

## تمهيد هولت - وينترز

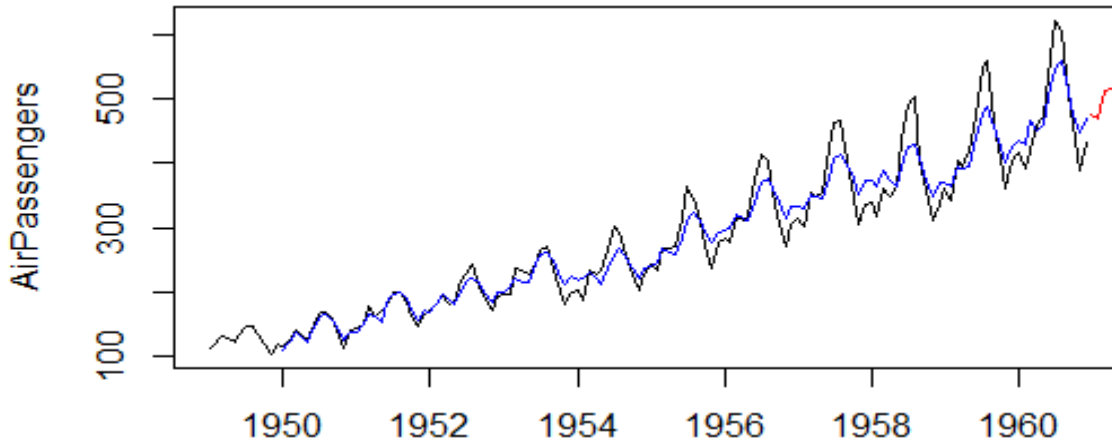
<b>165</b> .....	<b>فصل 8. تمهيد هولت - وينترز</b>
166 .....	1. تمهيد هولت - وينترز للنموذج الجدائي.....
166 .....	2-1. تعريف الطريقة.....
167 .....	1-2. خطوات الحساب.....
171 .....	2. التمهيد والتنبؤ بطريقة هولت-وينترز في Excel و R.....
171 .....	2-1. التنبؤ بطريقة HW في Excel باستخدام الدوال.....
174 .....	2-2. التنبؤ باستخدام ورقة التنبؤ Forecast Sheet.....
176 .....	3-2. تمهيد HW في R.....
180 .....	3. خلاصة.....
182 .....	4. ملحق: تمهيد هولت - وينترز للنموذج الجمعي.....
182 .....	2-1. تعريف بالطريقة.....
182 .....	2-2. خطوات الحساب.....
186 .....	5. سلسلة تمارين.....
189 .....	6-1. الحلول.....
189 .....	6. مراجع الفصل.....

## فصل 8. تمهيد هولت - وينترز

### تمهيد HW للنموذج الجدائي - تمهيد HW للنموذج الجمعي في Excel و R - خلاصة - ملحق - تمارين

**توطئة.** طريقة هولت-وينترز للتنبؤ والتمهيد (HW) هي نوع من أنواع التمهيد الأسي يستوعب كلا من التوجه والموسمية سواء الجمعية أم الجدائية. تمهيد HW هو طريقة سهلة ولكنها جيدة عمليا في التوقع للمدى القصير للطلب أو المبيعات (Chatfield & Yad, 1988).

تمهيد هولت-وينترز، يمكنه احتساب كلا المكونين التوجه والموسمية كما يبينه خط التمهيد والتنبؤ في الرسم، ويأخذ في الاعتبار تغير التوجه أو انعدامه أو تغير الموسمية، والطريقة تتكيف مع النموذجين الجمعي والجدائي.



رسم توضيحي 1. سلسلة عدد المسافرين دوليا (الوحدة 10000) مع خط التمهيد لهولت-وينترز

أنواع التمهيد البسيط والمضاعف لا يمكنها إلا احتساب أحد المكونين. نموذج براون (1923-2013) يحتسب التوجه لكنه لا يحتسب الموسمية، وكذلك نموذج هولت المضاعف (Holt (1957). في 1960 قام تلميذ لهولت، يدعى بيتر وينترز Winters بتحسين نموذج أستاذه بإدراج الموسمية من خلال معامل ثالث، فيما سمي بعد ذلك بتمهيد هولت-وينترز ثلاثي المعالم، ويسمى أيضا أحيانا تمهيد وينترز أو يسمى التمهيد الثلاثي. في 2003 قام جامس تايلر (Taylor (2003 بإدراج حالة تعدد الموسميات في دراسة على الطلب على الكهرباء في المدى القصير.

الهدف في هذا الفصل هو أن يصبح الطالب قادرا على تحديد متى يستخدم تمهيد هولت-وينترز، وفهم مدلول معالم الطريقة، والتحكم في حسابات التمهيد والتنبؤ يدويا وباستخدام Excel.

## 1. تمهيد هولت - وينترز للنموذج الجدائي

تعريف بالطريقة

خطوات التمهيد والتنبؤ

## 2-1. تعريف الطريقة

يسمح التمهيد HW الثلاثي باحتساب التوجه والموسمية، فهو أعم من التمهيد البسيط والمضاعف، ويمتاز النموذج الجدائي لتمهيد هولت-وينترز بأنه يستوعب تغير المكونات وارتباطها ببعضها. يقوم تمهيد HW على تفكيك التنبؤ إلى 3 مكونات: المستوى، التوجه، والموسمية، وتقدير كل مكون على حدة، ومن ثم الدمج بينها لحساب القيمة المتوقعة. تقدير المكونات الثلاث يتم باستخدام ثلاث معاملات  $\alpha$  و  $\beta$  و  $\gamma$  كأوزان للحاضر مقابل الماضي. صيغة هولت-وينترز للنموذج الجدائي هي كالتالي:

$$\hat{y}_t(h) = (L_t + hT_t) \times S_{t+h-p} \quad \dots(1)$$

$$L_t = \alpha(y_t/S_{t-p}) + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \quad \dots(2)$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1} \quad \dots(3)$$

$$S_t = \gamma(y_t/L_t) + (1 - \gamma)S_{t-p} \quad \dots(4)$$

$L_t$ : المستوى في  $t$ ، يقدر من الحاضر بإزاحة الموسمية عن  $y_t$ ، ومن الماضي بجمع المستوى والتوجه السابقين. يستخرج المتوسط المرجح للتقديرين بالمعاملين  $\alpha$  و  $(1 - \alpha)$  كما هو موضح أعلاه.  
 $T_t$ : التوجه في  $t$ ، يقدر من الحاضر بفرق المستوى الحالي عن السابق، ومن الماضي بالتوجه السابق.  
 $S_t$ : الموسمية في  $t$ ، يقدر من الحاضر بإزاحة المستوى عن  $y_t$  ومن الماضي بنظيره من النافذة السابقة.  
 $P$ : نافذة الموسمية

$h$ : أفق التنبؤ. يساوي 1 إلى غاية انتهاء السلسلة وعندها يمتد إلى قيم أكبر تدريجياً.

المعاملات  $\alpha$  و  $\beta$  و  $\gamma$  هي أوزان الحاضر لكل من المستوى، التوجه والموسمية، وهي بين 0 و1.  
 $\alpha$ : معامل تمهيد المستوى؛ القيم الأعلى تعطي وزناً أكبر للقيم الحديثة ل  $\gamma$  وبالتالي تمهيداً أكثر مرونة وأقل استقراراً؛ والقيم الصغيرة تعطي وزناً أكبر للقيم القديمة مما يجعل التمهيد أقل مرونة.

$\beta$ : معامل تمهيد التوجه، القيم الأعلى تعطي وزناً أكبر للقيم الحديثة ل  $T_t$ .

$\gamma$ : معامل تمهيد الموسمية، القيم الأعلى تعني وزناً أكبر للقيم الحديثة ل  $S_t$ . الصفر يعني غياب الموسمية.

لاحظ. الصيغة (1) تعطي التنبؤ لنافذة واحدة لكن المبدأ العام هو العودة دائماً إلى معاملات

الموسمية الأخيرة المتوفرة. مثلاً، للتنبؤ لتاريخ في النافذة الثانية تصبح الصيغة:

$$\hat{y}_t(h) = (L_t + hT_t) \times S_{t+h-2p}$$

## 1-2. خطوات الحساب

1 - تحديد نوع النموذج والمعاملات ونافاذة الموسمية: التمثيل البياني يساعد على تحديد التمهيد المناسب وتحديد نفاذة الموسمية  $p$  (التحقق من وجود موسمية واضحة وواحدة)، ومعاملات التمهيد.

2- الإبتداء: لمعاملات الموسمية  $S_j$  والمستوى والتوجه يكون وفق المعادلات التالية:

$$m(y_j) = (y_1 + y_2 + \dots + y_j + \dots + y_p) / p ;$$

$$S_j = y_j / m(y_j), j = 1, \dots, p.$$

$$L_{p+1} = y_{p+1} / S_1$$

$$T_{p+1} = L_{p+1} - y_p / S_p$$

3- التمهيد: حساب  $S_{p+1}$  باستخدام المعادلة (4)، ثم إكمال التمهيد باستخدام المعادلات من 1 إلى 4.

4- التنبؤ: التنبؤ حسب الدالة (1) يكون باستخدام آخر قيمة ل  $L_t$  و  $T_t$  و  $S_j$  للنافاذة السابقة.

5- تقييم وتحسين النموذج: بعد التمهيد والتنبؤ نحتاج إلى تفحص جودتهما وربما العمل على

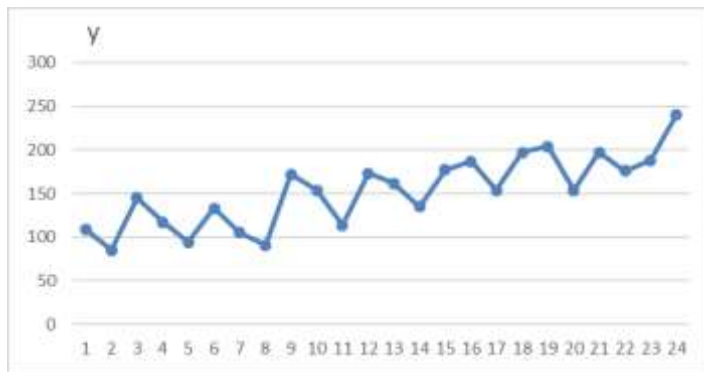
تحسينهما بتعديل المعاملات الثلاث. يكون التقييم من خلال الرسم البياني للسلسلة مع التمهيد والتنبؤ، والرسم البياني لمكون الخطأ، والذي نريده أن يكون عشوائيا يتراوح حول الصفر خاليا من الأنماط، وأيضا من خلال حساب مؤشرات الدقة  $MSE$ ،  $MAE$ ،  $MAPE$  ...

مثال: لديك الطلب الشهري على منتج مؤسسة خلال سنتي 2001 و2002.

- قم بالتمثيل البياني للسلسلة للتحقق من المكونات، ثم استخدم تمهيد HW بالمعاملات 0.07، 0.27، 0.47 على التوالي وقدر الطلب للأشهر الخمس المقبلة.

2001	janv	févr	mars	avr	mai	juin	juil	août	sept	oct	nov	déc
y	109	85	145	117	94	133	105	91	172	154	114	173
2002	janv	févr	mars	avr	mai	juin	juil	août	sept	oct	nov	déc
y	162	135	177	187	154	197	204	154	197	176	188	241

1- الخطوة الأولى: تحديد التمهيد المناسب باستكشاف المكونات ونافاذة الموسمية إن وجدت.



رسم توضيحي 2. تحديد التمهيد المناسب- وجود موسمية مع توجه يقتضي استخدام تمهيد HW.  $P = 3$ .

تتضمن السلسلة توجهاً وموسمية، لذلك نستخدم تمهيد HW (لا يصلح التمهيد الآسي البسيط ولا المضاعف). رغم أن الموسمية هنا مستقرة لا بأس أن نستخدم الطريقة الجدائية. نافذة الموسمية هنا 3.

2- إبتداء  $S_j$  في النافذة الأولى ثم  $L$  ثم  $T$ :

$$m(y_j) = (109 + 85 + 145)/3 = 113;$$

$$S_1 = y_1/m(y_j) = 109/113 = 0.96; S_2 = y_2/m(y_j) = 85/113 = 0.75; S_3 = 145/113 = 1.28$$

$$L_{p+1} = y_{p+1}/S_1 \Rightarrow L_4 = 117/0.96 = 121;$$

$$T_{p+1} = L_{p+1} - y_p/S_p \Rightarrow T_4 = 121.29 - 145/1.28 = 121.29 - 113.28 = 8.29$$

3- التمهيد:

$$S_4 = \gamma \left( \frac{y_4}{L_4} \right) + (1 - \gamma)S_{4-3} = 0.47(117/121.29) + (1 - 0.47)0.96 = 0.965$$

$$\hat{y}_4(1) = (L_4 + 1 \times T_4) \times S_{4+1-3} = (121.29 + 8.29) \times 0.75 = 97.48$$

$$L_5 = \alpha \left( \frac{y_5}{S_{5-3}} \right) + (1 - \alpha)(L_4 + T_4) = 0.07 \left( \frac{94}{0.75} \right) + 0.93(121.29 + 8.29) = 129.26$$

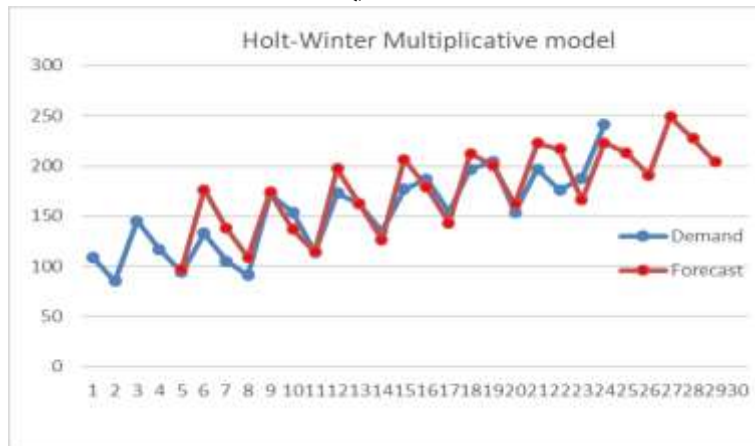
$$T_5 = \beta(L_5 - L_{5-1}) + (1 - \beta)T_{5-1} = 0.27(129.26 - 121.29) + 0.73(8.29) = 8.21$$

t	$y_t$	$L_t$ ( $\alpha=0.07$ )	$T_t$ ( $\beta=0.27$ )	$S_t$ ( $\gamma=0.47$ )	$\hat{y}_t(1)$
1	109	-	-	109/113=0.96	-
2	85	-	-	85/113=0.75	-
3	145	-	-	145/113=1.28	-
4	117	117/0.96 = 121.29	121.29 - 145/1.28 = 8.29	0.47(117/121.29)+0.53(0.96) = 0.965	(121+8.29)0.75 = 96.97
5	94	0.07(94/0.75)+0.93(121.29+8.29)=129.26 9.26	0.27(129.26-121.29)+0.73(8.29)= 8.21	0.47(94/129)+0.53(0.75)= 0.74	(129+8.21)1.28=176.4
6	133	0.07(133/1.28)+0.93(129.26+8.21)=135.10 135.10	0.27(135.1-129.26)+0.73(8.21)= 7.57	0.47(133/135.1)+0.53(1.28)= 1.14	(135.1+7.57)0.96= 137.62
7	105	140.30	6.93	0.86	109.02
8	91	145.53	6.47	0.69	173.70
9	172	152	6.44	1.14	137
10	154	160	6.82	0.91	114
11	114	167	6.81	0.69	197
12	173	172	6.41	1.08	162
13	162	178	6.40	0.91	127
14	135	185	6.64	0.71	207
15	177	190	6.11	1.01	179
16	187	197	6.29	0.93	143
17	154	204	6.57	0.73	213
18	197	210	6.28	0.98	201
19	204	216	6.35	0.94	162
20	154	222	6.14	0.71	222
21	197	226	5.65	0.93	217
22	176	229	4.82	0.86	166
23	188	236	5.39	0.75	223
24	241	242	5.75	0.96	213
25				(242 + 2 x 5.75) x 0.75 =	191
26				(242 + 3 x 5.75) x 0.96 =	249
27				(242 + 4 x 5.75) x 0.86 =	228
28				(242 + 5 x 5.75) x 0.75 =	204
29				(242 + 6 x 5.75) x 0.96 =	264

5. تقييم وتحسين النموذج: يمكن أن نبدأ باستخراج الخطأ ومؤشراته:

t	y	$\hat{y}$	E	E	E%	E <sup>2</sup>
1	109					
2	85					
3	145					
4	117	97.48				
5	94	176.40	- 3.48	3.48	3.48x100/94= 3.70	12,11
6	133	137.62	- 43.40	43.40	43.4x100/133= 32.63	1 883,56
7	105	109.02	- 32.62	32.62	32.62x100/105= 31.07	1 064,06
8	91	173.70	- 18.02	18.02	19.80	324,72
9	172	136.64	- 1.70	1.70	0.99	2,89
10	154	114.32	17.36	17.36	11.28	301,37
11	114	197.24	- 0.32	0.32	0.28	0,10
12	173	162.30	- 24.24	24.24	14.01	587,58
13	162	126.57	- 0.30	0.30	0.19	0,09
14	135	206.78	8.43	8.43	6.24	71,06
15	177	178.59	- 29.78	29.78	16.82	886,85
16	187	143.36	8.41	8.41	4.50	70,73
17	154	212.51	10.64	10.64	6.91	113,21
18	197	200.60	- 15.51	15.51	7.87	240,56
19	204	162.14	3.40	3.40	1.66	11,56
20	154	222.44	- 8.14	8.14	5.29	66,26
21	197	216.85	- 25.44	25.44	12.91	647,19
22	176	166.36	- 40.85	40.85	23.21	1 668,72
23	188	223.37	21.64	21.64	11.51	468,29
24	241	212.79	17.63	17.63	7.31	310,82
			sum	331.30	218.08	8 731,74
			MAE	331.3/20=13.5	MAPE=218.08/20=11	RMSE= $\sqrt{8731.74/20} = 20.89$

متوسط القيم المطلقة للخطأ ليس كبيرا (13.5) مقارنة مع قيم السلسلة، وكذلك المؤشرين الأخيرين. لتفحص جودة النموذج نستخدم أيضا التمثيل البياني للسلسلة مع التمهيد:



رسم توضيحي 3. التمثيل البياني للسلسلة والتمهيد. لاحظ أن التمهيد يبدأ من الشهر الخامس.

التمثيل البياني أعلاه للسلسلة والتمهيد يظهر تطابقا جيدا بينهما، مع فروق في بداية وفي نهاية الفترة، وهذا بسبب سلوك  $\gamma$  في هاتين الفترتين خارج نمطهما المعتاد. يظهر هذا بوضوح أكثر في التمثيل البياني

أدناه للخطأ. عدا هذا، هناك تناوب عشوائي للخطأ بين القيم الموجبة والسالبة. ليس هناك إذن ما يدعو للقلق بشأن التمهيد، وإلا يمكن أن نغير المعاملات أو حتى نغير طريقة الابتداء.



رسم توضيحي 4 التمثيل البياني للخطأ. ليس هناك نمط وإنما توزيع لسحابة النقاط عشوائيا حول الصفر.

### لاحظ.

- هناك عدة طرق للابتداء. يبتدئ البعض  $(S_t = m_j/m)$  بحيث يحسب لكل المدة وليس فقط على أساس النافذة الأولى. كذلك يبتدئ البعض  $L$  و  $T$  مباشرة من المشاهدة الثانية، والبعض الآخر يبتدئ المستوى والتوجه  $L$  و  $T$  من خلال القيام بتحليل انحدار بسيط على بيانات النوافذ الأربع أو الخمس الأولى أو على نصف مدة البيانات. نتائج التمهيد قد تكون حساسة لطريقة الابتداء إذا كانت البيانات قليلة.
- يمكن تجريب تمهيد  $HW$  للنموذج الجدائي والجمعي ومن ثم المقاضلة بينهما من خلال مؤشرات الدقة. هذه الأخيرة تحسب أحيانا باحتساب درجات الحرية أي:

$$MSE = \sum_t (y_t - \hat{y}_t)^2 / (T - 3); MAE = \sum_t |y_t - \hat{y}_t| / (T - 2)$$

- يتكيف تمهيد هولت-وينترز مع حالة عدم وجود توجه ولا موسمية وفي هذه الحالة تكون هناك معلمة واحدة لتقديرها هي  $\alpha$  (معلمة المستوى)، وفي حالة وجود توجه يتعين أيضا تقدير معلمة التوجه  $\beta$ ، وفي حالة وجود موسمية نكون أمام نموذج  $HW$  ذي المعالم الثلاث.
- يتكيف تمهيد  $HW$  مع التوجه خطيا كان أم لا، لكن عند التنبؤ يعطي  $HW$  تنبؤا خطيا. لتكييف التنبؤ مع توجه غير خطي متوقع يمكن استخدام طريقة هولت-وينترز (المخمد<sup>1</sup>)  $Damped HW$ ، الجمعي أو الجدائي. تعتمد هذه الطريقة على إدراج معامل لمكون التوجه في الدوال الخمس للتمهيد والتنبؤ، معامل يأخذ قوة 1 ثم 2 وهكذا إلى  $h$ . في النموذج الجدائي نكتب (Brügner, 2017):

$$\hat{y}_t(h) = (L_t + (\emptyset + \emptyset^2 + \dots + \emptyset^h)T_t) \times S_{t+h-p} \quad \dots(1)$$

$$L_t = \alpha(y_t/S_{t-p}) + (1 - \alpha)(L_{t-1} + \emptyset T_{t-1}) \quad \dots(2)$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)\emptyset T_{t-1} \quad \dots(3)$$

$$S_t = \gamma(y_t/(L_{t-1} + \emptyset T_{t-1})) + (1 - \gamma)S_{t-p} \quad \dots(4)$$

<sup>1</sup> الترجمة للمؤلف.

## 2. التمهيد والتنبؤ بطريقة هولت-وينترز في Excel و R

استخدام الدوال Forecast.Ets

استخدام ورقة التنبؤ Forecast Sheet

استخدام محلل البيانات Data Analysis

استخدام الدالة HoltWinters() و Predict() في R

### 2-1. التنبؤ بطريقة HW في Excel باستخدام الدوال

يعطي Excel مجموعة من الدوال التي يمكن استخدامها للتنبؤ في حالة وجود كل من التوجه والموسمية في السلسلة أو أحد هذين المكونين. تسمح هذه الدوال بتقدير  $y^t$  ولكن أيضا لتقدير الموسمية وهامش الخطأ حول القيمة المقدرة بمستوى ثقة ما، وأيضا لاستخراج إحصائيات أخرى.

#### أ- الدالة Forecast.ets

يمكن في Excel 2016 استخدام الدالة Forecast.ets للتوقع بطريقة التمهيد HW. صيغة الدالة هي كالتالي:

=Forecast.ets(target-date;values;timeline;[seasonality];[data-completion];[aggregation])

حيث:

- **target-date**: التاريخ المستهدف (معبّر عنه بقيمة ل  $t$ ، في المثال أعلاه أول قيمة هي 13)؛
- **values**: هي قيم  $y$  المعلومة،
- **timeline**: قيم  $t$  التي تقابل القيم المعلومة ل  $y$ .
- المدخلات الثلاث الموالية اختيارية، وغالبا تترك للبرمجية الاحصائية، وهي:
- **نافذة الموسمية (Seasonality)**: نترك البرنامج يحسبها، أو ندخل قيمة  $p$ ، أو نضع 0 إذا لم تكن هناك موسمية ونترك بالتالي Excel يقوم بتنبؤ خطي.
- **معالجة القيم المفقودة (Data-Completion)**: نضع الصفر لوضع 0 في الخانات الفارغة، ونضع 1 إذا أردنا ترك Excel يضع متوسط القيمتين المجاورتين، ويمكن اختيار خيارات أخرى، مثل الوسيط. يقبل Excel البيانات الناقصة على ألا تتجاوز 30 بالمئة من البيانات.
- **التجميع (Aggregation)** ويستخدم في حالة وجود أكثر من قيمة في الفترة الواحدة، أي وجود قيمتين أو أكثر (خليتين أو أكثر) لهما نفس التاريخ، في هذه الحالة يمكن للبرنامج أن يضع المتوسط وهي الحالة الابتدائية أو يمكن اختيار حل آخر مثل الوسيط أو المجموع أو القيمة الدنيا أو القيمة القصوى.



○ لا نحتاج لإدخال قيم لمعاملات التمهيد.

في المثال السابق نحسب التوقع للثلاثي الأول من سنة 2011 كما يلي:

Year	Qtr	Time	Sales
2008	1	1	47
	2	2	51
	3	3	65
	4	4	55
2009	1	5	51
	2	6	53
	3	7	73
	4	8	61
2010	1	9	56
	2	10	63
	3	11	79
	4	12	68
2011	1	13	=FORECAST.ETS(C14;D2:D13;C2:C13)
	2	14	
	3	15	
	4	16	

صورة 1. استخدام الدالة Forecast.ets للتنبؤ في حالة وجود موسمية.

يمكن نسخ الخلية إلى الأسفل للتنبؤ لفترات موائية، مثلا لكل ثلاثيات سنة 2011، فتأتي النتائج كما يلي:

Year	Qtr	t	Y	$\hat{y}$
2011	1	13		63.91039418
	2	14		67.85965626
	3	15		84.99340911
	4	16		74.37771666

ب- حساب نافذة الموسمية بالدالة Forecast.ets.Seasonality

=Forecast.ets.Seasonality(values;timeline;[data-completion];[aggregation])

تستخدم هذه الدالة لحساب نافذة الموسمية، مثلا لمعرفة النافذة التي استخدمها البرنامج. مدخلات الدالة الضرورية هي فقط قيم  $y$  وقيم  $t$ .

مثال: في المثال أعلاه نكتب:

= Forecast.ets.Seasonality(D3:D14;C3:C15)

ج- حساب هامش الخطأ بالدالة Forecast.ets.Confint

صيغة الدالة هي كما يلي:

=Forecast.ets.Confint(target-date;values;timeline; [confidence level];[seasonality];[data-completion];[aggregation])

يسمح 'هامش الخطأ' (EM: Error Margin) حول القيمة التقديرية بحساب مجال الثقة حول القيمة التقديرية بمستوى ثقة معين، غالبا 95 بالمئة. يتم ذلك من خلال طرح هامش الخطأ من القيمة التقديرية للحصول على القيمة الدنيا لمجال الثقة، وإضافة هامش الخطأ إلى القيمة التقديرية للحصول على القيمة القصوى لمجال الثقة.

$$\hat{y} - EM; \hat{y} + EM$$

مثال: في المثال أعلاه، لحساب هامش الخطأ للتقدير الأول نكتب:

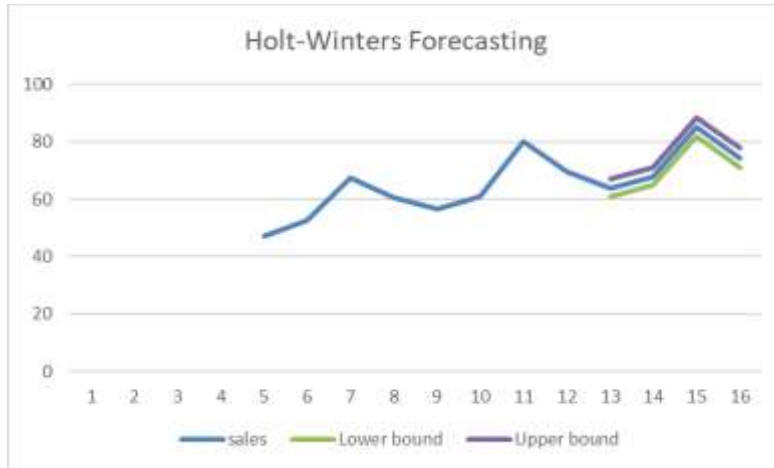
= Forecast.ets.Confint(C13;D3:D14;C3:C15)

لحساب مجال الثقة نطرح هذه القيمة ثم نضيفها للقيمة التقديرية  $\hat{y}_{13}$ . يمكن أن نكرر هذه العملية من أجل  $\hat{y}_{14}$ ، إلى  $\hat{y}_{16}$  لكي نحصل على مجالات الثقة للقيم المتوقعة الأربعة.

'=forecast.ets(...'	'=forecast.ets.CONFINT(...'	lower bound	uper bound
64	3	61	67

هذا يعني مثلا أن القيمة التقديرية للمبيعات في الثلاثي الأول من سنة 2011 هو 64، بهامش خطأ 3، أو إذا أردنا أن نقدره بمجال نقول أنه ينتمي إلى المجال [61 ; 67] بمستوى ثقة 95 بالمئة.

يمكن استخدام التمثيل البياني ل  $y$  وتحتها قيم  $\hat{y}$  المستقبلية وبجوارها حدي مجال الثقة للتقدير. هذا يسمح بإظهار السلسلة  $y$  وامتدادها إلى المستقبل ومجال الثقة. في المثال أعلاه يأتي الرسم كما يلي.



رسم توضيحي 5. التمثيل البياني للسلسلة والتوقعات للسنة المقبلة مع مجال الثقة.

#### هـ - حساب إحصائيات التقدير بالدالة Forecast.ets.Stat

يمكن استخدام البرمجيات أو استخدام SOLVER في Excel للبحث عن قيم معاملات التمهيد ألفا، بيتا وقاما بحيث تقلل متوسط مربعات الفروق MSE أو أيضا متوسط القيمة المطلقة للفروق MAE.

لاستخراج إحصائيات التقدير، نستخدم الدالة أعلاه. تعطي الدالة 8 أنواع من الإحصائيات: معاملات التمهيد، ومؤشرات الدقة. صيغة الدالة هي كما يلي:

```
=Forecast.ets.Stat(values;timeline;statistic-type;[seasonality];[data-completion];[aggregation])
```

المدخلات هي نفسها مع الدوال السابقة ما عدا Statistic-type. هذه الأخير تسمح باختيار الإحصائية المطلوبة، وعادة نكرر الدالة وفي كل مرة نطلب رقما مختلفا من 1 إلى 8. لتفادي تكرار كتابة الدالة يمكن استخدام نسخ لصق الخلية إلى الأسفل، ولكن يتعين تثبيت مجال خلايا t ومجال خلايا y، وبعد اللصق ندخل إلى الخلايا ونغير رمز الإحصائية. في المثال أعلاه نكتب:

```
=Forecast.ets.Stat($D$3:$D$14;$C$3:$C$15;1)
```

```
=Forecast.ets.Stat($D$3:$D$14;$C$3:$C$15;2)
```

```
=Forecast.ets.Stat($D$3:$D$14;$C$3:$C$15;3)
```

```
=...
```

```
= Forecast.ets.Stat($D$3:$D$14;$C$3:$C$15;7)
```

فنحصل على النتائج التالية<sup>1</sup>:

Alpha	0.25
Beta	0.00
Gamma	0.00
MASE	0.10
SMAPE	0.02
MAE	0.97
RMSE	1.24

للتذكير، معاملات التمهيد: ألفا وبيتا وقاما، تمثل على التوالي: وزن القيم الحديثة في المستوى، والتوجه والموسمية.

## 2-2. التنبؤ باستخدام ورقة التنبؤ Forecast Sheet

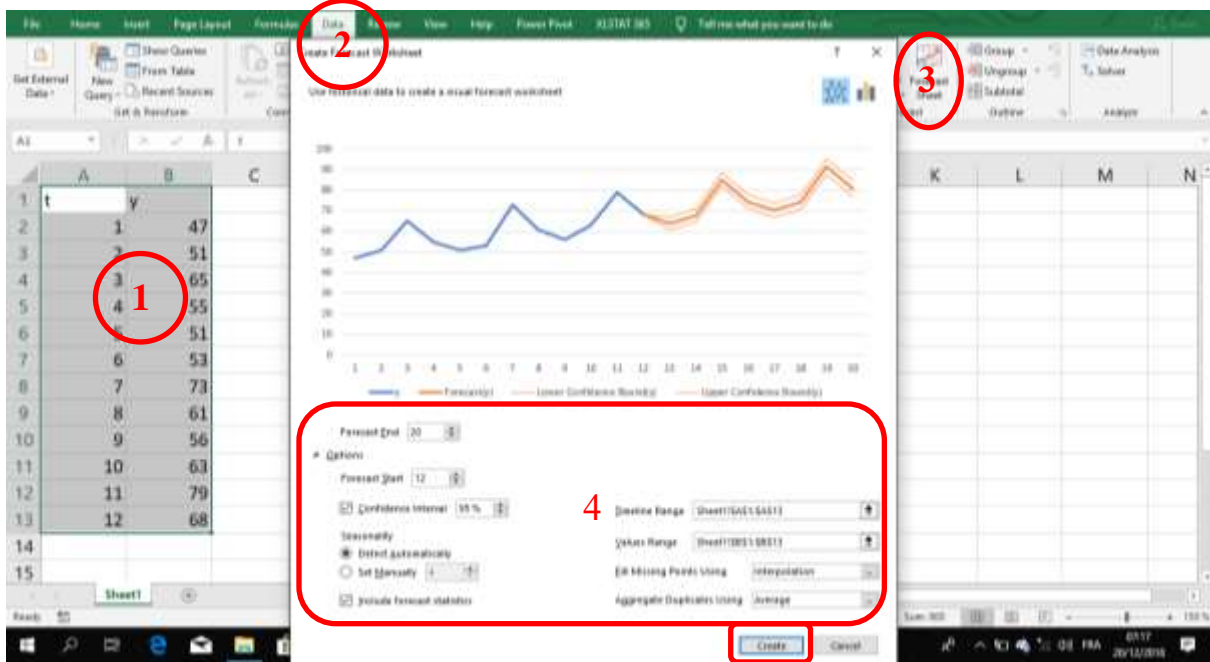
يمكن في Excel 2016 استخدام أيقونة 'Forecast Sheet' للتنبؤ بطريقة HW. القيم المتوقعة تستخدم نفس الدالة 'Forecast.ets' للتوقع في حالة وجود الموسمية. الخطوات هي كالتالي:

1. تحديد البيانات بما فيها متغيرة الزمن في شكل مؤشر من 1 إلى n.
2. من قائمة 'Data' اختر 'Forecast Sheet'
3. تحديد نقطة انتهاء التنبؤ (Forecast End). نتيجة التغيير تظهر مباشرة على الرسم.

<sup>1</sup> MASE : mean absolute scaled error ; SMAPE : symmetric mean absolute percentage error MAE : average magnitude of the errors; RMSE : root mean squared error.

4. يمكن أيضا فتح مربع الخيارات 'options' للتدخل في ضبط عدد من الإعدادات بدل تركها للحاسوب، وهي:

- يمكن تغيير نقطة بداية التنبؤ (Forecast Start) وجعلها أبكر، أي قبل بداية السلسلة.
- يمكن أيضا تغيير مجال الثقة 'confidence interval' للحصول على دقة أعلى في التنبؤ (بمستوى ثقة أقل) أو مستوى ثقة أعلى (دقة أقل).
- يمكن تغيير الموسمية عن طريق: 'set seasonality' ، بحيث يدخل المحلل قيمة محددة للنافذة.
- طلب إحصائيات التنبؤ ('include forecast statistics') وهي المعاملات ومؤشرات الخطأ ونافذة الموسمية.
- يمكن أيضا الدخول إلى 'Time Range' و'Values Range' لتغيير البيانات المستخدمة في التنبؤ، مثلا يمكن جعل Excel يعتمد على البيانات الحديثة ويتجاهل البيانات الأولى في السلسلة، إذا رأى المحلل أن الوضع القديم تغير ولا يآثر على المستقبل، أو أيضا الاعتماد على البيانات القديمة ويتجاهل القيم الحديثة في السلسلة، إذا شعر الباحث أن القيم الأخيرة ظرفية ولن تستمر.
- تعطي الورقة أيضا طرق للتعامل مع القيم المفقودة وتجميع القيم المكررة في ذات التاريخ (إرجع إلى الدالة Forecast.ets).

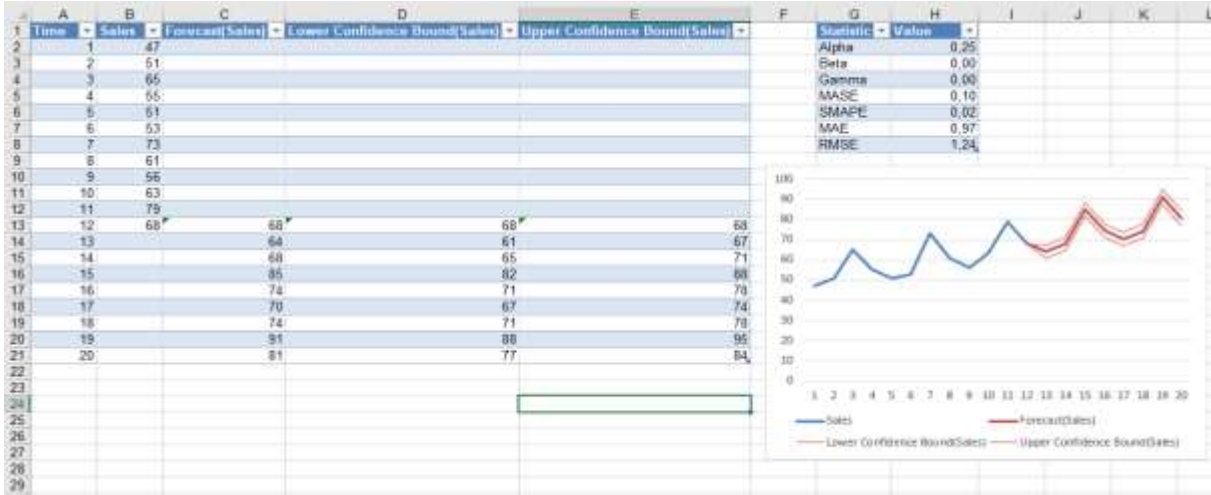


صورة 2. طلب ورقة التنبؤ Forecast Sheet من القائمة الرئيسية DATA بعد تعيين البيانات

ثم تعيين خيارات ورقة التنبؤ في مربع الحوار.

تظهر البيانات في ورقة مستقلة، كما في الصورة 3.

لاحظ أن البرنامج يستخدم معاملات يحسبها، ويعرضها في أعلى الورقة وعلى يمينها مؤشرات الدقة للتمهيد. تظهر في أسفل الجدول التنبؤات 'forecast' وجوارها عمود للقيمة الدنيا 'lower' وآخر للقيمة القصوى 'upper' لمجال الثقة ب 95 بالمئة. مجال الثقة يتسع مع الوقت، وهذا منطقي لأنه كلما بعد أفق التنبؤ كلما قلت دقة التقدير.



صورة 3. ورقة التنبؤ Forecast Sheet في Excel 2016: المخرجات هي: التنبؤ في العمود C وحدود مجال الثقة في العمودين D و E، معاملات التمهيد ومؤشرات الدقة في العمودين G و H، والتمثيل البياني للسلسلة والتنبؤ مع مجال الثقة.

### 3-2. تمهيد HW في R

تستخدم الدالة HoltWinters() لإجراء تمهيد HW. مدخلات الدالة الأساسية هي السلسلة والمعاملات: alpha، beta، gamma. تعيين (gamma = FALSE) يعني عدم وجود موسمية؛ وتعطي الدالة في هذه الحالة تمهيدا أسيا مضاعفا. تعيين: (beta = FALSE. gamma = FALSE) يعني غياب التوجه والموسمية، فتعطي الدالة تمهيدا أسيا بسيطاً. يمكن أيضاً ترك تحديد المعاملات الثلاث للبرنامج، ويمكن إظهارها بعد ذلك. من المدخلات level لمستوى الثقة، ونوع النموذج (ندخل "multiplicative" type = للنموذج الجدائي)؛ ويمكن في R تحديد نوع الموسمية: جمعية أم جدائية، وكذلك نوع التوجه جمعي (خطي) أم جدائي.

مثال:

في هذا المثال نرى كيف نستخدم الدوال Holtwinters()، plot()، لحساب التمهيد HW واستخدامه للتنبؤ ومن ثم التمثيل البياني للتمهيد وللتنبؤ وذلك على بيانات قاعدة البيانات AirPassengers المتوفرة في R.

- نترك البرنامج يحدد قيم المعاملات الثلاثة. تركنا الموسمية جمعية ولكن يمكن تحسين التمهيد باختيار موسمية جدائية عن طريق إدخال في `HoltWinters()` المدخلة `type = "multiplicative"`. لنسمي مخرجات التمهيد `HWAP`:

```
HWAP<-Holtwinters(AirPassengers)
```

```
HWAP
```

Holt-winters exponential smoothing with trend and additive seasonal component.

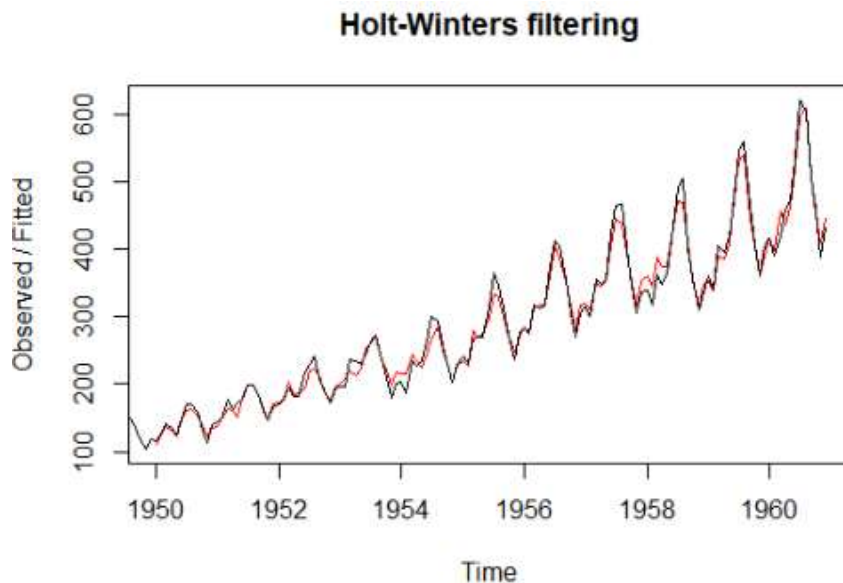
Call:  
Holtwinters(x = AirPassengers)

Smoothing parameters:  
alpha: 0.2479595  
beta : 0.03453373  
gamma: 1

Coefficients:  
...

لتمثيل السلسلة مع التمهيد:

```
plot(HWAP)
```



- يمكن أيضا تحديد معاملات تمهيد من قبل المستخدم بدل تركها للحاسوب. مثلا لفرض قيم معاملات تمهيد HW كما يلي 0.2، 0.2، 0.2 نعين هذه المعاملات في الدالة كما يلي `HWAP1`,

```
HWAP<-Holtwinters(AirPassengers,alpha=0.2,beta=0.2,gamma=0.2)
```

```
HWAP
```

<sup>1</sup> هنا المخرجات باللون الأسود لتميزها عن الأوامر المكتوبة من قبل المبرمج.

Holt-winters exponential smoothing with trend and additive seasonal component.

Call:

```
HoltWinters(x = AirPassengers, alpha = 0.2, beta = 0.2, gamma = 0.2)
```

Smoothing parameters:

```
alpha: 0.2
beta : 0.2
gamma: 0.2
```

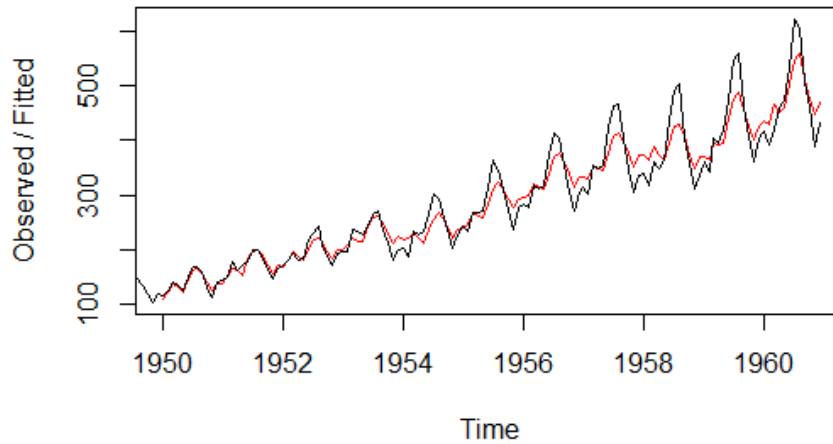
Coefficients:

```
[.1]
a 502.1591838
b 3.3297732
s1 -29.6995301
s2 -39.5721355
s3 0.9800217
s4 2.2203139
s5 7.8780621
s6 51.8576277
s7 92.3642541
s8 78.8229105
s9 6.2950411
s10 -38.3981743
s11 -78.9665666
s12 -45.0454821
```

- لإظهار التمثيل البياني للتمهيد مع السلسلة الأصلية.

```
plot(HWAP)
```

### Holt-Winters filtering



لاحظ الفرق بين الرسمين هذا والسابق في مدى تتبع التمهيد للسلسلة.

- للتنبؤ لسنتين، أي 24 شهرا مقبلا، بمستوى ثقة 99 بالمائة<sup>1</sup>، وبدون تحديد مسبق للمعاملات الثلاث (ترك البرنامج يقوم بذلك) مع إظهار الرسم البياني مع التنبؤ ومجال الثقة، نستخدم:

```
lines(), plot(), predict()
```

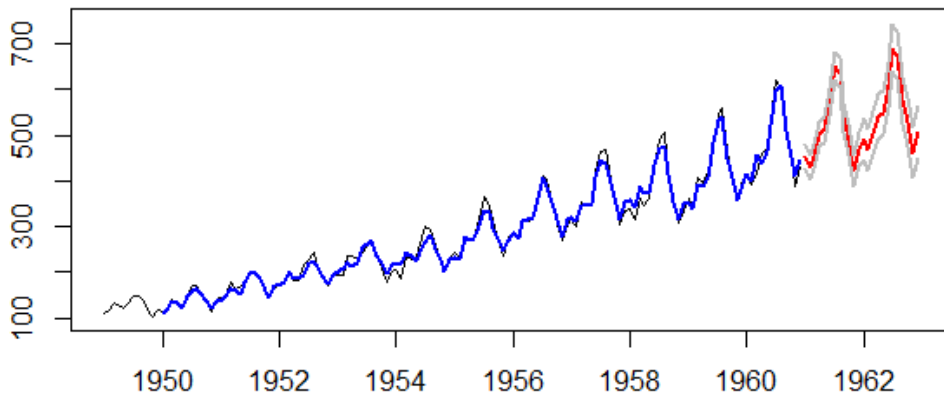
```
predAP=predict(HWAP,n.ahead = 24,prediction.interval = TRUE, level=0.99)
```

<sup>1</sup> إذا تركنا إدخال level = 0.99 في الدالة predict()، يستخدم البرنامج قيمة من عنده (default value) هي مستوى 0.95.

```
plot(HWAP,xlim=c(1949,1963),ylim=c(100,750),xlab="",ylab="")
lines(HWAP$fitted[,1],col="blue",lwd=2)
lines(predAP[,1],col="red",lwd=2)
lines(predAP[,2],col="gray",lwd=2)
lines(predAP[,3],col="gray",lwd=2)
```

المدخلات `xlab=""`، `ylab=""` هي اختيارية، هدفها تحسين الرسم بإزالة عناوين المحورين وتضخيم حجم الخط. الرسم يأتي كما يلي:

### Holt-Winters filtering



- لإظهار القيم المتوقعة (fit) للسنتين الموالتين وحدي مجال الثقة (upr, lwr):

predAP

تأتي النتيجة كما يلي (حذفنا منها مجموعة من الأسطر واستبدلناها بنقاط اختصاراً):

	fit	upr	lwr
Jan 1961	453.4977	478.5802	428.4153
Feb 1961	429.3906	455.2851	403.4960
Mar 1961	467.0361	493.7706	440.3015
Apr 1961	503.2574	530.8590	475.6558
....			
Oct 1962	528.2565	582.0989	474.4141
Nov 1962	461.9908	516.9343	407.0473
Dec 1962	507.0630	563.1283	450.9977

يمكن استخدام الدالة `summary(predAP)` لحساب إحصائيات وصفية للتوقعات (المتوسط، التباين، القيمة الدنيا، القيمة القصوى، الربيعيات، ...)، ولحساب مؤشرات الخطأ نستخدم الدالة `accuracy()`.

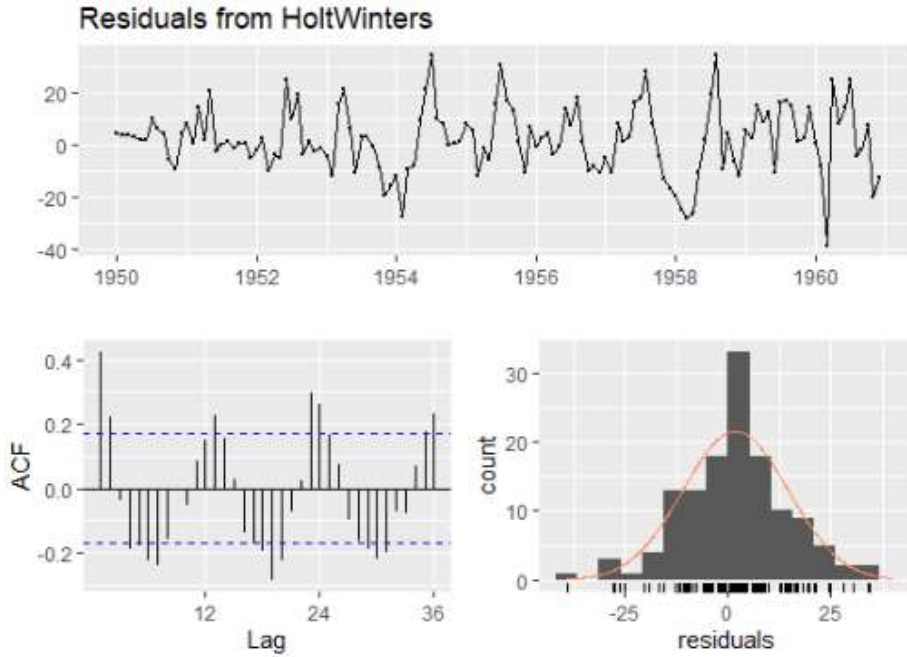
- **للتحقق من جودة التمهيد نتفحص المتبقي.** أهم شيء هو أن يكون المتبقي خالياً من الارتباط الذاتي (وإلا عنى ذلك ضعف النموذج لأنه يترك علاقات غير مستغلة)؛ وأن يكون المتبقي يتذبذب حول متوسط ثابت هو الصفر، وإلا عنى ذلك أنه منحاز؛ وأن يكون له تباين ثابت؛ ونريد أيضاً أن يكون المتبقي يقترب من التوزيع الطبيعي.

لتقييم التمهيد في R يمكن استخدام دوال من الحزمتين `forecast` و `fpp2`، وهذا يعني تثبيتهما أولاً إن لم يثبتا من قبل ثم يطلبان ب: `library()`. من بين دوال هاتين الحزمتين يجدر ذكر الدالة



checkresiduals() والتي تعطي المخرجات التالية: التمثيل البياني للمتبعي، مدرج تقريب المتبعي للتوزيع الطبيعي، ورسم بياني ل ACF أي دالة الارتباط الذاتي.

```
library(forecast)
library(fpp2)
checkresiduals(HWAP)
```



لكي يكون النموذج جيدا يتعين أن يكون التمثيل البياني للمتبعي يتذبذب أفقيا حول الصفر بدون أي نمط متكرر، وهذا محقق في مثالنا، أن يكون المدرج يظهر تقريبا مع التوزيع الطبيعي، مثل ما هو في المثال؛ وأن تكون الأعمدة في ACF (الارتباطات الذاتية) لا تتعدى الخطين الأزرقين، أو خطي الدلالة، واللذان يمثلان مجال ثقة 95 بالمائة حول الصفر؛ وهذا غير محقق في المثال، فهناك عدد من الارتباطات الذاتية الدالة (تخرج عن حدي المجال) مما يعني أنه مازال هناك مجال لتحسين النموذج. يمكن أيضا اختبار العشوائية (Ljung-Box test)؛ إذا جاء دالا ( $\alpha < 0.05$ ) نستدل أن المتبعي غير عشوائي.

### 3. خلاصة

يعد نموذج تمهيد هولت-وينترز من أشهر طرق تمهيد السلسلة الزمنية وطرق التنبؤ لما له من قدرة على استيعاب التوجه والموسمية في كلا الحالتين الجمعية والجدائية لكل من المكونين. معاملاته الثلاث تضمن له مرونة كبيرة للتكيف مع السلسلة الأصلية وتغير مكوناتها، ومع وجود صيغة لتعميم تمهيد هولت-وينترز على حالة تعدد الموسميات، وصيغة لحالة التوجه غير الخطي بات هذا التمهيد قابلا للتطبيق على طائفة واسعة من الظواهر.

درسنا في هذا الفصل تمهيد هولت-وينترز في حالتي النموذج الجدائي والجمعي. تطرقنا أيضا إلى كيفية تقييم النموذج من خلال الرسم أو عبر مقاييس التقدير. ولأن الحسابات طويلة جدا، خاصة لمن يريد اختبار عدة قيم لمعالم النموذج، تطرقنا بالتفصيل لكيفية استخدام Excel للقيام بالتمهيد والتنبؤ، باستخدام الدوال، خاصة الدالة Forecast.Ets كما وضعنا كيفية استخدام الأيقونة Forecats Sheet في نسخة Excel2016 والتي تعتبر إضافة جديدة مهمة في Excel لمصلحة التنبؤ والتمهيد، سهلت عملية التنبؤ وبنات كثير من الجامعات تدرجها في برامجها الدراسية. كما فصلنا في كيفية القيام بتمهيد هولت-وينترز باستخدام برنامج R مع إظهار الرسم والمؤشرات الملخصة للتنبؤ والقيم العددية للتنبؤ. في الملحق توسع في كيفية القيام بتمهيد HW في Excel من خلال محلل البيانات لمن ليس لديه النسخة 2016 من Excel. طرق التمهيد الأسي عموما تتميز بسهولتها، وعدم قيامها على افتراضات تحتاج إلى أن يتم التحقق منها. تعتبر طريقة هولت-وينترز إذن بديلا معتبرا للطرق الاحتمالية التي تعتمد على الارتباط الذاتي بين المشاهدات. بعض معاهد الإحصاء يستخدم نماذج (Auto Regressive Integrated Moving ARIMA Average) والبعض يستخدم HW، والبعض يستخدم الاثنين لنفس السلسلة بهدف المقارنة والتحقق.

## 4. ملحق: تمهيد هولت - وينترز للنموذج الجمعي

تعريف بالطريقة  
خطوات التمهيد والتنبؤ

## 2-1. تعريف بالطريقة

النموذج الجمعي ل HW أقل شهرة من النموذج الجدائي، ربما لأنه يفترض ثبات الموسمية مع الوقت، وهو أمر قد يكون قليل التحقق عمليا.

يقوم تمهيد HW للنموذج الجمعي على تفكيك التنبؤ إلى مكونات السلسلة، وتقدير كل مكون على حدة، ومن ثم الدمج بينها لحساب القيمة المتوقعة، مع إعطاء أوزان للحاضر والماضي من خلال معاملات التمهيد ألفا، بيتا، وقاما. تختلف صيغة التمهيد هولت-وينترز للنموذج الجمعي في أن احتساب الموسمية يكون بالجمع (بدل الجداء) وإزاحتها تكون بالطرح (بدل القسمة):

$$\hat{y}_t(h) = (L_t + hT_t) + S_{t+h-p} \quad \dots(5)$$

حيث المكونات الثلاث تقدر كما يلي:

$$L_t = \alpha(y_t - S_{t-p}) + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \dots (6)$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1} \dots (7)$$

$$S_t = \gamma(y_t - L_t) + (1 - \gamma)S_{t-p} \dots (8)$$

تعريف المكونات ودور المعاملات ومجالها لا يختلف عن النموذج الجدائي.

## 2-2. خطوات الحساب

1- تحديد النموذج: خاصة نافذة الموسمية، والتحقق من وجود موسمية واضحة ومستقلة.

2- الإبتداء: النافذة الأولى (الموسمية، والمستوى، والتوجه) كما يلي:

$$m(y_j) = (y_1 + y_2 + \dots + y_p)/p$$

$$S_1 = y_1 - m(y_j) ; S_2 = y_2 - m(y_j) \dots, S_p = y_p - m(y_j), j = 1,2,\dots, p$$

$$L_p = y_p - S_p ; T_p = 0$$

لاحظ: للتنبؤ مباشرة لتاريخ في النافذة ما بعد الموالية نعود إلى آخر نافذة محسوبة نافذة الموسمية:

$$\hat{y}_t(h) = (L_t + hT_t) + S_{t+h-p} \quad \dots(5)$$

- 3- **التمهيد والتنبؤ**: استكمال التمهيد في الفترة الثانية للنافذة الثانية باستخدام المعادلات 5 إلى 8، ثم التنبؤ للفترات المقبلة حسب المعادلة (5) باستخدام آخر قيمة ل  $L_t$  و  $T_t$ ، مع تغيير الأفق  $h$ ، واستخدام معاملات الموسمية من النافذة السابقة.
- 4- **تقييم وتحسين النموذج**: كما في النموذج الجدائي نقيم التمهيد والتنبؤ من خلال الرسم ومن خلال مؤشرات التقدير، وإن تطلب الأمر نحسن النموذج من خلال تغيير معاملات المكونات بحيث نقلل مؤشرات التقدير. الحسابات ثقيلة، خاصة أن تحسين النموذج يتطلب اختبار سناريوهات متعددة لقيم المعاملات، لذلك لا مناص تقريبا من الاعتماد على البرمجيات الإحصائية، هذه الأخيرة (مثل R و Excel وغيرهما) تحسب تلقائيا معاملات التمهيد الثلاث بحيث تقلل مؤشرات التقدير.

مثال. البيانات التالية هي للمبيعات الثلاثية في سنوات 2008-2009-2010.

Year	2008				2009				2010			
Qtr	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Sales	47	51	65	55	51	53	73	61	56	63	79	68

- إذا علمت أن البيانات تتضمن موسمية مستقرة نافذتها 4، استخدم معاملات التمهيد 0.2، 1، 0.6 للقيام بتمهيد HW للنموذج الجمعي.
- أحسب القيم المتوقعة للمبيعات في السنة المقبلة.
- أحسب الخطأ ومتوسط مربعات الخطأ MSE.

الحل:

1- تحديد النموذج من خلال الرسم:



الرسم البياني يظهر أن التمهيد الاسي البسيط لا يصلح لتمهيد السلسلة نظرا لوجود موسمية وتوجه، والتمهيد الاسي المضاعف أيضا لا يصلح نظرا لوجود موسمية، بقي النموذج المناسب هو تمهيد HW. وبما أن الموسمية مستقرة يمكن استخدام النموذج الجمعي. نافذة الموسمية كما يبينها الرسم هي

.p = 4

2- الابداء: نحسب معاملات الموسمية الأربعة ثم  $L_p$  ثم  $T_p$ :

$$m(y_j) = (47 + 51 + 65 + 55)/4 = 54.5$$

$$S_1 = 47 - 54.5 = -7.5;$$

$$S_2 = 51 - 54.5 = -3.5;$$

$$S_3 = 65 - 54.5 = 10.5;$$

$$S_4 = 55 - 54.5 = 0.5.$$

$$L_4 = Y_4 - S_4 = 55 - 0.5 = 54.5;$$

$$T_4 = 0.$$

3- التمهيد والتنبؤ باستخدام المعادلات لحساب  $L_t$ ,  $T_t$ ,  $S_t$ ,  $Y_t$ .

$$\hat{y}_4(1) = (L_4 + 1 \times T_4) + S_{4+1-4} = 54.5 + 0 - 7.5 = 47$$

$$L_5 = 0.2(y_5 - S_{5-4}) + 0.8(L_{5-1} + T_{5-1}) = 0.2(51 - (-7.5)) + 0.8(54.5 + 0) = 55.3$$

$$T_5 = 1(L_5 - L_{5-1}) + (0)T_{5-1} = 1(55.3 - 54.5) + 0(0) = 0.8$$

$$S_5 = 0.6(y_5 - L_5) + 0.4S_{5-4} = 0.6(51 - 55.3) + 0.4(-7.5) = -5.6$$

$$\hat{y}_5(1) = (L_5 + 1 \times T_5) + S_{5+1-4} = 55.3 + 0.8 - 3.5 = 52.6$$

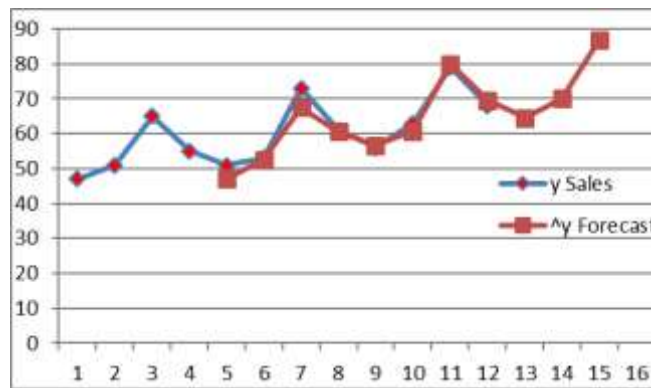
t	y	L(0.2)	T(1)	S(0.6)	$\hat{y}$
1	47			47-54.5=-7.5	
2	51			51-54.5=-3.5	
3	65			65-54.5=10.5	
4	55	=55-0.5=54.5	0.00	55-54.5=0.5	54.5+0-7.5=47
5	51	0.2(51+7.5)+0.8(54.5+0)=55.3	1(55.3-54.5)+0(0)=0.8	0.6(51-55.3)+0.4(-7.5)=-5.6	55.3+0.8-3.5=52.6
6	53	0.2(53+3.5)+0.8(55.3+0.8)=56.2	1(56.2-55.3)+0(0.8)=0.88	0.6(53-56.2)+0.4(-3.5)=-3.3	56.2+0.88+10.5=67.6
7	73	0.2(73-10.5)+0.8(56.2+0.88)=58.1	1(58.1-56.2)+0(0.88)=1.97	0.6(73-58.1)+0.4(10.5)=13.1	58.1+1.97+0.5=60.6
8	61	0.2(61-0.5)+0.8(58.1+1.97)=60.2	1(60.2-58.1)+0(1.97)=2.04	0.6(61-60.2)+0.4(0.5)=0.7	60.2+2.04-5.6=56.7
9	56	62.1	1.91	-5.9	60.7
10	63	64.5	2.37	-2.2	80.0
11	79	66.7	2.18	12.7	69.5
12	68	68.5	1.88	0.0	68.5+1.88-5.9=64.5
13					68.5+2x1.88-2.2=70.1
14					68.5+3x1.88+12.7=86.8
15					68.5+4x1.88+0=75.99
16					68.5+5x1.88-5.9=72

## تقييم الخطأ:

من قيم E في الجدول أدناه نلاحظ أنها قيم صغيرة، وتتناوب فيها الإشارة السالبة والموجبة، ومؤشر الخطأ  $RMSE = 2.61$  صغير مقارنة مع قيم السلسلة. كل هذا يدل أن النموذج جيد. ساعد على هذا كون السلسلة تتبع موسمية محددة وتوجه واحد بدون تغيرات مفاجئة.

t	y	$\hat{y}$	$E = y - \hat{y}$
1	47		
2	51		
3	65		
4	55	47	
5	51	52.6	$51 - 47 = 4.0$
6	53	67.6	$53 - 52.6 = 0.4$
7	73	60.6	$73 - 67.6 = 5.4$
8	61	56.7	0.4
9	56	60.7	-0.7
10	63	80.0	2.3
11	79	69.5	-1.0
12	68	64.5	$68 - 69.5 = -1.5$
			<b>MSE = 6.81</b>
			<b>RMSE=2.61</b>

الرسم يبين أن التمهيد يتبع جيدا قيم  $y$ ، والتنبؤ يظهر التوجه الصاعد والموسمية الموجودتين في السلسلة.



رسم توضيحي 6. التمثيل البياني للسلسلة مع التمهيد والتنبؤ للسنة المقبلة.

### لاحظ:

نحسب MSE في Excel في المثال كما يلي:

- إما أن نحسب الفروق  $E_t$ ، مثلاً في I13:I20 ثم نستخدم الدالة:

$$=SUMSQ(I13:I20)/COUNT(I13:I20)$$

- أو حتى بدون استخراج الفروق: إذا كانت قيم  $y$  في المجال H13:H20 وقيم  $\hat{y}$  في D13:D20

نكتب الدالة التالية:

$$=SUMXMY2(H13:H20;D13:D20)/COUNT(H13:H20)$$

## 5. سلسلة تمارين

## تمرين 1: مراجعة نظرية

في النموذج الجدائي:

- ما هي ميزة تمهيد هولت-وينترز مقارنة مع التمهيد المضاعف والتمهيد البسيط؟
- أكتب المعادلات المستخدمة للتمهيد.
- أكتب معادلات الابتداء؟
- على أي أساس يتم تحديد معاملات التمهيد الثلاث؟

في النموذج الجمعي:

- ما هي الحالات التي يستخدم فيها التمهيد هولت-وينترز للنموذج الجمعي؟
- أكتب المعادلات المستخدمة للتمهيد.
- على أي أساس يتم تحديد معاملات التمهيد الثلاث؟
- كيف يتم حساب المعاملات الموسمية للنافذة الأولى وابتداء المستوى والتوجه؟

## تمرين 2. النموذج الجدائي: التمهيد والتنبؤ وتقييم النموذج

لديك البيانات الثلاثية لمبيعات مؤسسة ما.

- قم بالتمثيل البياني. ناقش ما هو التمهيد الأسّي المناسب؟ حدد نافذة الموسمية  $p$ .
- قم بتمهيد السلسلة بطريقة HW بالمعاملات 0.52، 0.08، 1.
- قم بالتنبؤ لثلاثيات سنة 2008 و2009.
- قيم التمهيد بمؤشرات الخطأ، ثم عن طريق التمثيل البياني للسلسلة مع التمهيد.
- قيم التمهيد (النموذج) من خلال الرسم بياني للخطأ وعلق عليه.

	t	Quarter	Sales		t	Quarter	Sales		t	Quarter	Sales
2001	1	Q1	140	2004	13	Q1	157	2007	25	Q1	220
	2	Q2	165		14	Q2	211		26	Q2	265
	3	Q3	245		15	Q3	314		27	Q3	393
	4	Q4	545		16	Q4	706		28	Q4	855
2002	5	Q1	145	2005	17	Q1	196				
	6	Q2	170		18	Q2	232				
	7	Q3	255		19	Q3	341				
	8	Q4	585		20	Q4	763				
2003	9	Q1	150	2006	21	Q1	206				
	10	Q2	175		22	Q2	249				
	11	Q3	265		23	Q3	368				
	12	Q4	620		24	Q4	825				

### تمرين 3. النموذج الجدائي: تقييم النموذج وتعديله على أساس مؤشرات الخطأ.

- مثل البيانات التالية في رسم وناقش صلاحية تمهيد HW الجدائي لتمهيدها؟ حدد نافذة الموسمية p.
- قم بتمهيد السلسلة بطريقة HW مع التوقع للسنة الموالية بالمعاملات: 0.25، 0.001، 0.75.
- تفقد وعلق على مرونة ودقة النموذج من خلال التمثيل البياني للسلسلة والتمهيد بما في ذلك التنبؤ.
- أحسب الخطأ Et وأحسب MSE
- قم بالحساب باستخدام Excel ثم قم بتغيير المعاملات وانظر هل تتغير قيمة MSE للأفضل.

Year	Quarter	t	Y	Year	Quarter	t	Y
2001	Q1	1	75	2005	Q1	17	94
	Q2	2	106		Q2	18	147
	Q3	3	127		Q3	19	177
	Q4	4	92		Q4	20	128
2002	Q1	5	77	2006	Q1	21	102
	Q2	6	123		Q2	22	162
	Q3	7	146		Q3	23	191
	Q4	8	101		Q4	24	134
2003	Q1	9	81	2007	Q1	25	106
	Q2	10	131		Q2	26	170
	Q3	11	158		Q3	27	200
	Q4	12	109		Q4	28	142
2004	Q1	13	87	2008	Q1	29	115
	Q2	14	140		Q2	30	177
	Q3	15	167		Q3	31	218
	Q4	16	120		Q4	32	149

### تمرين 4. النموذج الجمعي: التمهيد والتنبؤ وتقييم النموذج وتحسينه

- لديك البيانات التالية لعدد الوحدات المباعة في مؤسسة ما.
- قم بالتمثيل البياني. ناقش هل يصلح تمهيد هولت-وينترز لتمهيدها؟ حدد نافذة الموسمية p.
- قم بتمهيد HW للسلسلة بالمعاملات التالية لألفا، بيتا، وقاما على التوالي: 0.25، 0.01 و 0.01.
- قم بالتوقع للسنة المقبلة.
- قيم التمهيد والتنبؤ من خلال MSE والتمثيل البياني، ثم اعمل على تحسين النموذج بالمعاملات.

Year	Qtr	Time	Sales	Year	Qtr	Time	Sales
2013	1	1	25	2015	1	9	33
	2	2	30		2	10	49
	3	3	40		3	11	55
	4	4	46		4	12	58
2014	1	5	28	2016	1	13	38
	2	6	35		2	14	52
	3	7	47		3	15	58
	4	8	49		4	16	62



### تمرين 5. التنبؤ في Excel باستخدام الدوال Forecast.ets و Forecast Sheet

أدخل البيانات السابقة إلى ورقة في Excel ثم استخدم الدوال Forecast.ets... لحساب ما يلي:

- عدد الوحدات المتوقع بيعها في السنة المقبلة،
  - إحصائيات التنبؤ (نافذة الموسمية، معاملات التمهيد ومؤشرات الخطأ)،
  - هامش الخطأ، ومن ثم مجال الثقة حول المبيعات المتوقعة بمستوى ثقة 95 بالمئة،
- استخدم الدالة Forecast Sheet للقيام بالتنبؤ واستخراج المؤشرات والرسم.

### تمرين 6. دراسة حالة: البطالة

لديك بيانات البطالة الشهرية (ب 10000) في فرنسا من جانفي 1983 إلى ديسمبر 1990.

- قم بنسخ البيانات في ورقة Excel ثم اجعل البيانات عمودية في 3 أعمدة فقط: الشهر، t، و y.
- ابحث نوع التمهيد المناسب (من خلال التمثيل البياني ل y).
- استخدم Forecast Sheet لتمهيد السلسلة والتنبؤ بمجال ثقة 95% مع الرسم وإحصائيات التنبؤ.

month	t	y	month	t	y	Month	t	y	month	t	y
janv-83	1	1762	janv-85	25	2342	janv-87	49	2441	janv-89	73	2261
févr-83	2	1742	févr-85	26	2316	févr-87	50	2437	févr-89	74	2230
mars-83	3	1692	mars-85	27	2260	mars-87	51	2411	mars-89	75	2176
avr-83	4	1646	avr-85	28	2201	avr-87	52	2361	avr-89	76	2125
mai-83	5	1623	mai-85	29	2147	mai-87	53	2288	mai-89	77	2062
juin-83	6	1612	juin-85	30	2111	juin-87	54	2225	juin-89	78	2009
juil-83	7	1627	juil-85	31	2112	juil-87	55	2208	juil-89	79	2015
août-83	8	1677	août-85	32	2161	août-87	56	2259	août-89	80	2071
sept-83	9	1788	sept-85	33	2263	sept-87	57	2342	sept-89	81	2130
oct-83	10	1920	oct-85	34	2352	oct-87	58	2395	oct-89	82	2160
nov-83	11	1991	nov-85	35	2369	nov-87	59	2390	nov-89	83	2149
déc-83	12	2024	déc-85	36	2358	déc-87	60	2376	déc-89	84	2136
janv-84	13	2058	janv-86	37	2351	janv-88	61	2376	janv-90	85	2135
févr-84	14	2088	févr-86	38	2328	févr-88	62	2350	févr-90	86	2114
mars-84	15	2090	mars-86	39	2290	mars-88	63	2284	mars-90	87	2078
avr-84	16	2074	avr-86	40	2256	avr-88	64	2209	avr-90	88	2023
mai-84	17	2034	mai-86	41	2212	mai-88	65	2151	mai-90	89	1955
juin-84	18	1999	juin-86	42	2170	juin-88	66	2110	juin-90	90	1920
juil-84	19	2012	juil-86	43	2170	juil-88	67	2121	juil-90	91	1935
août-84	20	2057	août-86	44	2227	août-88	68	2181	août-90	92	1988
sept-84	21	2176	sept-86	45	2329	sept-88	69	2246	sept-90	93	2046
oct-84	22	2301	oct-86	46	2411	oct-88	70	2283	oct-90	94	2086
nov-84	23	2336	nov-86	47	2426	nov-88	71	2267	nov-90	95	2093
déc-84	24	2339	déc-86	48	2427	déc-88	72	2254	déc-90	96	2096

### تمرين 7. دراسة حالة البطالة في R.

قم بتمهيد السلسلة والتنبؤ للبطالة الشهرية في فرنسا ب 10000 (بيانات التمرين السابق) باستخدام R.

## 6-1 . الحلول

## 6 . مراجع

- Anderson, S. W. (2007). *Statistiques pour l'économie et la gestion* (éd. 2). (A. David R., W. Dennis J., & A. Thomas A., Trads.) Bruxelles: De Boeck.
- Brügner, H. (2017). Holt-Winters Traffic Prediction on Aggregated Flow Data. *Seminars FI / IITM SS 17, Network Architectures and Services, September 2017* (pp. 25-32). Munich: Technical University of Munich. doi:10.2313/NET-2017-09-1\_04
- Chatfield, C., & Yad, M. (1988). Holt-Winters Forecasting: Somme Practicle Issues. *The Statistician*, 37, 129-140. Retrieved April 04, 2022, from <https://www.jstor.org>
- Holt, C. C. (1957). *Forecasting seasonals and trends by exponentially weighted moving averages*. ONR Research Memorandum, Carnegie Institute 52.
- Malhotra, N., Décaudin, J.-M., & Bouguerra, A. (2007). *Etude Marketing avec SPSS* (éd. 5). Paris: Pearson.
- Taylor, J. (2003). Short-term electricity demand forecasting using double seasonal exponential smoothing. *Journal of the Operational Research Society*. 54 (8), 799-805.
- Winters, P. R. (1960). Forecasting sales by exponentially weighted moving averages. *Management Science* 6, 324-342.