محتويات الفصل 5. التمهيد الأسي البسيط والمضاعف

الفصل 5. التمهيد الأسي البسيط والمضاعف 140

1. التمهيد الأسي البسيط 141

1-1. تعريف بالطريقة 141

1-2. تقييم التمهيد 142

1-3. تفسير ألفا 143

1-4. حدود طريقة التمهيد الأسي البسيط 145

1-5. التمهيد الأسي البسيط في Excel 146

2. التمهيد الأسي المضاعف (تمهيد براون) 149

2-1. تعريف بالطريقة 149

2-3. التمهيد الأسي المضاعف في Excel 151

2-4 التمهيد الأسي البسيط في R 151

3. خلاصة 154

4. ملحق: التمهيد الأسي المضاعف لهولت 155

5. سلسلة تمارين 156

التمارين 156

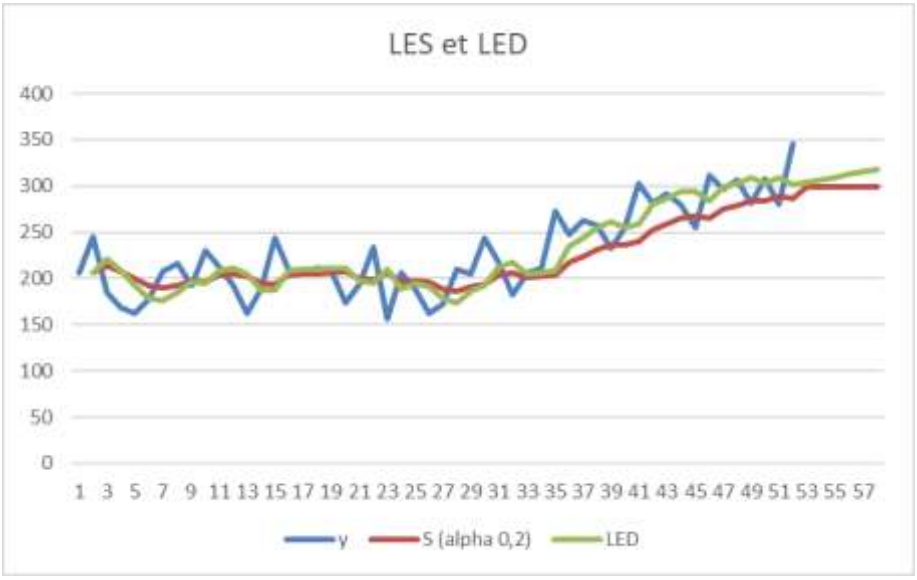
الحلول 159

6. مراجع الفصل 5 159

الفصل 5. التمهيد الأسي البسيط والمضاعف

التمهيد الأسي البسيط – التمهيد الأسي المضاعف – تمارين

توطئة. على غرار المتوسطات المتحركة يعمل التمهيد الأسي على تمهيد السلسلة لاستخراج التوجه. ميزة التمهيد الأسي أنه يعطي أوزانا متناقصة أسيا للمشاهدات السابقة للسلسلة. نتطرق في هذا الفصل لنوعين من التمهيد: التمهيد الأسي البسيط والمضاعف. التمهيد الأسي البسيط يكون مناسبا أكثر عندما لا تتضمن السلسلة توجها ولا موسمية، ويعطي تنبؤا ثابتا (أنظر في الرسم الخط الأحمر). ميزة التمهيد الأسي المضاعف أنه يحتسب التوجه، وبالتالي فهو أقدر على تتبع السلسلة عندما ينشأ فيها توجه، ويأخذه في الاعتبار عند التنبؤ (الخط الأخضر في السلسلة أدناه).



رسم توضيحي 1. المبيعات الأسبوعية من منتج منزلي (حافظ الحرارة) مع خطي التمهيد الأسي البسيط المضاعف.

تاريخيا يمكن إرجاع التمهيد الأسي بشكل أو بآخر إلى أعمال الرياضي الفرنسي بواسون (Siméon Denis Poisson 1781-1840)، لكن استخدامه في التنبؤ تطور في النصف الثاني من القرن العشرين، على يد روبرت براون (1923–2013) وشارلز هولت (1921–2010) الذين عملا بالتوازي على الموضوع، ثم تلميذ هولت، بيتر.

الهدف من هذا الفصل هو أن يصبح الطالب قادرا على تحديد متى وكيف يستخدم كلا التمهيدين، وتفسير مدلول معالم الطريقتين، والتحكم في الحسابات، يدويا وباستخدام Excel و R.

1. التمهيد الأسي البسيط

تعريف بالطريقة

تقييم التمهيد

تفسير ألفا

حدود الطريقة

في Excel

1-1. تعريف بالطريقة

طريقة التمهيد الأسي البسيط[1] هي طريقة تمهيد تقوم ليس على إعطاء كل الوزن للقيمة الأخيرة كما في التنبؤ الساذج، ولا أوزان متساوية للقيم الماضية كما في المتوسطات المتحركة ولكن تعطي أوزانا تنخفض بشكل أسي رجوعا في الزمن إلى الوراء. يحدد الأوزان "ثابت التمهيد"، وهو رقم بين الصفر والواحد، يسمى ألفا. تحسب القيمة المتوقعة $\hat{y}_T(1)$ كما يلي (Droesbeck, 1997):

$$\hat{y}_t(1) = \alpha y_t + (1-\alpha)\hat{y}_{t-1}(1), \qquad \alpha \in [0,1] \quad \ldots(1)$$

الحد الأول يمثل الحاضر (y_t)، بوزن ألفا، والحد الثاني يمثل الماضي ($\hat{y}_{t-1}$) بوزن $(1-\alpha)$.

تتطلب الطريقة تحديد قيمة ابتدائية $\hat{y}_0(1)$ وهذا يكون عادة بإعطائها قيمة y_1 (وهذا ما نجده في بعض البرمجيات مثل محلل البينات ل Excel)، أو متوسط القيم الأولى، أو متوسط مجموع القيم. طريقة اختيار القيمة الابتدائية لا تهم كثيرا إذا كانت السلسلة طويلة، لأنها سرعان ما "تنسى"، أي يتلاشى أثرها.

مثال: لتكن السلسلة التالية التي تمثل قيم سهم معين (الوحدة 10) خلال 10 أشهر.

t	Jan	Fev	Mar	Avr	Mai	Juin	Juill	Aout	Sept	Oct
y_i	10	15	12	30	31	29	23	17	16	15

- قم بتمهيد أسي ل y باعتماد $\alpha=0.3$، واعتماد $\hat{y}_0(1)= y_1$ مع التنبؤ لثلاثة أشهر مقبلة.

t	y_t	$S_t = 0.3y_t + (0.7)\hat{y}_{t-1}$
1	10	**10**
2	15	**0.3(15) + 0.7(10) = 11.50**
3	12	**0.3(12) + 0.7(11.5) = 11.65**
4	30	**0.3(30) + 0.7(11.65) = 17.16**

[1] SES : Simple Exponential Smoothing or LES : Lissage Exponentiel Double

5	31	**21.31**
6	29	**23.62**
7	23	**23.43**
8	17	**21.50**
9	16	**19.85**
10	15	**0.3(15) + 0.7(19.85) = 18.40**
11		**18.40**
12		**18.40**
13		**18.40**

2-1. تقييم التمهيد

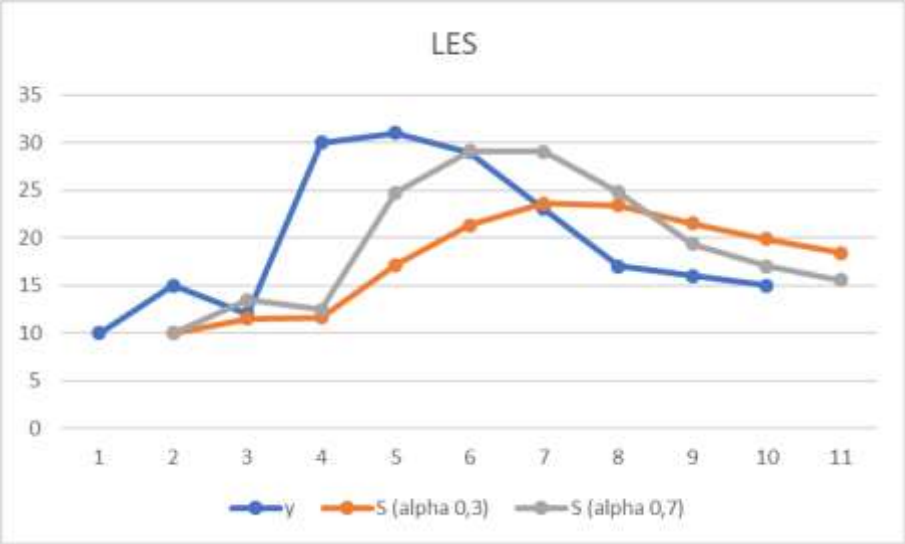
غالبا ما يتطلب التحليل حساب خطأ التقدير e_t سواء من أجل قياسه وتمثيله بيانيا أو من أجل استخدامه لحساب مؤشرات التقدير (MAE, MAPE, MSE, ...). هنا يجب أن نلاحظ أن كل قيمة ل S تقارن مع قيمة y التي تستهدفها، كما في المثال أدناه. يمكن التحكم في مقدار الخطأ من خلال معامل التمهيد؛ كلما كان معامل التمهيد أكبر كلما كان التمهيد أكثر مرونة، أي أكثر تتبعا للسلسلة مما يعني تقليل خطأ. لكن مرونة التمهيد تكون على حساب إظهار التوجه للمدى البعيد. لتحديد قيمة ثابت التمهيد، يمكن اختبار عدة قيم لألفا والمقارنة بينها من خلال الرسم البياني أو مؤشرات الدقة (MSE or MAE).

مثال 2.

- أحسب في بيانات المثال السابق خطأ التقدير e_t ثم أحسب MSE.
- قارن من خلال الرسم مع التمهيد الأسي بألفا يساوي 0.7.

t	y_t	$S_t(0.3)$	e_t	$S_t(0.7) = 0.7y_t + (0.3)\hat{y}_{t-1}$	e_t
1	10	**10**	/	**10**	/
2	15	**11.50**	**15 – 10 = 5**	**0.7(15) + 0.3(10) =13.50**	**15 – 10 = 5**
3	12	**11.65**	**12 – 11.5 = 0.5**	**0.7(12) + 0.3(13.5) = 12.45**	**12 – 13.5 = -1.5**
4	30	**17.16**	**30 – 11.65=18.35**	**0.7(30) + 0.3(14.45) = 24.74**	**30 – 12.45=17.55**
5	31	**21.31**	**31 – 17.16=13.85**	**29.12**	**31 – 24.74=6.26**
6	29	**23.62**	**29 – 21.31=7.69**	**29.04**	**29 – 29.12=-0.12**
7	23	**23.43**	**23 – 23.62=-0.62**	**24.81**	**23 – 29.04=-6.04**
8	17	**21.50**	**17 – 23.43=-6.43**	**19.34**	**17 – 24.81=-7.81**
9	16	**19.85**	**16 – 21.50=-5.5**	**17.00**	**16 – 19.34=-3.34**
10	15	**18.4**	**15 – 19.85=-4.85**	**0.7(15) + 0.3(17) = 15.6**	**15 – 17=-2**
			MSE =87.71		**MSE =54.13**

لاحظ أن MSE هو متوسط مربعات الفروق، ولم نظهر الحسابات هنا.



رسم توضيحي 2. القيم الأعلى لمعامل التمهيد تعطي تمهيدا أكثر مرونة.

يظهر الرسم كيف أن السلسلة بألفا 0.7 هي أقرب إلى السلسلة الأصلية من السلسلة المحولة بألفا 0.3، فهي أكثر مرونة وتتبعا السلسلة الأصلية. يكون خطأ التنبؤ كبيرا عند الانتقالات الكبيرة ل y، سواء صعودا أو نزولا، ثم تستدرك السلسلة الممهدة بسرعة أو ببطء بحسب قيمة ألفا.

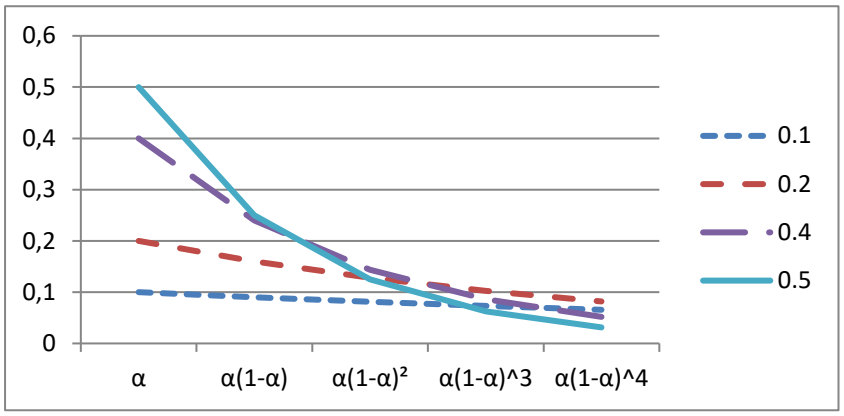
1-3. تفسير ألفا

التمهيد الأسي البسيط يدرج الحاضر– أي y_T – بوزن α، ويدرج الماضي (أو أيضا القيمة المتوقعة للحاضر)، بوزن (1 - α). لشرح ذلك نعيد كتابة المعادلة (1) بطريقة أخرى حيث نعوض $\hat{y}_{T-1}$ بما يساويها وهكذا إلى ثلاث قيم للوراء:

$$\hat{y}_t = \alpha y_t + (1-\alpha)\hat{y}_{t-1}$$
$$\hat{y}_t = \alpha y_t + (1-\alpha)[\alpha y_{t-1} + (1-\alpha)\hat{y}_{t-2}]$$
$$\hat{y}_t = \alpha y_t + (1-\alpha)\left[\alpha y_{t-1} + (1-\alpha)[\alpha y_{t-2} + (1-\alpha)\hat{y}_{t-3}]\right]$$
$$\hat{y}_t = \alpha y_t + \alpha(1-\alpha) y_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2 y_{t-2} + (1-\alpha)^3 \hat{y}_{t-3}$$
$$\dots$$
$$\hat{y}_t = \alpha y_t + \alpha(1-\alpha) y_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2 y_{t-2} + \cdots + \alpha(1-\alpha)^{t-1} y_1$$
$$\dots = \sum_{i=0}^{t-1} \alpha\,(1-\alpha)^i y_{t-i}$$

في المعادلة أعلاه قيم y الأكثر قدما لها معامل أصغر لأننا كلما عدنا إلى الوراء نضرب في (1 - α) وهي قيمة أقل من 1. تأخذ مشاهدات الماضي أوزانا متناقصة أسيا بسبب أن "ثابت التمهيد" أو "معامل التمهيد" أقل من 1. يبين الجدول التالي والرسم أن التناقص يكون أسرع كلما كانت ألفا أكبر.

α	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
$\alpha(1-\alpha)$	0.090	0.160	0.210	0.240	0.250
$\alpha(1-\alpha)^2$	0.081	0.128	0.147	0.144	0.125
$\alpha(1-\alpha)^3$	0.073	0.102	0.103	0.086	0.063
$\alpha(1-\alpha)^4$	0.066	0.082	0.072	0.052	0.031



رسم توضيحي 3. تناقص الأوزان بالعودة إلى الوراء في الزمن من أجل قيم مختلفة لمعامل التمهيد

تعبر ألفا عن أهمية الحاضر؛ اختيار ألفا كبير (أقرب إلى 1) يعني إعطاء أهمية أكبر للقيم الحديثة، من أجل تسريع ردة فعل التوقع لملاحقة التغيرات الأخيرة للسلسلة. نقول في هذه الحالة أن التنبؤ أو **التمهيد مرن**. على العكس من ذلك، اختيار قيمة صغيرة لمعامل التمهيد يعني إعطاء أهمية أكبر لماضي السلسلة البعيد واستيعاب معلوماتها، وتقليص تباين السلسلة الممهدة، ونقول في هذه الحالة أن **التمهيد صلب**. أقصى قيمة ل α، أي 1، تعني إغفال تام لماضي السلسلة فتصبح القيمة المتوقعة للفترة الموالية هي القيمة الحالية نفسها. إعطاء صفر كثابت تمهيد فيجعل التنبؤ ثابتا عند أول قيمة في السلسلة.

يطلق البعض معامل التمهيد Damping factor على (1 – α) بدلا من α، كما هو الحال في بعض البرمجيات مثل محلل البيانات.

لاحظ.

- يمكن كتابة المعادلة (1) بدلالة خطأ التنبؤ فنكتب (لتخفيف الترميز نضع جانبا رمز الأفق ونكتفي بمؤشر اللحظة):

$$\hat{y}_t = \alpha y_t + (1-\alpha)\hat{y}_{t-1}$$
$$= \alpha y_t + \hat{y}_{t-1} - \alpha\hat{y}_{t-1}$$
$$= \alpha(y_t - \hat{y}_{t-1}) + \hat{y}_{t-1}$$
$$\hat{y}_t = \alpha e_t + \hat{y}_{t-1} \ldots . (2)$$

تعني هذه الصيغة أن **التوقع الحالي يساوي التوقع السابق معدلا بالخطأ الحالي**. تستخدم هذه الصيغة الأخيرة أحيانا لتسهيل الحسابات فهي تتضمن جداء واحدا بدل اثنين.

4-1. حدود طريقة التمهيد الأسي البسيط

يعجز التمهيد الأسي البسيط عن الملاحقة المباشرة للتوجه والموسمية، وعن احتسابهما في التنبؤ، لذلك يصلح التمهيد الأسي البسيط عندما تكون الظاهرة خالية مستقرة، خالية من هذين المكونين، فهو يعطي القيمة نفسها كتوقع أيا كان الأفق:

$$\hat{y}_n(h) = \hat{y}_n(1), \quad \forall h$$

في وجود توجه يأتي التوقع بطريقة التمهيد الأسي البسيط **متحيزا**، ويزيد خطأ التقدير مع زيادة الأفق ويبقى بنفس الإشارة.

مثال2: قم بالتمثيل البياني للسلسة التالية والمحولة باستخدام التمهيد الأسي بمعامل 0.6.
أحسب خطأ التقدير، وأحسب القيم المتوقعة الثلاث الموالية. علق على إشارة الخطأ.

t	y	$\hat{y} = 0{,}6(y_t) + 0{,}4(\hat{y}_{t-1})$	e_t
1	11,2	11,20	/
2	13,4	0.6(13.4)+0.4(11.2) = 12,52	13,4 – 11,2 = 2,2
3	13,6	0.6(13.6)+0.4(12.52) = 13,17	13,6 – 12,52 = 1,08
4	15,8	0.6(15.8)+0.4(13.17) = 14,75	15,8 – 13,7 = 2,63
5	18	16,70	3,25
6	19,2	18,20	2,5
7	18,4	18,32	0,2
8	19,6	19,09	1,28
9	22,8	21,32	22.8–19.09=3,71
10	22	0.6(22)+0.4(21.32)= 21,73	22–21.32 = 0,68
11	/	21,73	/
12	/	21,73	/
13	/	21,73	/
14	/	21.73	/

قيم الخطأ كلها من نفس الإشارة، وهذا لأن **التوجه جعل التقدير منحازا**، لأن الطريقة لا تأخذ في الاعتبار التوجه بشكل جيد. في الواقع لا يصلح التمهيد البسيط أيضا في حالة وجود موسمية ولا للمدى البعيد. القيمة المتوقعة للفترات الثلاث الموالية هي ذاتها آخر قيمة ل S أي 21.73 لكل من الفترات الثلاث.

رسم توضيحي 4. التمهيد الأسي البسيط لا يأخذ في الاعتبار التوجه عند التنبؤ

لاحظ.

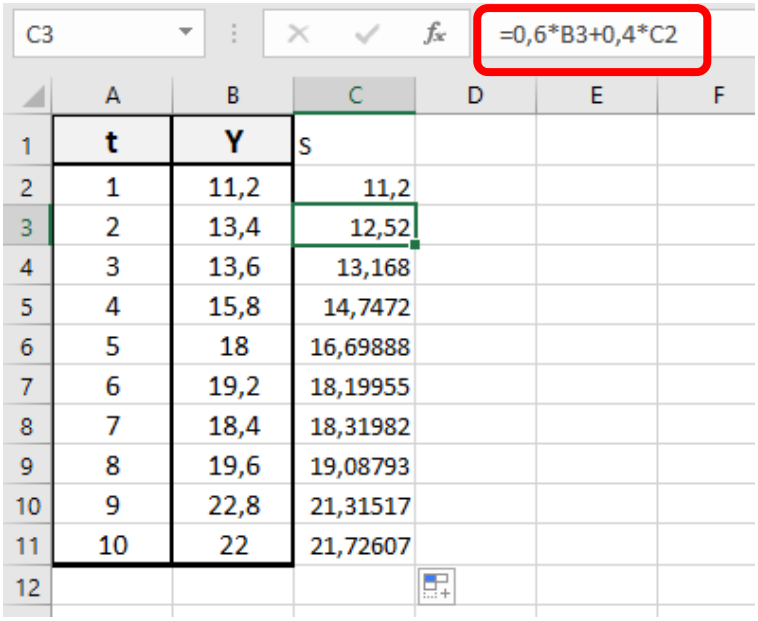
- لالتقاط التوجه العام يستخدم التمهيد الأسي المضاعف لبراون (Bourbonnais, 2001)[1]، أو تمهيد هولت Holt. لاستيعاب كلا من التوجه والموسمية يستخدم تمهيد **هولت – وينترز**. يمكن أيضا في حالة وجود توجه إزالته بالتفريق ثم القيام بالتنبؤ على التفريق.
- في مختلف نماذج التنبؤ، غالبا ما نقيم النموذج باستخدام تقسيم العينة إلى عينة بناء وعينة اختبار، فنبني النموذج باستخدام عينة البناء، أي على 80 بالمائة من البيانات التاريخية الأولى، ونترك الباقي كعينة اختبار نقارن من خلالها التنبؤ مع القيم الحقيقية.

1-5. التمهيد الأسي البسيط في *Excel*

لحساب التمهيد البسيط في Excel – مثلا بيانات المثال السابق – نقوم بالخطوات التالية:

- ندخل البيانات (قيم y_t و t) في عمودين
- ننسخ القيمة الأولى y_1 إلى كقيمة إبتداء في أول خلية للعمود المجاور ونسمي هذا الأخير ^y
- في الخلية الموالية للعمود ^y نكتب الدالة. مثلا إذا كانت ألفا 0.6 و y في العمود B و ^y في العمود C والسطر الأول خصص للعناوين (كما يبين الجدول أسفله)، حين إذن نكتب :
  =0.6*B2+0.4*C2
- ننسخ الخلية السابقة إلى الأسفل إلى غاية نهاية العمود.

[1] Lissage Double de Brown



	A	B	C	D	E	F
1	t	Y	S			
2	1	11,2	11,2			
3	2	13,4	12,52			
4	3	13,6	13,168			
5	4	15,8	14,7472			
6	5	18	16,69888			
7	6	19,2	18,19955			
8	7	18,4	18,31982			
9	8	19,6	19,08793			
10	9	22,8	21,31517			
11	10	22	21,72607			
12						

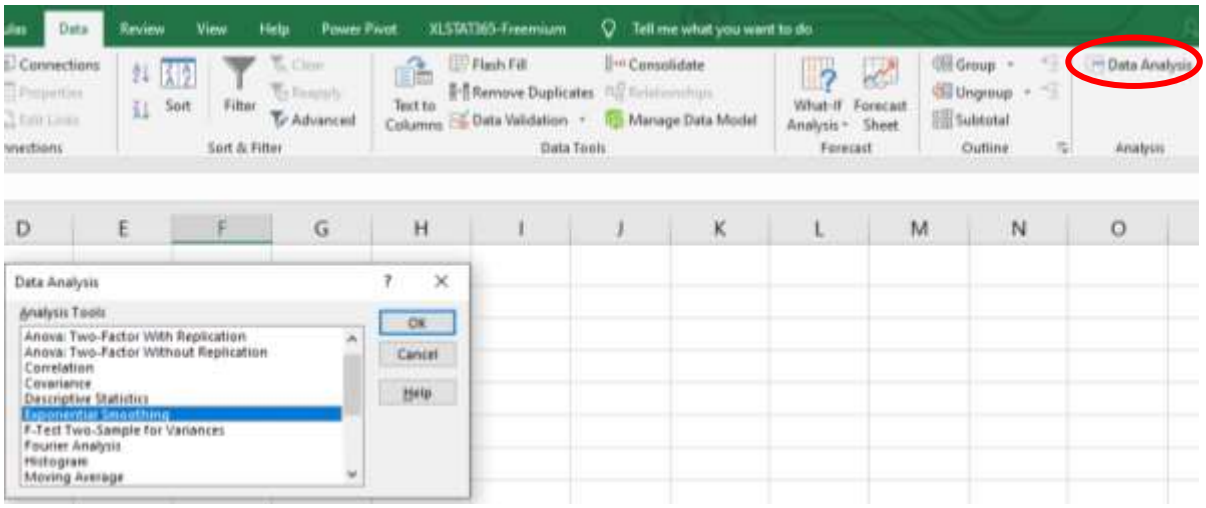
للحصول على التمثيل البياني يكفي أن نعلم على العمودين y و S ونطلب التمثيل البياني من قائمة Insert.

يمكن أيضا استخدام محلل البيانات Data Analyser لحساب التمهيد الأسي البسيط[1] مع رسم بياني للمتغيرة الأصلية والمحولة ومقدار خطأ التقدير. بعد إدخال بيانات y في عمود، نقوم بالخطوات التالية:

Data → Data Analyzis → Exponential Smoothing
Input Range: B1:B13
Damping Factor: 0.4
Check Label ?
Output Range: C2
Check Chart Output

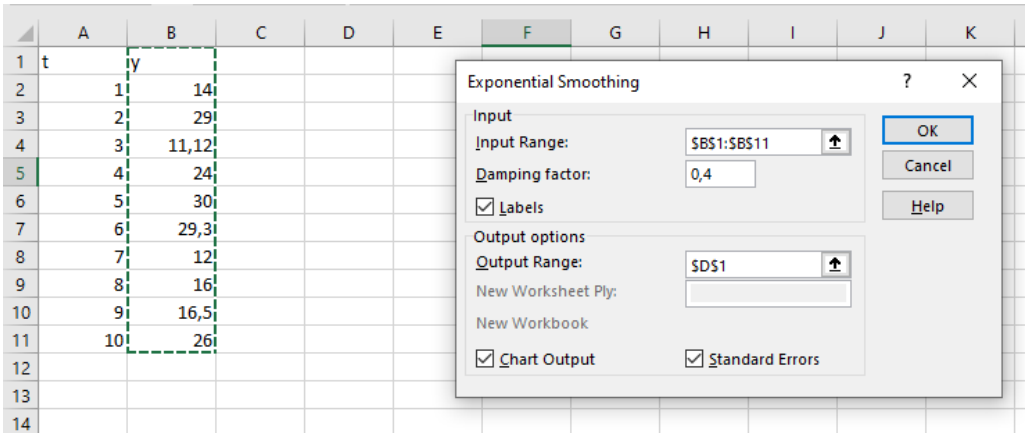
تظهر الصورتين التاليتين كيفية اختيار التمهيد الأسي وتحديد معلمته وتحديد البيانات وطلب الرسم البياني وطلب إظهار المتبقي. الصورة الاولى تظهر اختيار التمهيد الأسي Exponential smoothing من قائمة الأدوات الإحصائية لمحلل البيانات Data Analysis:

[1] من بين البرامج التي تتضمن التمهيد الأسي أيضا لغة R وSTATA وSPSS وغيرها لكن هناك برامج صغيرة تلحق ب Excel وتتضمن العديد من الأدوات الإحصائية من بينها التمهيد الأسي. من هذه البرمجيات XLSTAT365- freemium الذي يحسب التمهيد الأسي البسيط والمضاعف والثلاثي، مع إظهار الخطأ ومؤشرات الخطأ، والرسم البياني، ويتطلب العمل به فتح حساب والاتصال بالإنترنت.

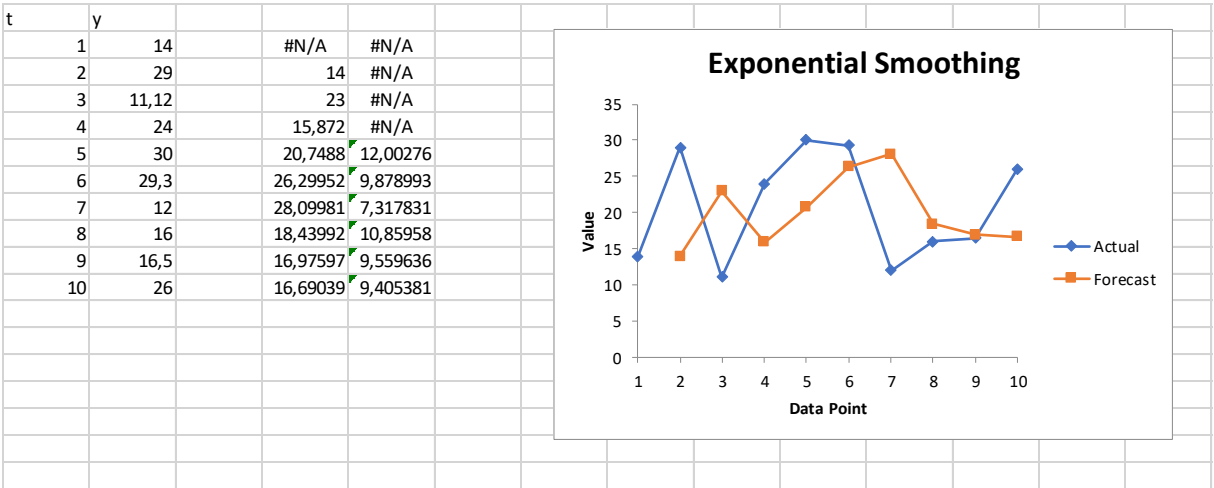


صورة 1 طلب التمهيد الأسي في قائمة الأدوات الإحصائية لمحلل البيانات Data->Data Analysis

تبين الصورة التالية كيفية تعبئة مربع الحوار عندما نطلب التمهيد الأسي من قائمة الأدوات الإحصائية. لاحظ أن القيمة التي يجب أن ندخلها في "Damping factor" هنا هي (α – 1).



صورة2 إدخال البيانات إلى مربع الحوار



t	y			
1	14		#N/A	#N/A
2	29		14	#N/A
3	11,12		23	#N/A
4	24		15,872	#N/A
5	30		20,7488	12,00276
6	29,3		26,29952	9,878993
7	12		28,09981	7,317831
8	16		18,43992	10,85958
9	16,5		16,97597	9,559636
10	26		16,69039	9,405381

صورة 3. مخرجات محلل البيانات للتمهيد الاسي البسيط: بالإضافة للرسم البياني للسلسلة (actual) والتمهيد (forecast)، يعطي البرنامج عمود لقيم التمهيد وعمود لحساب RMSE لكل آخر ثلاث قيم.

2. التمهيد الأسي المضاعف (تمهيد براون)

تعريف بالطريقة

استخدام Excel

في R

يمكن للتمهيد الأسي المضاعف أن يأخذ في الاعتبار التوجه، وذلك من خلال إدراج معلمة ثانية في النموذج. التمهيد الأسي المضاعف يسمح أيضا باحتساب تغير التوجه تدريجيا أو دفعة واحدة. هناك نوعين من التمهيد المضاعف، تمهيد هولت (1957) الذي طوره فيما بعد وينترز (1960)، وتمهيد براون (1956)، وهو الذي ندرسه فيما يلي.

2-1. تعريف بالطريقة

يسمح التمهيد الأسي المضاعف[1] بتمهيد السلسلة التي تحتوي على مكون التوجه (لكن ليس الموسمية).

يستخدم DES دالة خطية للتوقع تتغير معاملاتها a و b في كل فترة:

$$\hat{y}_t(h) = a_t h + b_t \quad ....(3)$$

يتغير المعاملان مع كل قيمة للمتغيرة كما يلي:

$$a_t = \frac{\alpha}{1-\alpha}[S_t - S'_t] \quad ....(4)$$

$$b_t = 2S_t - S'_t \quad ....(5)$$

S هو التمهيد الأسي ل Y، و S' هو التمهيد الأسي ل S بنفس المعامل.

خطوات تمهيد براون هي إذن كالتالي:

1. حساب S : تمهيد بسيط، مع الابتداء بأول قيمة ل y أو متوسط 3 أو 4 قيم الأولى،
2. حساب S': إعادة تمهيد السلسلة S بنفس معامل التمهيد،
3. حساب المعاملين a_t و b_t،
4. استخدام المعاملين a_t و b_t لحساب القيمة الممهدة والمتوقعة.

مثال: لديك عدد الوحدات التالفة المنتجة في معمل ما شهريا.

Dates	Jan	Fev	Mar	Avr	Mai	Juin	Juil	Aout	Sept	Oct	Nov	Dec
Y	57	55	63	66	63	67	67	69	75	79	76	82

[1] DES: Double Exponential Smoothing or LED: Lissage Exponentiel Double

- مثل البيانات للتحقق من صلاحيتها للتنبؤ بطريقة DES (وجود توجه وعدم وجود موسمية)،
- استخدم الطريقة للتنبؤ بعدد المنتجات المعيبة للأشهر الأربع المقبلة. استخدم ألفا يساوي 0.5.

t	y	$S = \alpha y_t + (1-\alpha)\hat{y}_{t-1}$	$S' = \alpha s_t + (1-\alpha)s'_{t-1}$	$a_t = \frac{\alpha}{1-\alpha}[S_t - S'_t]$	$b_t = 2S_t - S'_t$	$\hat{y}_t = a_t(h) + b_t$
1	**57**	57	57	0	57.00	**57**
2	**55**	0.5(55) + 0.5(57) = 56	0.5(56) + 0.5(57) =56.50	(0.5/(1–0.5))(56–56.5)= –0.50	2(55)–56.5= 55.50	**–0.5(1) + 55.5 = 55**
3	**63**	0.5(63+56)=59.5	0.5(59.5+56.5)=58	(0.5/(1–0.5))(59.5–58) =1.50	2(59.5)–58=61	**1.5(1) + 61 = 62.5**
4	**66**	62.75	60.38	62.75 – 60.38 =2.38	2(62.75)–60.38 =65.13	**2.38 (1) + 65.13 = 67.50**
5	**63**	62.88	61.63	62.88 – 61.63 = 1.25	64.13	**65.38**
6	**67**	64.94	63.28	1.66	66.59	**68.25**
7	**67**	65.97	64.63	1.34	67.31	**68.66**
8	**69**	67.48	66.05	1.43	68.91	**70.34**
9	**75**	71.24	68.65	2.59	73.84	**76.43**
10	**79**	75.12	71.88	3.24	78.36	**81.59**
11	**76**	75.56	73.72	1.84	77.40	**79.24**
12	**82**	78.78	76.25	**2.53**	**81.31**	**83.84**
13						**2.53(2) + 81.31 = 86.37**
14						**2.53(3) + 81.31 = 88.90**
15						**2.53(4) + 81.31 = 91.42**

يمثل المعامل a توجه السلسلة ويضاف لاحتساب التوجه، بينهما يمثل b المستوى الابتدائي.

رسم توضيحي 5. التمهيد الأسي المضاعف يحتسب التوجه في التنبؤ

3-2. التمهيد الأسي المضاعف في *Excel*

للقيام بالتمهيد الأسي المضاعف DES والتنبؤ لفترة قادمة يمكن استخدام محلل البيانات لاستخراج الخطوتين الأوليين وهما استخراج S و S'. بعدها، وفي أعمدة مجاورة وباستخدام الدوال المناسبة نقوم باستخراج المعاملين a و b وأخيرا التمهيد y^.

الصورة التالية تبين الدوال المستخدمة.

	A	B	C	D	E	F	G
1	t	y	S	S'	a	b	LED
2	1	57	=B2	=C2	=(0,5/(1-0,5))*(C2-D2)	=2*C2-D2	=E2+F2
3	2	55	=0,5*B3+0,5*C2	=0,5*C3+0,5*D2	=(0,5/(1-0,5))*(C3-D3)	=2*C3-D3	=E3+F3
4	3	63	=0,5*B4+0,5*C3	=0,5*C4+0,5*D3	=(0,5/(1-0,5))*(C4-D4)	=2*C4-D4	=E4+F4
5	4	66	=0,5*B5+0,5*C4	=0,5*C5+0,5*D4	=(0,5/(1-0,5))*(C5-D5)	=2*C5-D5	=E5+F5
6	5	63	=0,5*B6+0,5*C5	=0,5*C6+0,5*D5	=(0,5/(1-0,5))*(C6-D6)	=2*C6-D6	=E6+F6
7	6	67	=0,5*B7+0,5*C6	=0,5*C7+0,5*D6	=(0,5/(1-0,5))*(C7-D7)	=2*C7-D7	=E7+F7
8	7	67	=0,5*B8+0,5*C7	=0,5*C8+0,5*D7	=(0,5/(1-0,5))*(C8-D8)	=2*C8-D8	=E8+F8
9	8	69	=0,5*B9+0,5*C8	=0,5*C9+0,5*D8	=(0,5/(1-0,5))*(C9-D9)	=2*C9-D9	=E9+F9
10	9	75	=0,5*B10+0,5*C9	=0,5*C10+0,5*D9	=(0,5/(1-0,5))*(C10-D10)	=2*C10-D10	=E10+F10
11	10	79	=0,5*B11+0,5*C10	=0,5*C11+0,5*D10	=(0,5/(1-0,5))*(C11-D11)	=2*C11-D11	=E11+F11
12	11	76	=0,5*B12+0,5*C11	=0,5*C12+0,5*D11	=(0,5/(1-0,5))*(C12-D12)	=2*C12-D12	=E12+F12
13	12	82	=0,5*B13+0,5*C12	=0,5*C13+0,5*D12	=(0,5/(1-0,5))*(C13-D13)	=2*C13-D13	=E13+F13
14	13						=G13+E$13
15	14						=G14+E$13
16	15						=G15+E$13
17	16						=G16+E$13

صورة 4. الدوال المستخدمة في Excel لاستخراج التمهيد الأسي المضاعف والتنبؤ.

تمهيد هولت مثل سابقه يأخذ التوجه في الحسبان لكن بمرونة أكبر من خلال إضافة معامل بيتا. تمهيد هولت – وينتر الموسمي الجمعي، يستخدم ثلاثة معالم، يأخذ في الحسبان التوجه المتغير مع الوقت والموسمية المستقرة (نموذج جمعي). تمهيد هولت – وينتر الموسمي الجدائي، يستخدم ثلاثة معالم، يأخذ في الحسبان التوجه المتغير مع الوقت والموسمية غير المستقرة (نموذج جدائي).

4-2التمهيد الأسي البسيط في *R*

أولا: التنبؤ بطريق التمهيد الاسي البسيط باستخدام دالة ses():

مثال1.

ندخل بيانات ما ومن ثم نقوم بحساب التنبؤ بطريقة التمهيد الاسي البسيط، ومن ثم نعرض رسما بيانيا للسلسلة مع التنبؤ باستخدام autoplot() وهي دالة من حزمة fpp2 (ينبغي أن تحمل وإن لم يتم تثبيتها من قبل أن تثبت أولا ثم تحمل).

```
library(fpp2)
```

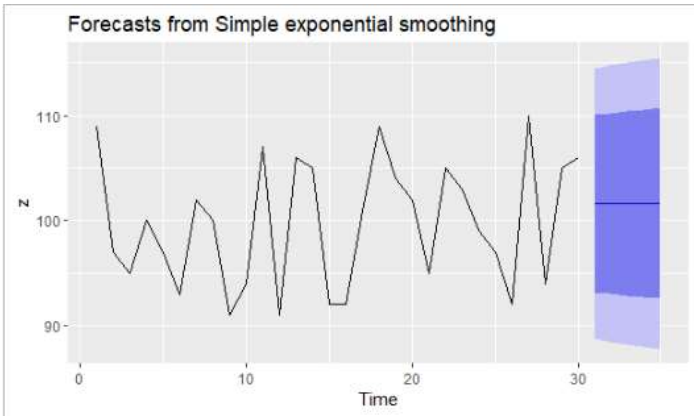
```
x=c(
109,97,95,100,97,93,102,100,91,94,107,91,106,105,92,92,101,109,104,1
02,95,105,103,99,97,92,110,94,105,106)

Exp=ses(x,alpha=0.2,h=5)
Exp
```

```
   Point Forecast    Lo 80    Hi 80    Lo 95    Hi 95
31       101.6355 93.20621 110.0648 88.74402 114.5270
32       101.6355 93.03928 110.2317 88.48872 114.7823
33       101.6355 92.87553 110.3955 88.23828 115.0327
34       101.6355 92.71478 110.5562 87.99244 115.2786
35       101.6355 92.55688 110.7141 87.75095 115.5200
```

لاحظ أن القيمة المتوقعة هي ذاتها لكل الفترات، والذي يتغير هو فقط مجال الثقة. لإظهار ذلك أكثر نطلب الرسم:

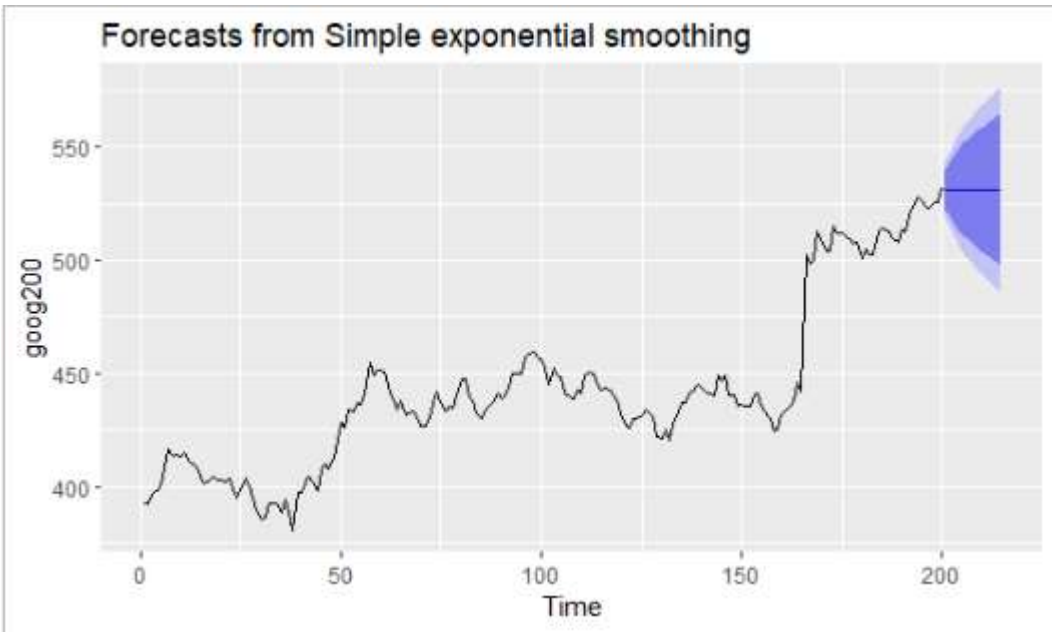
```
autoplot(Exp)
```



من الواضح أن التنبؤ بطريقة التمهيد الاسي البسيط ملائم نظرا لغياب التوجه والموسمية. لكن يمكن القول أن التقدير تنقصه الدقة نظرا لسعة مجال الثقة حوله، وسبب ذلك شدة تباين السلسلة وقصرها (30 مشاهدة فقط).

مثال2. نستخدم هنا سلسلة أكبر، حيث نقوم بالتنبؤ ل 15 قيمة لاحقة بطريقة التمهيد الأسي البسيط لبيانات goog200 وهي سعر سهم قوقل (Google) خلال 200 يوم. يمكن أن نترك تحديد ألفا للبرنامج بإدخال alpha= NULL، كما يمكن تغيير مجالي مستوى الثقة بالتعليمة level، أو ترك القيم الافتراضية وهي 80 و 95 وفي هذه الحالة لا نحتاج للمدخلة level.

```
sgoog200<-ses(goog200,h=15,alpha=NULL,level=c(85,95))
autoplot(sgoog200)
```



يبين الرسم أن التمهيد الاسي البسيط يصلح هنا فقط إذا أهملنا التوجه في الأسبوعين المقبلين. إغفال التوجه في مثل حالتنا يمكن أن يكون معقولا فقط إذا كان الأفق قريبا.

ثانيا: التمهيد والتنبؤ بطريقة التمهيد الاسي البسيط باستخدام Holtwinters() وهي دالة موجودة لا تتطلب تحميل حزمة ما.

تستخدم الدالة HoltWinters() لإجراء تمهيد HW ثلاثي المعالم، هذه المعالم تمكن من إجراء تمهيد أسي بسيط أو مضاعف أو ثلاثي، وهي مدخلات الدالة، وتسمى : alpha، beta، gamma. للحصول على تمهيد أسي مضاعف نعين gamma = false، وللحصول على تمهيد أسي بسيط نقوم بتعيين: beta = false, gamma = false.

مثال:

- فيما يلي نقوم بحساب تمهيد أسي بسيط باستخدام الدالة HoltWinters() بمعامل alpha = 0.2 ونخزن التمهيد في متغيرة نسميها SESAirP. ثم نطلب إظهار هذه المتغيرة.

```
> SESAirP<-HoltWinters(AirPassengers,alpha=0.2,beta=FALSE,gamma=FALS
E)
> SESAirP

Holt-Winters exponential smoothing without trend and without seasona
l component.

Call:
HoltWinters(x = AirPassengers, alpha = 0.2, beta = FALSE, gamma = FA
LSE)

Smoothing parameters:
 alpha: 0.2
 beta : FALSE
 gamma: FALSE
```

```
Coefficients:
      [,1]
a 469.6301
```

- للتنبؤ لسنة أي 12 شهر مقبل.

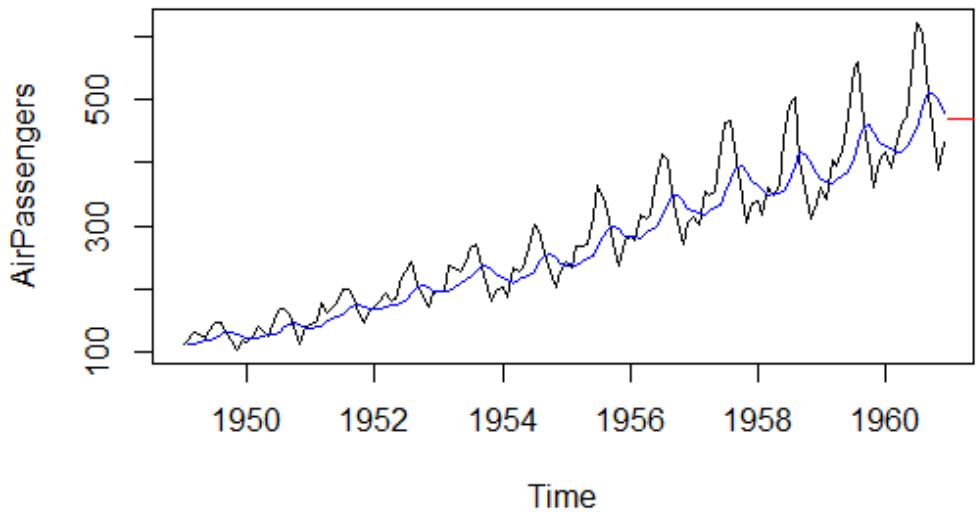
```
> predAP<-predict(SESAirP,n.ahead=12)
> predAP
```

```
         Jan      Feb      Mar      Apr      May      Jun      Jul
1961 469.6301 469.6301 469.6301 469.6301 469.6301 469.6301 469.6301
         Aug      Sep      Oct      Nov      Dec
1961 469.6301 469.6301 469.6301 469.6301 469.6301
```

لاحظ أن القيمة المتوقعة هي نفسها لكل الأشهر، و لذلك لا يصلح التمهيد الأسي البسيط لهذه السلسلة، فهو لا يحتسب التوجه والموسمية الموجودان في السلسلة.

- للقيام بالتمثيل البياني للتنبؤ (بلون أحمر) والتمهيد (لون أزرق) مع السلسلة.

```
> plot.ts(AirPassengers)
> lines(SESAirP$fitted[,1],col="blue")
> lines(predAP[,1],col="red")
```



3. خلاصة

يسمح التمهيد بالتخلص من تعرجات الموسمية والتعرجات الأخرى في السلسلة لإظهار التوجه العام للسلسلة. تناولنا في هذا الفصل ثلاث طرق للتمهيد الأسي، وهي التمهيد الأسي البسيط، التمهيد الأسي المضاعف لبراون والتمهيد الأسي المضاعف لهولت. يتميز التمهيد الأسي البسيط بسهولته في الحساب، غير أنه لا يلائم السلاسل التي تتضمن موسمية أو تتضمن توجها. التمهيد الثنائي لبراون أو لهولت هما أقدر على تتبع التوجه في السلسلة. عن طريق معاملات التمهيد يقوم المحلل بتكييف وضبط شدة التمهيد بحسب السلسلة وبحسب الأغراض التي يرمي إليها، وغالبا ما يقوم المحلل بتجربة التمهيد بأكثر من

طريقة وأكثر من قيمة للمعامل أو المعاملات المستخدمة. نظرا لطول الحسابات فإنه لا غنى عن استخدام البرمجيات لذلك عرضنا إلى كيفية استخدام برنامج *Excel* وبرنامج *R*.

4. ملحق: التمهيد الأسي المضاعف لهولت

يقوم هذا التمهيد على تفكيك التنبؤ إلى مكونين هما المستوى والتوجه: المستوى L والتوجه T. يتم تقدير كل مكون على حدة ومن ثم الدمج بينها لحساب القيمة المتوقعة.

صيغة التمهيد هولت هي كالتالي:

$$\hat{y}_{t+h} = L_t + h * T_t$$

حيث h هو أفق التنبؤ والمكونان L و T يقدران من خلال الحاضر والماضي كل باستخدام معامل خاص:

$$L_t = \alpha(Y_t) + (1-\alpha)(L_{t-1} + T_{t-1})$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1}$$

حيث المعاملين ألفا وبيتا محصورين بين 0 و1، ويمكن اختيارهما على أساس تدنية قيمة مؤشر من مؤشرات الفروق، مثلا MSE.

L_t: مكون المستوى في الفترة t، ويقدر في المعادلة: من الحاضر (من خلال Y_t) بمعامل الفا، ومن الماضي (المستوى زائد التوجه السابقين) ب $(1-\alpha)$.

T_t: التوجه في الفترة t، وهو الفرق أو الانتقال في المستوى L من الفترة السابقة إلى الحالية:

$$T_t = L_t - L_{t-1}$$

ويقدر من الحاضر (فرق المستوى) ب β ومن الماضي (التوجه السابق) ب (1 − β).

الابتداء: أحد الطرق لابتداء المكونين هي : $L_1 = Y_1$ و$T_2 = (Y_2 - Y_1)$

يمكن أيضا استخدام دالة التوجه الخطي من خلال نصف البيانات (قاعدة عملية ليس لها أساس نظري).

5. سلسلة تمارين

التمارين

تمرين 1. أسئلة نظرية

1. ما هو الهدف من التمهيد الأسي؟
2. أكتب المعادلة التي تعطي $\hat{y}_t(1)$ في SES بدلالة القيمة الحالية.
3. أكتب المعادلة التي تعطي $\hat{y}_t(1)$ في SES بدلالة الخطأ.
4. كيف تصبح المعادلتين أعلاه في حالة ثابت التمهيد يساوي 0.5؟ 0؟ 1؟ وماذا يعني كل من ذلك؟

5. صحيح أم خطأ، ولماذا؟

- إعطاء قيمة متدنية ل ألفا في SES يجعل السلسلة الممهدة غير مرنة.
- التنبؤ بطريقة SES لا يأخذ في الاعتبار الموسمية والتوجه.
- التنبؤ بطريقة SES يصلح للمدى القصير.
- التمهيد الأسي البسيط يختلف عن المتوسطات المتحركة البسيطة في أنه يعطي أوزانا متناقصة أسيا كلما عدنا إلى الوراء.

6. أكتب معادلة التنبؤ بطريقة التمهيد الأسي المضاعف، وصيغة حساب المعاملين.
7. ماذا يمثل كل من المعاملين في DES؟
8. ماهي خطوات DES؟

تمرين 2. التمهيد الأسي البسيط

لديك البيانات التالية للمبيعات الثلاثية لمؤسسة ما.

- قدر المبيعات لثلاث أشهر تالية باستخدام SES بمعامل 0.4 مع البدء بمتوسط كل السلسلة.
- قم بالتمهيد SES بمعامل 0.8 وقارن مع التمهيد السابق من خلال مؤشرات الدقة MSE وMAE.
- قارن بين التمهيدين من خلال الرسم البياني.
- إستخدم محلل البيانات Data Analyser للقيام بالتمهيد. استخدم sumsq لحساب MSE.

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y	33	42	41	33	46	60	52	56	36	50	44	36	48	36	56	35	57	60	49	58

تمرين 3. التمهيد الأسي البسيط والموسمية والتوجه

لديك البيانات التالية للمبيعات الثلاثية لمؤسسة ما.

- قم بتمهيد السلسلة بمعامل 0.4 وقدر المبيعات الثلاثية للسنة المقبلة.
- قم بالتمثيل البياني للسلسلة الأصلية والممهدة مع القيم المتوقعة وعلق على النتائج. هل يأخذ SES في الاعتبار الموسمية؟ هل يأخذ في الاعتبار التوجه؟
- أحسب مؤشرات الدقة MSE وMAE عند استخدام ألفا 0.4 و0.8.
- إستخدم محلل البيانات Data Analyser للقيام بالتمهيد بمعاملات مختلفة ثم اختر أحسن معامل الذي يخفض قيمة MSE. استخدم sumsq لحساب MSE.

Trim	déc-1999	mars-2000	juin-2000	sept-00	déc-00	mars-2001	juin-01	sept-01	déc-01	mars-2002	juin-02	sept-02
y	50	48	40	34	45	42	38	30	40	38	36	30

تمرين 4. التمهيد الأسي المضاعف DES

إنطلاقا من بيانات التمرين السابق، قم بما يلي:

- قم بتمهيد DES للسلسلة بمعامل ألفا 0.4 مع تقدير المبيعات للثلاثيات الثلاث المقبلة.
- قم بتمثيل كل من S و y^ مع البيانات الأصلية في ذات الرسم وعلق على التمهيد ودقة التنبؤ.

تمرين 5. إستخدام Data Analyser

إنطلاقا من بيانات التمرين السابق، قم بما يلي:

- إستخدم محلل البيانات Data Analyser للقيام بالتمهيد الأسي البسيط والمضاعف بمعامل 0.4 والتنبؤ بمبيعات الثلاثيات الثلاث المقبلة.
- بنفس الطريقة جرب معامل آلفا 0.8 و 0.2 ، ومثل بيانيا السلسلة Y ومعها السلسلتين المحولتين.
- أحسب الخطأ في كل من الحالتين وقارن بين قيمه في الحالتين. فسر الاختلاف بين الحالتين.

تمرين 6. SES وDES في XLSTAT365

لديك البيانات التالية التي تمثل المبيعات الأسبوعية من منتج منزلي (Thermostat). استخدم Excel وXLSTAT365 للقيام بما يلي (قم بتحميل XLSTAT365Freemium ليصبح مضافا ل Excel):

- استخدم التمهيدين الأسي البسيط والمضاعف بألفا 0.2 لتمهيد السلسلة والتنبؤ لستة أشهر.
- مثل بيانيا السلسلة الاصلية ثم التمهيدين الأسيين البسيط والمضاعف وعلق على الفرق بينهما.

- أحسب الخطأ في الحالتين (التمهيد الأسي البسيط والمضاعف) وعلق عليه.
- أحسب مؤشرات الدقة MSE, MAE , MAPE.

206	189	172	255
245	244	210	303
185	209	205	282
169	207	244	291
162	211	218	280
177	210	182	255
207	173	206	312
216	194	211	296
193	234	273	307
230	156	248	281
212	206	262	308
192	188	258	280
162	162	233	345

تمرين7. المقارنة بين SES وDES – بيانات البطالة في فرنسا.

أدخل إلى الرابط الجامعي التالي الذي يعطي البيانات الشهرية للبطالة في فرنسا بالمليون وقم بتعبئة البيانات في Excel ثم قم بتمهيد السلسلة باستخدام الطريقتين SES وDES

http://w3.mi.parisdescartes.fr/~vperduca/data/StatChomageFrance.data

قم بتقدير حجم البطالة للأشهر الأربع المقبلة بالطريقتين.

الحلول

6. مراجع

Anderson, S. W. (2007). *Statistiques pour l'économie et la gestion* (éd. 2). (A. David R., W. Dennis J., & A. Thomas A., Trads.) Bruxelles: De Booeck.

Bourbonnais, R. (2001). *Prévision des ventes, Polycopié du produit multimédia.* Paris: Université de Paris-Dauphine.

Droesbeck, J. J. (1997). *Eléments de statistique.* Belgique: Ellips.

Malhotra, N., Décaudin, J.-M., & Bouguerra, A. (2007). *Etude Marketing avec SPSS* (éd. 5). Paris: Pearson.

Peter, W. R. (1960). Forecasting sales by exponentially weighted moving averages. *Management Science, 6*(3), 324-342.