع المتوسطات المرجحة البسيطة من حيث دقة التقدير من خلال التمثيل البياني.
- قارن درجة التمهيد في الطريقتين من خلال التباين والانحراف المعياري.
- قدر حسب طريقتي المتوسطات المرجحة والبسيطة سعر السهم في اليوم 13.

2-5. الحلول

6. مراجع الفصل

Anderson, S. W. (2007). *Statistiques pour l'économie et la gestion* (éd. 2). (A. David R., W. Dennis J., & A. Thomas A., Trads.) Bruxelles: De Booeck.

Droesbeck, J. J. (1997). *Eléments de statistique.* Belgique: Ellips.

Hyndman, R. J. (2014). *Forecasting:Principles & Practice.* University of Western Australia. Retrieved from robjhyndman.com/uwa

Malhotra, N., Décaudin, J.-M., & Bouguerra, A. (2007). *Etude Marketing avec SPSS* (éd. 5). Paris: Pearson.

Ritzman Larry et al. (2004). *Management des opérations, principes et application.* Paris: Pearson Education.

zonebourse. (2019). *SAVOIR INVESTIR.* Retrieved 10 18, 2019, from zonebourse: https://www.zonebourse.com