الارتباط الذاتي

فصل 9. الارتباط الذاتي..... 2

1. الارتباط الذاتي 2

1-1. تعريف الارتباط الذاتي..... 2

1-2. دالة الارتباط الذاتي..... 4

2. اختبارات المشجب للارتباط الذاتي..... 13

2-1. اختبار الارتباط الذاتي بوكس–بيرس..... 13

2-2. إختبار الارتباط الذاتي ألجونق–بوكس Ljung-Box test..... 13

3. سلسلة تمارين 14

3-1. الحلول..... 15

4. المراجع 16

فصل 9. الارتباط الذاتي

تعريف الارتباط الذاتي – اختبار الارتباط الذاتي – تمارين – المراجع

توطئة. تستند طريقة النمذجة على نظريات متينة، إلا أن استخدامها يتطلب افتراضات معينة ويشترط وجود علاقات داخل البيانات، وهو ما يتم التحقق منه باستخدام التمثيل البياني للمتبقي وبمعامل الارتباط الذاتي، بالإضافة إلى عدد من المؤشرات الأخرى. ندرس في هذا الفصل الارتباط الذاتي بين المشاهدات، والذي بدونه لا أساس للطرق التحليلية.

الغرض هو أن يصبح الطالب قادرا على التمثيل البياني للمتبقي واستخلاص النتائج منه وحساب الارتباط الذاتي ودالة الارتباط الذاتي واختباره باستخدام برنامج إحصائي وتفسيره.

1. الارتباط الذاتي

تعريف الارتباط الذاتي

التمثيل البياني

1-1. تعريف الارتباط الذاتي

الارتباط في الغالب يحسب بين متغيرتين، أما الارتباط الذاتي فيكون بين مشاهدات السلسلة نفسها، فكيف ذلك؟ تتضمن السلسلة أحيانا علاقة خطية بين المشاهدات، وقد تظهر بسهولة من التمثيل البياني حتى دون حساب الارتباط الذاتي. يطلق على هذه العلاقة "الارتباط الذاتي"، (autocorrelation or serial or lagged correlation) **وهو ارتباط بين بيانات السلسلة ونفس البيانات مع انحراف أو فجوة زمنية (lag/décalage) هي درجة واحدة أو أكثر** ($k = 1, 2, \ldots$).

مثال: في سلسلة زمنية للمبيعات الشهرية من جانفي إلى ديسمبر؛ فإن الارتباط الذاتي من الدرجة 0 هو ارتباط السلسلة بنفسها، وبالتالي يساوي 1؛

الارتباط الذاتي من الدرجة 1 هو ارتباط مبيعات جانفي إلى أكتوبر بمبيعات فيفري إلى نوفمبر؛ الارتباط الذاتي من الدرجة 2 هو ارتباط مبيعات جانفي إلى أكتوبر بمبيعات مارس إلى ديسمبر، وهكذا.

الارتباط الذاتي الموجب يعني أن القيم العالية تلحقها زمنيا في الغالب قيم عالية والقيم المتدنية تلحقها قيم متدنية. في حالة (k = 1) تدعى هذه الحالة (stickiness). **الارتباط السالب يعني أن القيم العالية تتبعها قيم متدنية والعكس،** في حالة k = 1 تسمى هذه الحالة (swings)، عندما يكون هناك عامل "تصحيح" تنجم عنه ردة فعل معاكسة على التحركات الصاعدة والنازلة. بصفة عامة k يجب أن تكون قيمته بين سدس وثلث حجم العينة n لكي يكون له معنى، أو الخمس على الأقل إذا كانت العينة أكبر من 150 (Bourbonnais, 2001, pp. 57-60).

يحسب الارتباط الذاتي من الدرجة k بقسمة التباين المشترك الذاتي من الدرجة k على تباين y:

$$R_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k}[(y_t - m_y)(y_{t+k} - m_y)]}{\sum_{t=1}^{n}(y_t - m_y)^2}$$

$$m_y = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} y_t$$

لاحظ.

هذه الصيغة الأكثر استخداما لخصائصها الإحصائية، لكن البرمجيات قد تستخدم صيغ أخرى تستهدف تقليل التحيز (Chatfield, 1989). المتوسط العام هو المستخدم أيا كان k.

رياضيا، يعني حساب الارتباط الذاتي أننا نعتبر السلسلة الزمنية مجموعة من المتغيرات العشوائية بقدر عدد الفترات، أو بعبارة أخرى، نعتبر السلسلة الزمنية تحققا ل "عملية عشوائية" (processus stochastique X) أو {X} . يتم حساب الارتباط الذاتي من درجة ما حسب صيغة ارتباط بيرسون المعروفة، أي بحساب التباين المشترك ومن ثم نقوم بمعيرته بجداء تبايني المتغيرتين X_t و X_{t-k} لكي تنحصر النتيجة بين −1 و 1. بهذا يحسب الارتباط الذاتي من الدرجة k كما يلي:

$$r_k = \frac{\sum_{t=k+1}^{n}(x_t - m_{x1})(x_{t-k} - m_{x2})}{\sqrt{\sum_{t=k+1}^{n}(x_t - m_{x1})^2 \sum_{t=k+1}^{n}(x_{t-k} - m_{x2})^2}}$$

$$m_{x1} = \frac{1}{n-k}\sum_{t=k+1}^{n} x_t \; ; m_{x2} = \frac{1}{n-k}\sum_{t=k+1}^{n} x_{t-k}$$

مثال 1. لديك السلسلة التالية.

Y	10	20	24	30	40	40	60

- أحسب الارتباط الذاتي من الدرجة 1.
- أحسب الارتباطات الذاتية من الدرجة 2 و 3.
- علق على النتائج.

الحل

t	Y	$(y_t - m_y)^2$	k = 1 $(y_t - m_y)(y_{t+1} - m_y)$
1	10	(10-32)²=484	--------
2	20	(20-32)²=144	(10-32)*(20-32)= 264
3	24	(24-32)²=64	(20-32)*(24-32)= 96
4	30	4	(24-32)*(30-32)= 16
5	40	64	-16
6	40	64	64
7	60	784	224
My =32		∑= 1608	∑ = 648

$$R_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k}\left[(y_t - m_y)(y_{t+k} - m_y)\right]}{\sum_{t=1}^{n}(y_t - m_y)^2}$$

$$R_1 = \frac{648}{1608} = 0.4$$

t	Y	$(y_t - m_y)^2$	k = 2 $(y_t - m_y)(y_{t+2} - m_y)$	k = 3 $(y_t - m_y)(y_{t+3} - m_y)$
1	10	(10-32)²=484	-------	-------
2	20	(20-32)²=144	-------	-------
3	24	(24-32)²=64	(10-32)*(24-32)= 176	-------
4	30	4	(20-32)*(30-32)= 24	(10-32)*(30-32)= 44
5	40	64	(24-32)*(40-32)= -64	(20-32)*(40-32)= -96
6	40	64	-16	-64
7	60	784	224	-56
My =32		∑= 1608	∑ =344	∑ =-172

$$R_2 = \frac{344}{1608} = 0.21; R_3 = \frac{-172}{1608} = -0.1$$

هنا الارتباط من الدرجة 1 متوسط القوة وطردي (أي أن القيمة العالية تتبعها قيم عالية لكن ليس بكل مطرد وإنما "في أحيان كثيرة"). الارتباط من الدرجة 2 طردي وضعيف (أي أن المقولة السابقة تنطبق أحيانا فقط)، والارتباط من الدرجة 3 غير موجود (هنا لا تهم الإشارة لأنه شبه معدوم).

2-1. دالة الارتباط الذاتي

دالتي الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي ACF وPACF

لا يكتفي المحلل غالبا بحساب الارتباط الذاتي من الدرجة 1، وإنما يحسب الارتباطات من درجات متعددة، خاصة أن البرمجيات الإحصائية سهلت عملية الحساب. في السلاسل الطويلة يتم حساب عدد كبير من الارتباطات الذاتية. لكي يكون له معنى، بصفة عامة إذا كانت العينة كبيرة يتعين حساب سدس أو خمس

على الأقل حجم العينة؛ مثلا إذا كانت العينة أكبر من 150(Bourbonnais, 2001) ؛ أو ثلث حجم العينة n. خاصة تعطي البرمجيات مجال الثقة للارتباطات الذاتية حول الصفر لكشف الارتباطات الدالة منها، ويمكن إظهار ذلك في رسم بياني يسمى (correlogram) أو دالة الارتباطات الذاتية ACF وعليه مجال الثقة 95 بالمائة (أو 99 بالمائة أو كلاهما).

من المهم أيضا استخراج رسم لدالة الارتباطات الذاتية الجزئية PACF (Partial Autocorrelation Function) وقد تكون هذه الأخيرة أقدر على إظهار الموسميات الموجودة في البيانات. تمثل هذه الدالة الارتباط من درجة ما عند عزل تأثير الدرجات الأخرى التي قبلها[1]. تأتي حدود مجال الثقة في التمثيل البياني على شكل خطين متوازيين حول الصفر. الخطأ المعياري هو مقلوب جذر n، لذلك فحدود مجال الثقة تكتب كما يلي:

$$\left(\mp\frac{z_{1-\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}} \cong \mp\frac{2}{\sqrt{n}}\right)$$

نبحث في الرسم عن أمرين:

- وجود ارتباطات دالة (تخرق مجال الثقة).
- وجود نمط أم لا في الارتباطات الذاتية.

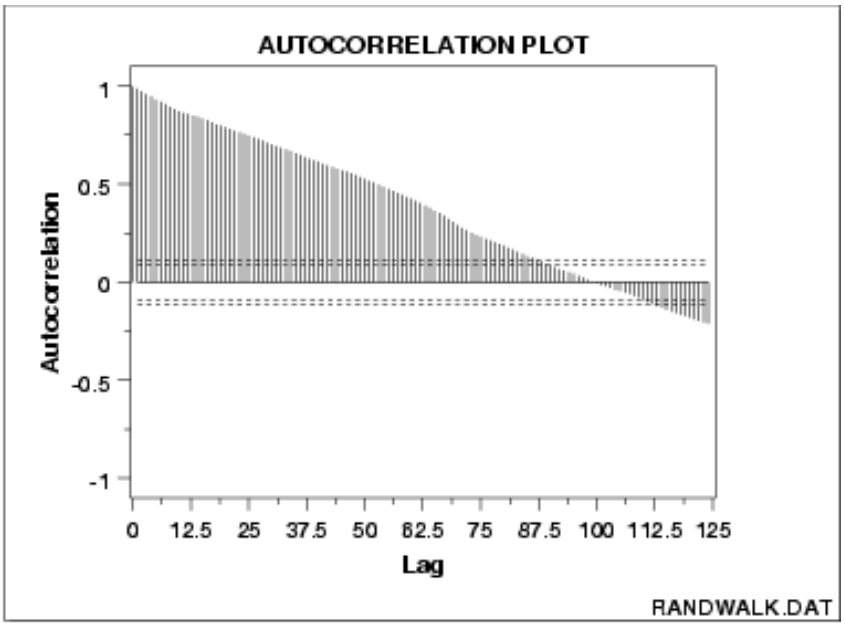
إذا جاءت الارتباطات خالية من أي نمط، وجاءت كلها داخل مجال الثقة دل ذلك على أن السلسلة عشوائية، أي أنها خالية من أي موسمية أو توجه أو دورة. هذا يعني أنه لا يمكن تمثيل السلسلة بأي قانون احتمالي ولا يمكن توقعها.

وجود ارتباط ذاتي يعني وجود إمكانية للتنبؤ. الارتباط الذاتي في السلسلة أو في متبقي السلسلة (بعد إزاحة الموسمية مثلا أو التوجه أو كلاهما) يعني وجود نمط ما أو أنماط في البيانات، أي مكون غير الخطأ العشوائي وبالتالي إمكانية استخدام نماذج لالتقاط هذا المكون لتحسين التنبؤ. فكيف يعبر الارتباط الذاتي عن التوجه وكيف يعبر عن الموسمية.

الارتباط الذاتي والتوجه الخطي

يعبر الارتباط الذاتي عن العلاقة الخطية من خلال ارتباطات تتناقص خطيا إلى الخلف. هذه العلاقة يمكن نمذجتها للتنبؤ من خلال دالة انحدار خطي، وكلما كان الارتباط الذاتي قويا (أنظر المثال أدناه) كلما زادت دقة التنبؤ باستخدام هذه الدالة.

[1] للتذكير، يسمح الارتباط الجزئي بتصفية ارتباط متغيرتين من تأثير متغيرة أو متغيرات أخرى، مثلا ارتباط المحصول بكمية السماد يمكن أن يتأثر بكمية الامطار، فنحسب الارتباط الجزئي أي ارتباط كمية المحصول بكمية السماد عند عزل تأثير كمية الأمطار.



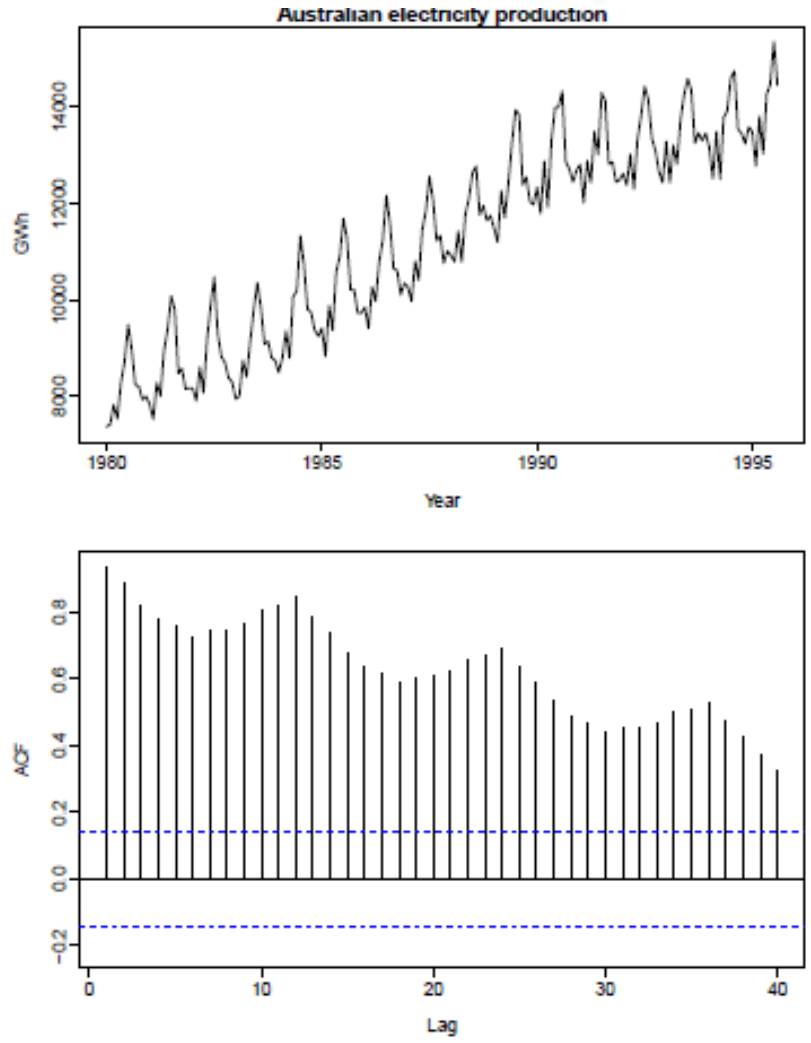
رسم توضيحي 1. ارتباط ذاتي قوي موجب. المصدر:

NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods, date. 24-11-2017
http://www.itl.nist.gov/div898/handbook//eda/section3/autocop3.htm.

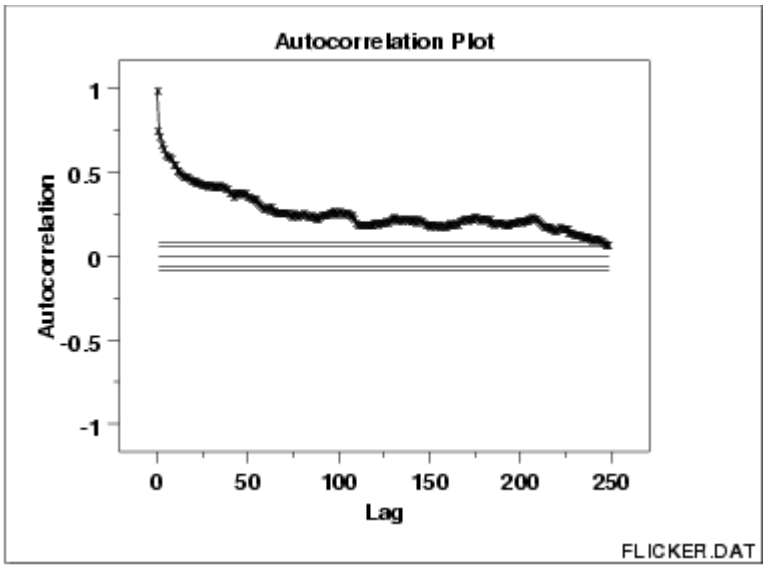
الارتباط الذاتي والموسمية

يعبر الارتباط الذاتي عن الموسمية أو الدورة من خلال ارتباطات ذاتية عالية عند الفجوة وأحيانا مضاعفاتها، مثلا: الموسمية السنوية في بيانات شهرية تترجم بارتباطات عالية في الفجوة 12 وربما في الفجوات 24، 36 ... الموسمية الثلاثية في بيانات شهرية تترجم بارتباطات عالية في الفجوة 3 و6 و9 ...

مثال. الرسم التالي يعطي البيانات الشهرية لإنتاج الكهرباء في أستراليا. يظهر التوجه من خلال التناقص التدريجي للارتباطات، وتظهر الموسمية من خلال القمم عند رأس القيم 12، 24، 36 ... أي أن هناك موسمية نافذتها 12، وبما أن البيانات شهرية فهي موسمية سنوية.

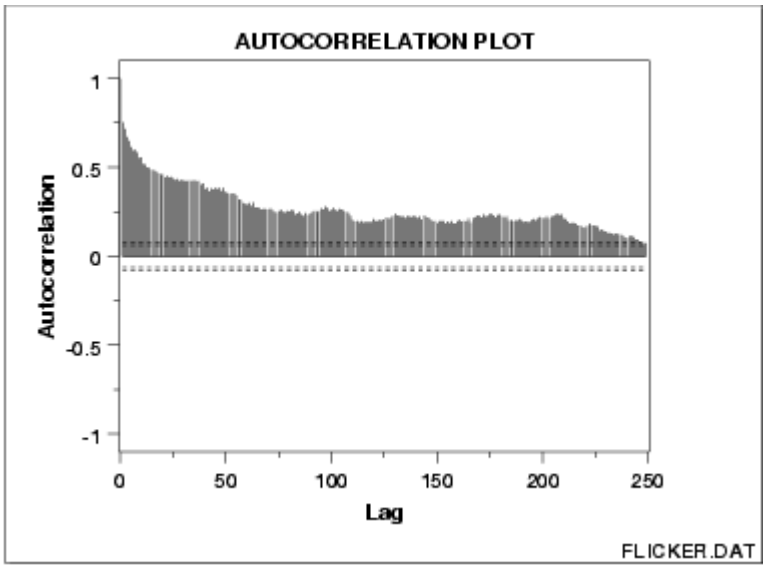


الأمثلة التالية تظهر أنواعا أخرى من الارتباط الذاتي: القوي غير الخطي، المعتدل والمعدوم.



رسم توضيحي 2. ارتباط ذاتي قوي غير خطي. المصدر:

NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods, date. 24-11-2017
http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda331.htm



رسم توضيحي 3. ارتباط ذاتي خطي معتدل. المصدر:

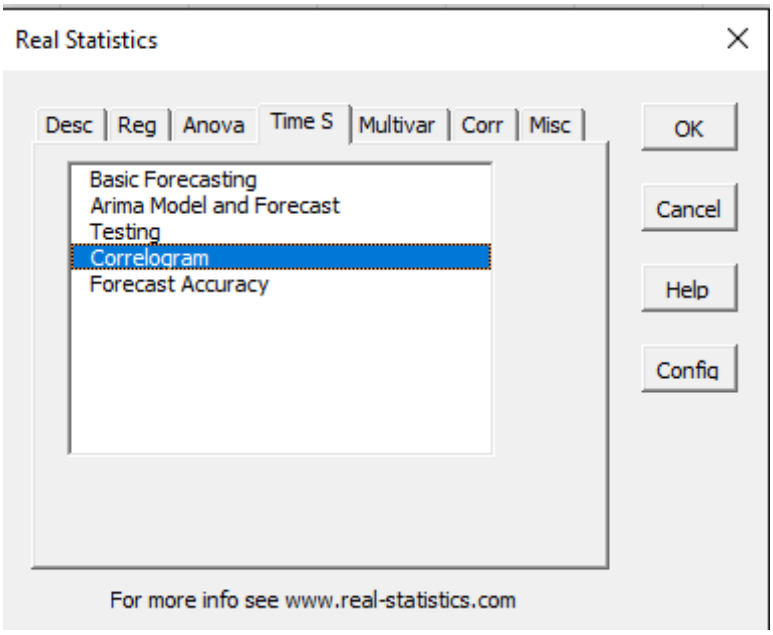
NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods, date. 24-11-2017
http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/autocop2.htm

مثال 2. الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي في Real Statistics

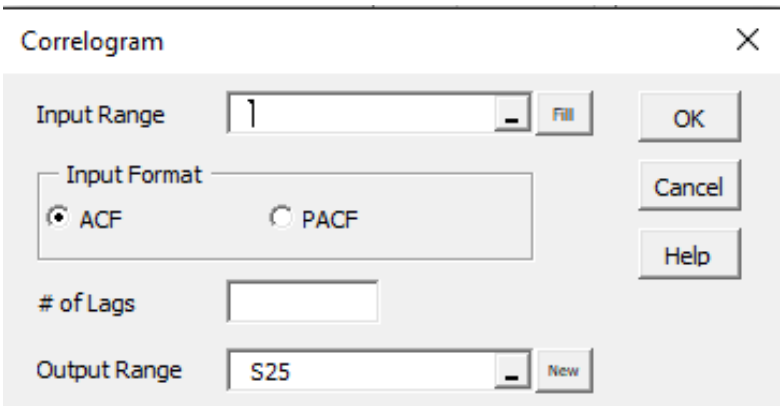
هناك عدد من الإضافات (Add-ins) المفيدة التي يمكن إلحاقها ب Excel لإجراء حسابات إحصائية متنوعة. من بين هذه الإضافات برنامج XLSTAT أو برنامج Real Statistics لصاحبه Charles Zaiontz. يوفر هذا البرنامج[1] إمكانيات إضافية للقيام بعدد لا باس به من الأدوات الإحصائية وتحليل البيانات التي لا نجدها في البرنامج الأصلي أو في محلل البيانات Data Analysis، ومنها دالتي الارتباط الذاتي: العام والجزئي. الخطوات هي كالتالي:

1. بعد تحميل البرنامج نقوم بتشغيله من قائمة الملحقات (Add-ins).
2. في النافذة التي تظهر اختر مربع السلاسل الزمنية Time S ومن ثم من قائمة الأدوات
3. إختر دالة الارتباط الذاتي Correlogram.
4. يحتاج الأمر بعد ذلك إلى إدخال مجال الخلايا للسلسلة وتحديد قيمة ألفا لحساب مجال الثقة حول الارتباط أو الارتباط الجزئي.

[1] يمكن تحميل هذا البرنامج من http://www.real-statistics.com



يعطي البرنامج عند ذلك النافذة التالية لإدخال البيانات ومنها نختار دالة الارتباط الذاتي ACF أو دالة الارتباط الذاتي الجزئي PACF.



مثال.[1]

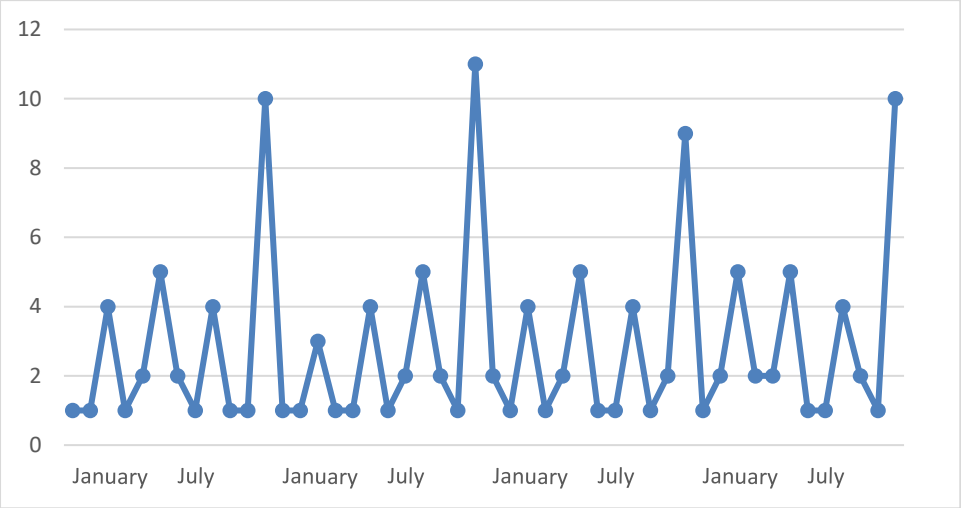
- أنظر إلى البيانات التالية للمبيعات الشهرية بالآلاف، هل تدل على موسمية أو أكثر.
- أحسب الارتباطات من الدرجة 1 إلى 14 ومثلها بيانيا، استنتج الموسمية الموجودة.

	year 1	year 2	year 3	year 4
January	1	1	2	1
February	1	1	1	2
March	4	3	4	5
April	1	1	1	2
May	2	1	2	2
June	5	4	5	5
July	2	1	1	1
August	1	2	1	1
September	4	5	4	4

[1] http://www.jybaudot.fr/Previsions/autocorpart.html. Le 22-11-2017.

October	1	2	1	2
November	1	1	2	1
December	10	11	9	10

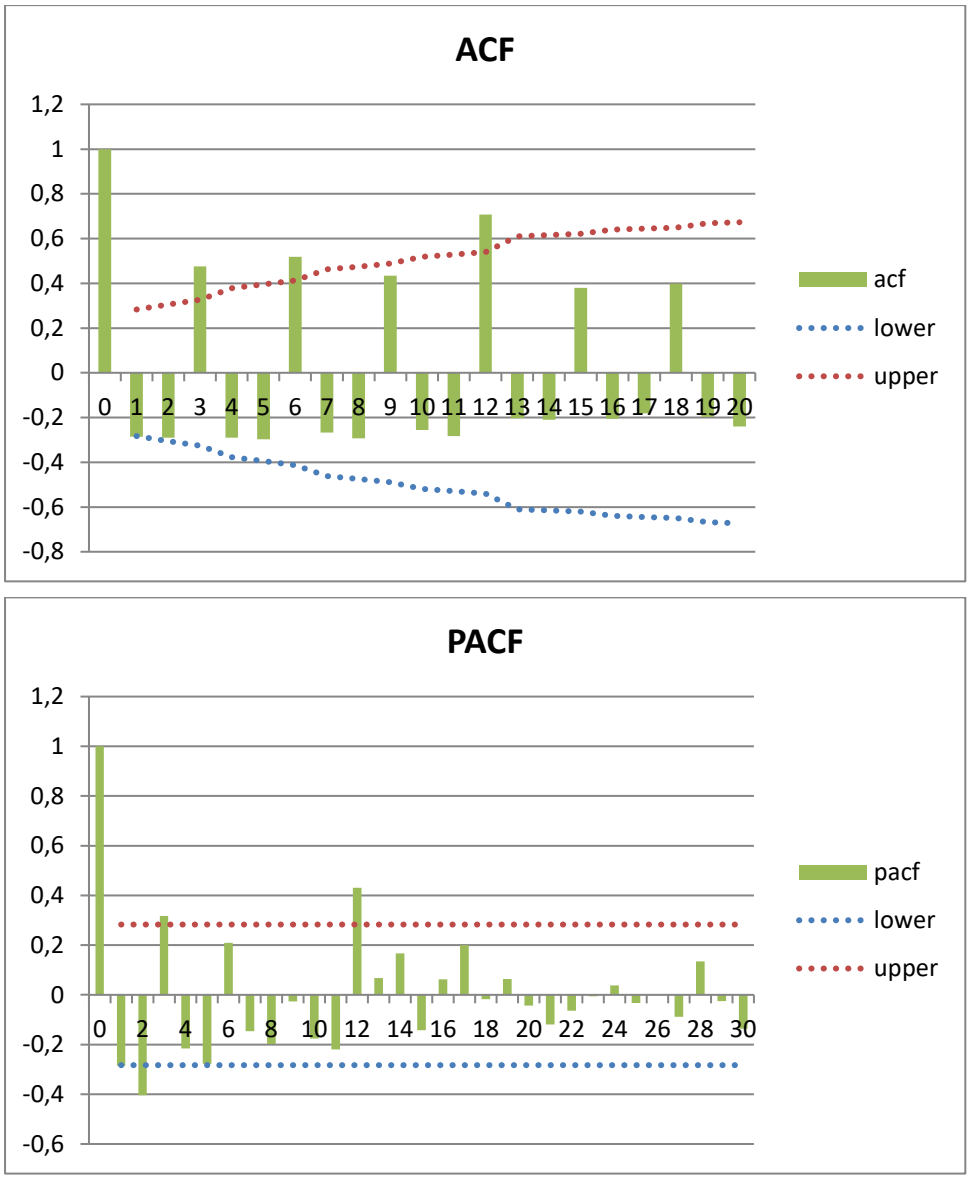
الحل.



لا تظهر البيانات وجود توجه، لكن من الواضح أن هناك موسمية.

بإدخال البيانات نحصل على مخرجات تتمثل في قيم الارتباط الذاتي ACF من الدرجة 1 إلى 30 (يمكن التحكم في هذا العدد في الخيارات) ومجال الثقة حولها والأمر نفسه إذا طلبت دالة الارتباط الذاتي الجزئي PACF. يظهر الرسم أدناه وجود موسمية نافذتها 3 لأن العمود الذي يمثل الارتباط الذاتي من الدرجة 3 دال (يخترق حد مجال الثقة). يظهر الرسم أيضا وجود موسمية سنوية (نافذتها 12) لنفس السبب. الأعمدة المرتفعة في الأشهر 6 و9 و15 و18 لا تضيف شيئا لعلمنا لأن هذه الأعداد ما هي إلا مضاعفات للعدد 3.

باستخدام Realstat نحصل على الرسمين التاليين:



النمط الموجود (ارتباط موجب ثم ارتباطين سالبين وهكذا) والارتباطات الدالة إحصائيا (تخرج عن مجال الثقة) تدل على وجود موسمية فصلية وأخرى سنوية. لكن عدا عن هذه الملاحظة التي تظهر أيضا في ACF فإن PACF يبرز الارتباط العكسي من الدرجة 2. الأعمدة الأخرى غير دالة (لا تتجاوز مجال الثقة).

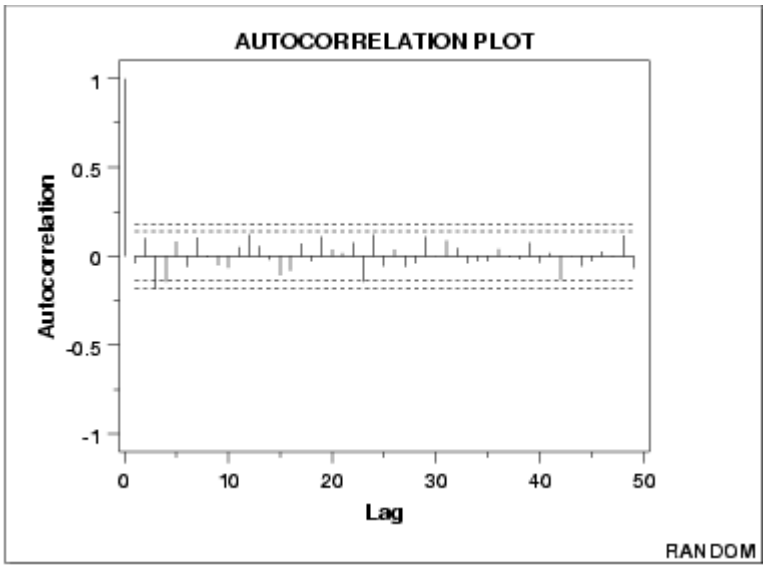
الارتباط الذاتي لاختبار المتبقي

تفترض طريقة المربعات الصغرى استقلال الخطأ عن نفسه، أي عدم وجود ارتباط ذاتي فيه (واستقلاله عن المتغيرات المفسرة). **وجود ارتباط ذاتي في حد المتبقي (y - ^y) يعني أن مقدرات طريقة المربعات الصغرى (معامل الانحدار والثابت) ليست فعالة**، أي ليست الأدق في تقدير معالم دالة الانحدار الحقيقية، ويظهر ذلك في خطأ معياري كبير للمقدرات.

السبب في وجود الارتباط الذاتي في المتبقي يمكن أن يكون (بوربوني و كلود إيزينيه):

- إغفال متغيرة مفسرة (وجودها في حد المتبقي يؤدي من خلال سلوكها إلى ارتباطه بنفسه)،
- سوء تحديد النموذج، كأن يكون النموذج الحقيقي غير خطي، وبالتالي يأخذ حد المتبقي في مجال قيم موجبة وفي مجال موالي قيم سالبة وهكذا بالتناوب، فينعكس ذلك في ارتباط ذاتي.
- التمهيد، تمهيد السلسلة باستخدام المتوسطات المتحركة له أثر مباشر على ظهور ارتباط ذاتي اصطناعي بين الأخطاء (أثر Slutsky).
- وجود خطأ في القياس، هو الآخر يظهر في حد الخطأ.

الرسم التالي هو لمثال عن حالة عدم وجود ارتباط ذاتي.



رسم توضيحي 4. عدم وجود ارتباط ذاتي. المتغيرة عشوائية. المصدر:

NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods, date. 24-11-2017
http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/autocop1.htm

الارتباط الذاتي لاختبار عشوائية العينة

يستخدم الارتباط الذاتي كأداة للتحقق من عشوائية البيانات، فعدم ارتباط أي قيمة y_i بأي من القيم السابقة لها هو من جوهر تعريف العشوائية. مع ذلك فغياب الارتباط الذاتي من أي درجة لا يعني بالضرورة أن البيانات عشوائية تماما، فقد تكون البيانات خالية من الارتباط الذاتي وهي غير عشوائية بشكل ما، لكن غالبا ما يتم الاكتفاء باختبار الارتباطات الذاتية، ويستشهد الباحث بأن البيانات عشوائية إذا جاءت الارتباطات الذاتية كلها غير دالة، لكن إذا أراد الباحث التحقق بشكل دقيق فهناك مجموعة من الاختبارات الأخرى للعشوائية.

أغلب النماذج والاختبارات الإحصائية المشهورة تفترض أن العينة عشوائية، وتتوقف على هذا الافتراض صدقية معالم النموذج ونتائج الاختبارات. لكي تكون البيانات عشوائية يجب أن تكون الارتباطات الذاتية كلها غير دالة (Box & Jenkins, 1976, pp. 28-32).

2. اختبارات المشجب للارتباط الذاتي

اختبار بوكس–بيرس

اختبار ألجونق–بوكس

تفقد ما إذا كانت الارتباطات الذاتية في الدالة تتجاوز أم لا الحدين الأقصى والأدنى هو في حد ذاته اختبار إحصائي فرضيته، أو بالأحرى سلسلة من الاختبارات لفرضية عدم وجود ارتباط ذاتي. لكن تعدد الاختبارات يزيد من احتمال الوصول إلى نتيجة دالة إحصائيا، لذلك أوجد الإحصائيون طرقا لتجاوز ذلك.

2-1. اختبار الارتباط الذاتي بوكس–بيرس

الفرضية الصفرية للاختبار Box–Pierce هي أن الارتباطات الذاتية معدومة، والفرضية البديلة هي أن أحد هذه الارتباطات على الأقل مختلف عن الصفر. إحصائية هذا الاختبار هي كما يلي (Hyndman, 2018):

$$Q = n\sum_{k=1}^{h} r_k^2 \; ; Q \sim \chi^2_{n-h}$$

حيث n حجم السلسلة، h عدد الارتباطات الذاتية.

تكون قيمة الإحصائية صغيرة عندما تأتي الارتباطات الذاتية من ضجيج أبيض (white noise)، وتكون كبيرة في الحالة المعاكسة. تفسير هذه الإحصائية سهل؛ التربيع يسمح بإزالة الإشارة السالبة، وفي نفس الوقت يسمح للإحصائية بتحسس وجود قيم كبيرة للارتباط الذاتي. يقترح هيندمان (Hyndman, 2018) اعتماد $h = 10$ في حالة كون البيانات لا تتضمن موسمية، و $h = 2p$ حيث p نافذة الموسمية إن وجدت، وهذا كله على أن لا تتجاوز قيمة h الحد n/5.

تتبع هذه الإحصائية (في حالة صحة الفرضية الصفرية) التوزيع ك 2 ب (n – h) درجة حرية. h: عدد المعالم المقدرة في النموذج من سحابة المتبقي، إذا كانت مقدرة من البيانات الأصلية (وهو ما تفعله البرمجيات) نجعل h=0. تقارن إذن قيمة Q بقيمة جدولية من توزيع ك2 بمستوى معنوية محدد سلفا، مثلا 0.05. في حالة تجاوز Q للقيمة الجدولية (أو كون Pvalue أي المساحة بعد القيمة الفعلية على التوزيع أقل من 0.05) نرفض الفرضة الصفرية ونستدل بأن الفرضية البديلة صحيحة، أي أن هناك على الأقل ارتباط ذاتي مختلف عن الصفر، بمعنى أن النموذج قابل للتحسين.

2-2. إختبار الارتباط الذاتي ألجونق–بوكس *Ljung–Box test*

يعتمد هذا الاختبار نفس المبدأ إلا أنه يتميز بدقة أكثر وتكتب إحصائيته كما يلي (Hyndman, 2018):

$$Q' = n(n+2)\sum_{k=1}^{h}(n-k)^{-1}r_k^2\,;\, Q \sim \chi^2_{n-h}$$

كما في اختبار بوكس–بيرس، نقارن قيمة الإحصائية بالقيمة الجدولية، أو نقارن P-value التي تعطيها البرمجيات الإحصائية بمستوى المعنوية المحدد سلفا، غالبا 0.05: إذا جاء P-value < 0.05 يمكن الاستدلال على وجود ارتباطات ذاتية في المتبقي، واحد أو أكثر؛ والعكس إذا جاء P-value>0.05 يمكن قبول الفرضية الصفرية بعدم ارتباط ذاتي، أو بتعبير أصح نقول أنه لا دليل على وجود ارتباط ذاتي.

3. سلسلة تمارين

3-1. التمارين

تمرين 1.

- أكتب صيغة حساب معامل الارتباط الذاتي.
- أكتب صيغة الارتباط الذاتي من الدرجة 3.
- ماذا يعني وجود ارتباط ذاتي في السلسلة بالنسبة لإمكانية التنبؤ؟ ماذا يعني وجود ارتباط ذاتي في المتبقي؟
- كيف يفسر الارتباط الذاتي الموجب القوي (قريب من 1)؟
- كيف يفسر الارتباط الذاتي السالب القوي (قريب من −1)؟
- كيف يفسر انعدام الارتباط الذاتي (قريب من 0)؟
- عم نبحث في دالة الارتباط الذاتي؟
- ما هي القيم التي تحد مجال الثقة للارتباط الذاتي أو الخطين الأفقيين في دالة الارتباط الذاتي؟
- عند أي حد نتوقف عند حساب الارتباطات الذاتية، أو كم ارتباط ذاتي نحسب (K)؟

تمرين 2. الارتباط الذاتي والتحقق من المتبقي– حوادث المرور

لديك عدد حوادث المرور المسجلة في طريق معين على مدى 15 شهرا.

الشهر	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
عدد الحوادث	25	28	27	29	32	34	36	42	43	45	50	50	52	53	54

استعن ب Excel للقيام بما يلي:

- قم بتمثيل البيانات في سحابة نقاط، ومثل عليها خط توجه خطي. علق.
- إستخرج قيم y^ لدالة التوجه الخطي.

- أحسب الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى والثانية. علق.
- أدخل البيانات إلى R واستخرج الارتباطات الذاتية إلى الدرجة 5 ومثلها بيانيا. علق.
- استخرج قيم المتبقي E = (y – ^y) عن دالة التوجه الخطي ومثلها بيانيا. هل تلاحظ نمطا ما في سحابة المتبقي؟ هل تنتشر السحابة في شكل افقي أم لها توجه ما؟ هل تنتشر في شكل مثلث، هل هناك قيم شاردة؟
- أدخل قيم المتبقي إلى R ثم استخرج دالة الارتباط الذاتي للمتبقي وعلق عليها.

تمرين 3. الارتباط الذاتي لكشف الموسمية – المبيعات الثلاثية لمشروب في أستراليا

لديك دالة الارتباط الذاتي التالية للمبيعات الثلاثية لمشروب في أستراليا خلال عدد من السنوات (Hyndman R. , 2014).

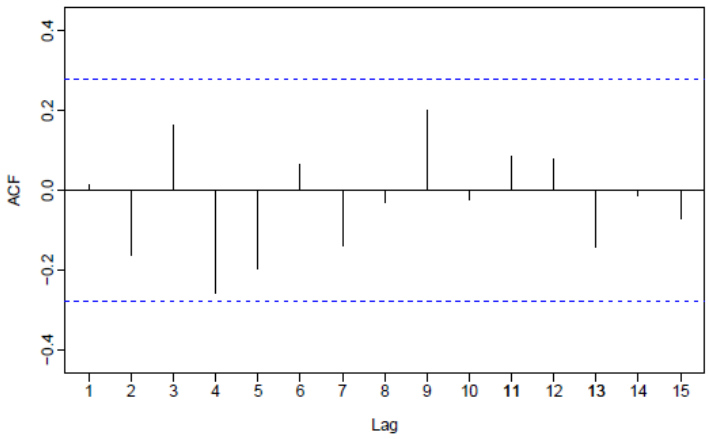
Lag	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Autocorrelation	-0,126	-0,650	-0,094	0,863	-0,099	-0,642	-0,098	0,834	-0,116

- قم بالتمثيل البياني لدالة الارتباط الذاتي. على ماذا يدل الرسم؟

تمرين 4. الارتباط الذاتي للمتبقي – مؤشر داو جونز

قام محلل بالتنبؤ باستخدام الطريقة الساذجة (قيمة اليوم السابق) **لمؤشر داو جونز** خلال 250 يوم.
لديك دالة الارتباط الذاتي للمتبقي (Hyndman R. , 2014):

- هل يمكن القول أن هناك ارتباط في المتبقي؟
- هل هناك ما بقي لالتقاطه ونمذجته؟ ما هي الخلاصة التي يمكن الخروج بها؟



3 -2. الحلول

4. المراجع

Bourbonnais, R. (2001). *Prévision des ventes.* Paris: Université de Paris-Dauphine.

Box, G. E., & Jenkins, G. M. (1976). *Time Series Analysis: Forecasting and Control.* San Francisco.

Chatfield, C. (1989). *The Analysis of time series: An Introduction* (4th ed.). NY: Chapman and Hall.

Hyndman, R. &. (2018). *Forecasting: principles and practice* (2nd ed.). Melbourn: OTexts: Melbourne, Australia. Retrieved 10 20, 2022, from OTexts.com/fpp2.

Hyndman, R. (2014). *Forecasting: principales and practice.* University of Western Australia. Retrieved from http://www.robjhyndman.com/uwa

ريجي بوربوني، و جون كلود إيزينيه. (بلا تاريخ). *التنبؤ بالمبيعات بين النظرية والتطبيق.* (العشعوش، نايف؛ العنزي، صالح، بن صحوي، المترجمون) سورية: مركز البحوث.