

**Application I (Extraits des travaux dirigés) :**

**Exercice n° 01 :**

Déterminer le nombre d'atomes par maille élémentaire des réseaux suivant :

- a/ cubique simple : CS.
- b/ cubique centré : CC.
- c/ cubique à faces centrées : CFC.
- d/hexagonal compact : HC.

**Exercice n° 02 :**

Le lithium cristallise dans le système cubique.

- a/ indiquer le type de réseau ?
  - b/ déterminer le paramètre de la maille ?
  - c/ quelle est la plus petite distance Li-Li ?
- donnée :  $\rho(\text{Li}) = 0,49 \text{ g/cm}^3$  et  $R(\text{Li}) = 1,5 \text{ \AA}$

**Exercice n° 03 :**

L'or cristallise dans le système cubique à faces centrées.

L'arête de la maille  $a = 4,07 \text{ \AA}$ , un atome d'or est composé de 197 unités de masse atomique (U.M.A).

- a/ quelle est la plus petite distance entre les atomes A ?
- b/ quelle est la coordinence de chaque atome ? Justifier la réponse ?
- c/ déterminer la masse volumique de l'or ?

**Exercice n° 04 :**

Le molybdène a une structure cubique centrée et une densité égale à  $10,20 \text{ g/cm}^3$

- Calculer sa compacité et son rayon atomique sachant que le poids atomique de Mo est de 95,94 ?

**Exercice n° 05 :**

Le chlorure de césium Cs Cl cristallise dans le système cubique avec un ion  $\text{Cs}^+$  à chaque sommet et un ion  $\text{Cl}^-$  au centre de la maille. Sachant que les rayons ioniques  $R(\text{Cl}^-) = 1,81 \text{ \AA}$ , et  $R(\text{Cs}^+) = 1,69 \text{ \AA}$  :

a/ estimer la valeur du paramètre  $a$  du réseau ?

b/ comparer la valeur trouvée de  $a$  avec celle calculée à partir de la masse volumique de Cs Cl ( $MV = 3,97 \text{ g/cm}^3$ ).

### Exercice n° 06 :

La structure  $\text{Ca C}_2$  est cubique de type Na Cl. L'ion  $\text{Ca}^{+2}$  occupe la place de  $\text{Na}^+$  et les ions  $\text{C}^{-2}$  occupent la place des ions  $\text{Cl}^-$  :

a/ combien de motifs  $\text{Ca C}_2$  comporte chaque maille ?

b/ la masse volumique de  $\text{Ca C}_2$  est de  $2,22 \text{ g/cm}^3$ , calculer le paramètre de la maille ?

données : masses atomiques :  $M(\text{C}) = 12$ ,  $M(\text{Ca}) = 40$ .

### Exercice n° 07 :

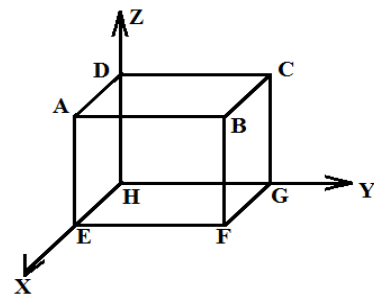
Dans le système cubique suivant :

a/ indexer les 6 faces du cube ?

b// indexer les faces : AEGC, EDG, AFGD.

c/ identifier les faces :  $(100)$ ,  $(110)$ ,  $(1\bar{1}0)$  et  $(\bar{1}01)$ .

d/ indiquer les direction :  $[100]$ ,  $[111]$ ,  $[010]$  et  $[\bar{1}01]$ .

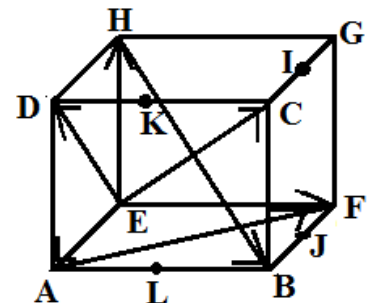


### Exercice n° 08 :

Soit les élémentaire suivant :

a/ indiquer les direction schématisées par des flèches ?

b/ indexer les plans : HGFE, HIJE, HCBE, HKLE et HDAE.



### Exercice n° 09 :

Soit un système cubique

a/ déterminer l'angle formé par la direction  $[111]$  et le plan  $(111)$ , que constate t-on ?

b/ déterminer les distances séparant les  $(100)$ , les plans  $(110)$  et les plans  $(111)$ .

Que constate t-on ?

### Exercice n° 10 :

Montrer que le système cubique comporte les éléments de symétrie suivants :

a/ 6 axes d'ordre 2.

b/ 4 axes d'ordre 3.

c/ 3 axes d'ordre 4.

**Exercice n° 11 :**

Donner les éléments de symétrie des systèmes : quadratique et orthorhombique ?

**Exercice n° 12 :**

Démontrer la relation de Wulf-Bragg :  $2d \sin\vartheta = n\lambda$ .

**Exercice n° 13:**

Un photon a pour énergie  $E_{\text{ph}} = 50 \text{ keV}$  .

a/ Déterminer la longueur d'onde de ce photon ?

b/ Rappeler les limites des rayons X et conclure si ce photon est un photon X ou non ?

3. On rappelle la loi d'absorption des photons X par un matériau  $I = I_0 e^{-ka}$ .  
Indiquer ce que représentent I,  $I_0$ , k et a ?

4. Pour le plomb, on donne  $k = 7910 \text{ m}^{-1}$  dans ces conditions, l'épaisseur de la plaque de plomb est de 1 mm et l'intensité du faisceau est  $I_0 = 100 \text{ W.m}^{-2}$ .  
Déterminer I ?

**Exercice n° 14:**

Calculer le coefficient massique d'absorption  $\left(\frac{\mu}{\rho}\right)$  du corps Waelchi :

- Masse atomique :  $M(\text{Na}) = 23$ ,  $M(\text{Cl}) = 35$ .
- Coefficient massique :  $\left(\frac{\mu}{\rho}\right)$  de Na =  $30 \text{ cm}^2/\text{g}$  ,  $\left(\frac{\mu}{\rho}\right)$  de Cl =  $106 \text{ cm}^2/\text{g}$  .

**Exercice n° 15:**

L'élément polonium (masse atomique 210) cristallise dans le système cubique d'arête a. les réflexions de Bragg (premier ordre) par les plans du type (100) et (111) se produisent.

Respectivement pour les valeurs de  $\sin \vartheta$  suivants 0,225 ; 0,315 ; 0,388.

Les rayons X utilisés ont une longueur d'onde de  $1,54 \text{ \AA}$ .

a/ la maille élémentaire du polonium est – elle cubique :

Simple, centrée ou à faces centrées ?

b/ calculer la densité du polonium ?

c/ calculer le nombre d'atomes par  $\text{cm}^3$  dans le plan (110) de  $\text{Po}$ .

**Application II (Extraits des travaux dirigés) :****Exercice n° 01 :**

I) Considérons un réseau monoatomique dont les plans d'atomes identiques (de masse  $m$ ) se déplacent en bloc. Nous pouvons alors décrire le déplacement des plans  $n$  par une seule coordonnée  $q_n$  par rapport à la position d'équilibre.

Conformément à la loi de Hooke, la force exercée sur le plan  $n$  par le déplacement d'un plan  $(n+p)$  est proportionnelle à  $q_{n+p} - q_n$ . La résultante des forces sur le plan  $n$  est alors donnée par:

$$F_n = \sum_P C_P (q_{n+P} - q_n)$$

Où  $C_p$  est la constante de rappel entre les plans séparés par  $pxa$  ( $a$  paramètre de la maille).

1- Ecrire l'équation du mouvement du plan  $n$ .

2- Dans le cas où le déplacement  $q_{n+p}$  est une onde de propagation de la forme:

$q_{n+p} = q_0 \exp[ik(p+n)a - \Omega t]$ , montrer qu'on :

$$\Omega^2 = \frac{-1}{m} \sum_{P=-\infty}^{+\infty} C_P (e^{ipka} - 1)$$

3- On se propose de déterminer  $C_p$  à partir de la relation de dispersion expérimentale (l'expression de  $\Omega^2$  est donc connue).

Montrer qu'elle est proportionnelle à la Transformée de Fourier en cosinus de  $\Omega^2$ .

4- Dans le cas où les interactions sont limitées aux premiers voisins, que devient l'expression de  $\Omega^2$  de 2-.

**5- Notion de phonon localisé :** Dans cette partie, on suppose que l'atome situé au milieu de la chaîne d'atomes est une impureté de masse  $m' < m$ .  $m'$  est appelé un centre -U.

a) Ecrire les expressions des équations de mouvement de  $m'$ , ainsi que celle de  $m$  (situé sur un site quelconque du réseau). On supposera aussi que la constante de rappel est la même.

b) Comme l'atome d'impureté a une masse  $m' < m$ , il aura une pulsation  $\Omega'$  supérieure à  $\Omega$  de ses voisins de masse  $m$ . Ainsi, ces derniers seront entraînés dans le mouvement de  $m'$ . Pour cette raison, on représentera les déplacements  $q_n$  par une onde amortie du genre :

$$q_n = q_0 \exp(-\alpha |X|) \cdot \exp(i(kx - \Omega t))$$

Quelle est la pulsation  $\Omega'$  compatible avec les équations du mouvement de 5-a) pour  $k$  égale à la limite supérieure de la première zone de Brillouin.

En déduire que  $\Omega' / \Omega$  sera d'autant plus grand que la masse  $m'$  sera plus petite que  $m$ .

Conclure.

II) Soit un cristal de NaCl avec des atomes Na de masse  $m_1$  et des atomes Cl de masse  $m_2$  placés sur des familles de plans consécutifs.

Soit  $a$  le paramètre de la maille dans la direction perpendiculaire aux plans considérés.

Dans cet exercice, on s'intéressera seulement aux ondes se propageant dans une direction de symétrie telle qu'un plan d'atomes ne contienne qu'un seul type d'ions ( $\text{Na}^+$  ou  $\text{Cl}^-$ ).

1- Donner un exemple de direction  $[uvw]$  dans NaCl qui répond à cette condition. Schématiser alors le réseau dans cette direction.

2- Dans le cas où les constantes de rappel sont identiques entre les premiers voisins, écrire les équations du mouvement de  $m_1$  et  $m_2$ .

3- Déterminer la relation de dispersion dans le cas où les solutions sont des ondes de propagation de type :

$$q_n = q_0 \exp[ikna - \Omega t] \quad \text{et} \quad r_n = r_0 \exp[ikna - \Omega t].$$

4- Etudier les cas limites  $ka \ll 1$  et  $k = \pi/a$ .

5- Calculer  $q_0/r_0$  pour  $k=0$ . Interpréter les résultats obtenus.

6- Dans cette partie, on applique un champ électrique égal à  $E \exp(-i\Omega t)$  parallèle aux déplacements.

a) Ecrire alors les nouvelles équations du mouvement.

b) Dans le cas de très grandes longueurs d'ondes comme les radiations infrarouges ( $k \rightarrow 0$ ), les déplacements sont indépendants de l'indice  $n$ .

Que deviennent alors les équations du mouvement dans l'hypothèse où ne tient compte que des interactions entre les premiers voisins.

En déduire que l'application d'un champ électrique provoque un déplacement en sens opposés des ions - et +, tout en présentant une résonance à une pulsation qu'on déterminera.

c) Sachant que la polarisation  $P$  est par définition le moment dipolaire par unité de volume,

$$\text{montrer qu'elle est égale dans notre cas à : } P = \frac{Ne^2 E}{\frac{2C}{\mu} - \Omega^2} \text{ où } \mu \text{ est la masse réduite.}$$

**III)** Dans cet exercice, on s'intéressera aux vibrations transversales d'un réseau carré plan de paramètre de maille  $a$  et formé d'atomes identiques.

1- Etablir l'équation du mouvement de déplacement  $q_{pn}$  de l'atome appartenant à la  $p^{\text{ième}}$  colonne et à la  $n^{\text{ième}}$  ligne. On ne tiendra compte que des interactions entre premiers voisins;

2- Pour une solution de la forme  $q = A \exp(i(\Omega t - k_x x - k_y y))$ , déduire la relation de dispersion des phonons transversaux.

3- Représenter les courbes correspondantes dans la direction [10] et [11]

### Exercice n° 02 :

La capacité calorifique à la Einstein et Debye

Un solide stock de l'énergie dans des vibrations des atomes autour de leur point d'équilibre. A cause de l'équipartition on déduit une énergie  $U = 3Nk_B T$  dans un solide contenant  $N$  atomes, et une capacité calorifique  $C = \frac{\partial U}{\partial T} = 3Nk_B$ . Cependant c'était bien connu en 1900 que  $C \rightarrow 0$  quand  $T \rightarrow 0$ . Alors?

En 1907 Einstein a appliqué l'hypothèse de la quantification de Planck aux vibrations (à fréquence  $\omega$ ) des atomes. Si elles sont quantifiées on devrait remplacer  $k_B T$  par  $\hbar\omega \bar{n}(T)$  ou  $\bar{n}(T)$  est l'occupation moyenne de chaque oscillateur à température  $T$ .

$$U = \frac{3N\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1}$$

Cette ruse fait effectivement descendre  $C_V$  à basse température, mais la formule d'Einstein descend trop vite par rapport aux expériences.

Pour faire mieux il faut reconnaître que les vibrations d'un solide n'ont pas toutes la même fréquence, Il faudrait traiter le solide comme un résonateur pour des ondes acoustiques en analogie avec un résonateur pour des ondes électromagnétiques.

Utiliser donc l'argument de comptage de modes acoustiques et l'hypothèse de quantification pour montrer que la capacité calorifique par unité de volume d'un solide de Debye s'écrit:

$$\frac{C_V}{V} = \frac{2\pi^2}{5} \frac{k_B^4 T^3}{(\hbar c)^3}$$

Supposer que la vitesse de toutes les ondes acoustiques est égale à  $c$ .

$$\int_0^\infty dy \frac{y^3}{e^y - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$



**Application III (Extraits des travaux dirigés) :****Exercice n° 01:**

A 298 K, la conductivité thermique de l'aluminium vaut  $237 \text{ W.m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  et sa résistivité électrique vaut  $2,67 \times 10^{-6} \Omega \cdot \text{cm}$ . Calculez, à la même température, la valeur approchée de la conductivité thermique du cuivre de résistivité  $1,67 \times 10^{-6} \Omega \cdot \text{cm}$ .

**Exercice n° 02:**

Le sodium, cubique centré, fait partie des métaux alcalins. Sa masse molaire est  $M(\text{Na})=23 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$  et sa masse volumique est  $\rho(\text{Na}) = 971 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .

- 1) Déterminez le nombre d'électrons libres par  $\text{m}^3$  de sodium.
- 2) Calculez l'énergie de Fermi,  $E_F$ , en eV.

On rappelle que la masse de l'électron est de  $0,9 \times 10^{-30} \text{ kg}$ .

**Exercice n° 03:**

Mêmes questions pour le cuivre, cubique faces centrées,  $a = 0,361 \text{ nm}$ .

**Exercice n° 04:**

En utilisant l'exercice précédent, déterminez la vitesse d'entraînement des porteurs à l'intérieur d'un fil de cuivre parcouru par un courant électrique de densité  $10^7 \text{ A/m}^2$ .

**Exercice n° 05:**

1) Déterminez la vitesse que peuvent acquérir les électrons libres du cuivre en l'absence de champ électrique, à  $20^\circ\text{C}$ , sachant que leur énergie cinétique est alors de  $3/2 k_B T$  ( $k_B =$  constante de Boltzmann  $= 1,38 \times 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$ ).

2) Que devient leur vitesse lorsque le cuivre est soumis à un champ électrique  $E$  de  $10 \text{ V/m}$  et que le libre parcours moyen des électrons est de l'ordre de la distance entre les ions métalliques ?

**Exercice n° 06:**

1) Rappelez la structure électronique de l'atome de cuivre ( $Z = 29$ ).

2) Le cuivre est un métal de transition ou la bande de conduction résulte du chevauchement de la bande  $4s$  et de la bande  $3d$ . Des transitions d'électrons  $3d$  vers le niveau de Fermi sont possibles si on leur fournit une énergie supérieure à  $2,2 \text{ eV}$ . En déduire la couleur du cuivre.

***Solution des applications :***

**Solution I****Solution n° 01 :**

a/ : Maille cubique simple SC : il ya 8 atomes disposés aux sommets et appartenant chacun à 8 mailles voisines dans la proportion :

$$\frac{1}{8}$$

donc la maille cubique simple contient :  $8 \cdot \frac{1}{8} = 1$  atomes/maille.

b/ : Maille cubique centré CC : Dans ce cas ; On a la même disposition que dans le cas précédent plus un atome entier place au centre de la maille. soit au total :  $8 \times \frac{1}{8} + 1 = 2$  atomes/maille.

c/ : Maille cubique à faces centré CFC : Au centre de chaque face est placé un atome dans la proportion  $\frac{1}{2}$ , et aussi sommets 8 atomes dans la proportion  $\frac{1}{8}$ . Donc au total, on obtient :

$$8 \cdot \left(\frac{1}{8}\right) + 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = 4 \text{ atomes/maille}$$

d/ : Maille hexagonale compacte HC : proportion  $\frac{1}{6}$  chacun, 3 atomes entiers placés à l'intérieur de la maille, et 2 atomes sur les bases.

Donc on obtient :

$$12 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) + 3 + 1 = 6 \text{ atomes/maille}$$

**Solution n° 02 :**

a/ : Type de réseau : dans le système cubique il existe 3 modes de réseau : P , I, F.

- Soit le mode P :  $a = 2R(\text{Li})$  avec 1 atome par maille

la densité théorique :

$$\rho_{th} = \frac{M}{Na^3} \simeq 0.37 \text{ g/cm}^3$$

Donc il ne s'agit pas du mode p, car  $\rho_{th} \neq \rho_{exp}$

- soit le mode I :  $a = \frac{4R}{\sqrt{3}}$  avec 2 atomes par maille

la densité théorique :

$$\rho_{th} = \frac{2M}{Na^3} = 0,49 \text{ g/cm}^3$$

dans ce cas, il s'agit du mode I, car

$$\rho_{th} = \rho_{exp} = 0,49 \text{ g/cm}^3$$

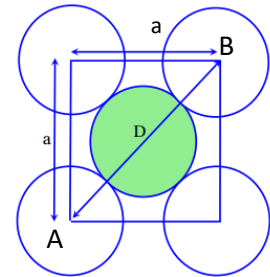
b/ : paramètre de la maille :  $a = \frac{4R}{\sqrt{3}} = 3,62 \text{ \AA}$

c/ : Distance minimale Li-Li :  $d = 2R = 2 \cdot 1,57 = 3,14 \text{ \AA}$ .

### Solution n° 03 :

a/ : Distance minimale entre 2 atomes ... : considérons une face de la maille cubique à faces centrées :

$$d_{min} = \frac{\text{diagonale AB}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} = 2,87 \text{ \AA}$$



b/ : Masse volumique : la maille élémentaire comporte 4 atomes

$$\rho = \frac{\text{masse de 4 atomes}}{V_{maille}} = \frac{4 \text{ ato} - 197 \text{ UMn} / \text{atom} \cdot 1,66 \cdot 10^{-24} \text{ g/UMn}}{(4,07 \times 10^{-8})^3}$$

La densité :  $\rho = 19,4 \text{ g/cm}^3$

### Solution n° 04 :

La structure cubique centrée de molybdène comporte 2 atomes par maille et le volume est donné par :

$$V_m = \frac{nM}{\rho N} = \frac{2 \times 95,94}{10,2 \times 6,02 \times 10^{23}} = 31,2 \times 10^{-24} \text{ cm}^3$$

D'où l'arête :  $a = 3,148 \text{ \AA}$

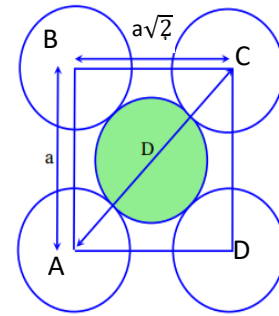
D'après la figure ci-dessous représentant le plan diagonal (110) ou détermine R :

Le rayon atomique

$$R = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{4}$$

La compacité :

$$C = \frac{2 \left(\frac{4}{2}\right) \pi R^3}{\left(\frac{4R}{\sqrt{3}}\right)^3} = 0,68$$



### Solution n° 05 :

a/ : Valeur du paramètre a : supposons que la plus petite distance entre les ions  $C_S^+$  et  $Cl^-$  est la somme de leurs rayons ioniques, c'est-à-dire  $(1,69+1,81)=350A^0$ , cette valeur représente la distance entre le centre de la maille et le sommet, qui est la demi-longueur de la diagonale d'une face du cube , soit :

$$\frac{(a\sqrt{3})}{\sqrt{2}} = 3.50 \rightarrow a = 4,04 A^0$$

b/ : comparaison de la valeur trouvée : dans la structure  $C_S Cl$  , on a un ion  $C_S^+$  et un ion  $Cl^-$  par maille, la masse par maille élémentaire est donc la masse d'un molécule  $C_S Cl$  , soit :

$$\frac{132,9 + 35,5}{6,023 \times 10^{23}} = 2,797 \times 10^{-22} g$$

Volume de la maille :

$$V = \frac{\text{masse de la maille}}{\text{masse volumique}} = \frac{2,797 \times 10^{-22}}{3,97}$$

$$V = 70,4 \times 10^{-24} cm^3 \rightarrow a = \sqrt[3]{70,4 \times 10^{-24}} = 4.13 A^0$$

La valeur trouvée à partir de la masse volumique doit être considérée comme la plus valable car elle est basée sur la mesure d'une propriété de  $C_S Cl$  , alors que les rayons ionique représentent une valeur moyenne calculée à partir de nombreuse composés différents.

**Solution n° 06 :**

a/ : Nombre de motifs  $CaC_2$  par maille :

$$- \text{ ions } Ca^{+2} : 8 \cdot \left(\frac{1}{8}\right) + 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = 4 \text{ ions/maille}$$

$$- \text{ ions } Ca^{-2} : 12 \cdot \left(\frac{1}{4}\right) + 1 = 4 \text{ ions/maille}$$

Donc il ya 4 motifs  $CaC_2$  par maille

b/ : paramètre de la maille :

$$\rho = \frac{4M}{Na^3} \rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{4M}{N \cdot \rho}} = 5.77 \text{ \AA}$$

**Solution n° 07 :**

Indexation dans le système cubique :

a/ : les 6 faces : AEFB= (100), DCGH= ( $\bar{1}$ 00), BFGC= (010), AEHD= (0 $\bar{1}$ 0), ABCD= (001),

EFGH= (00 $\bar{1}$ )

b/ : les faces AEGC= (110), EDG= (111), AFGD= (011)

c/ : les faces : (100)= AEFB      (110)= AEGC

( $\bar{1}$ 10)= FBDH      ( $\bar{1}$ 01)= ABGH

d / : les directions : [110]= HF      [111]= HB

[010]=HG      [ $\bar{1}$ 01]=HA

**Solution n° 08 :**

Indexation

a / : les directions :

EA= [100], EF= [010], HB= [11 $\bar{1}$ ], EH= [001], ED= [101], EC= [111], AF= [1 $\bar{1}$ 0].

b/: les plans:

HGFE= ( $\bar{1}$ 00), HIJE= (120), HCBE= (1 $\bar{1}$ 0), HKLE= (210), HDAE= (0 $\bar{1}$ 0).

### Solution n° 09 :

a/: l'angle compris entre la direction [111] et le plan (111) est donnée par la relation suivante :

$$\sin \alpha = \frac{h \cdot u + k \cdot v + l \cdot w}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2} \cdot \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}} = \frac{3}{3} = 1$$

D'où :  $\alpha = 90^\circ$

On constate que dans le système cubique, la direction et le plan qui portent les mêmes indices de Miller sont orthogonaux.

b/ : dans le système cubique, la distance entre plans atomiques est donnée par :

$$d = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

D'où :

$$d_{111} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$d_{110} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$d_{100} = a$$

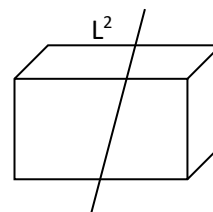
On constate qu'au plus que la somme des indices d'un plan augmente, au plus la distance interatomique d diminue.

### Solution n° 10 :

Eléments de symétrie dans le système cubique :

a/ : 6 axes d'ordre 2 : ce sont les axes qui passent par le milieu de 2 arêtes diamétralement opposées.

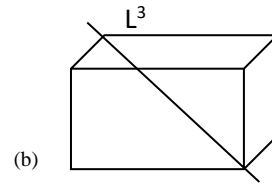
Désignation :  $6L^2$



(a)

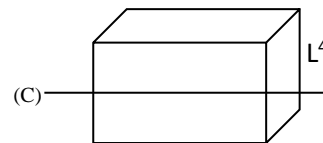
b/ 4 axes d'ordre 3 : ce sont les axes qui relient les sommets qui sont diamétralement opposés.

Désignation :  $4L^3$



c/ 3 axes d'ordre 4 : ce sont les 3 axes principaux qui passent par le centre de deux faces opposées.

Désignation :  $3L^4$



### Solution n° 11 :

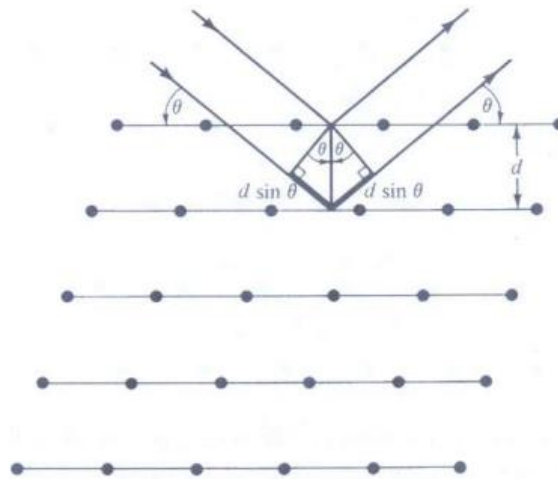
Eléments de système de symétrie dans les deux systèmes :

- Quadratique : - 3 axes d'ordre 4,  
- 4 axes d'ordre 2, dont 2 sont orthogonaux.
- Orthorhombique : - 3 axes d'ordre 2,  
- 1 centre de symétrie.

### Solution n° 12 :

la différence de marche entre le rayon 1 et le rayon 2 est égale à (voir figure ci-dessous) :

$$\Delta = BC + CD = 2BC = n\lambda$$



En considérant le triangle BAC, on peut écrire :

$$\sin(\theta) = \frac{BC}{AC} \rightarrow BC = AC \cdot \sin(\theta)$$

comme la différence de marche  $\Delta = 2BC$ , on obtient :

$$2d \sin(\theta) = n\lambda$$

### **Solution n° 13 :**

$$1/ : E_{ph} = 50 \text{ keV} = 50000 \text{ eV} = 50000 \times 1,6 \times 10^{-19} = 8 \times 10^{-15} \text{ J}$$

$$\text{Donc : } \lambda = \frac{hc}{E_{ph}} = 2,5 \times 10^{-11} \text{ m}$$

2/ : les rayons X sont dans le domaine de longueurs d'ondes suivante :

$$5 \times 10^{-2} \text{ m} < \lambda < 10^{-8} \text{ m}$$

Le photon de question 1 appartient à ce domaine : c'est un photon X.

3/ : I représente l'intensité du faisceau incident, k est le coefficient d'absorption en  $\text{m}^{-1}$  et a l'épaisseur traversée de matériau en m.

$$4/ : I = I_0 \cdot e^{-ka} = 100 \cdot e^{-(791 \times 0,001)} = 3,7 \times 10^{-2} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$



**Solution n° 14 :**

Coefficient d'absorption massique de NaCl :

NaCl est un corps composé de Na et Cl, d'où :

$$\left[\frac{\mu}{\rho}\right]_{NaCl} = \left[\frac{\mu}{\rho}\right]_{Na} \cdot f(Na) + \left[\frac{\mu}{\rho}\right]_{Cl} f(Cl)$$

$$f(Na) = \frac{23}{23 + 35} \quad \text{et} \quad f(Cl) = \frac{35}{23 + 35}$$

soit :

$$\left[\frac{\mu}{\rho}\right]_{NaCl} = 30 \cdot \frac{23}{58} + 106 \cdot \frac{35}{58} \approx 76 \text{ cm}^2/\text{g}$$

**Solution n° 15 :**

Elément polonium :

a / : les valeurs de  $\sin \alpha$  sont dans les rapports 1 : 1,41 : 1,73

soit 1 :  $\sqrt{2}$  :  $\sqrt{3}$  caractéristique du système cubique simple.

b / : Arête a du cube :

$$d_{(100)} = a = \frac{d}{2 \sin \theta_{100}} = \frac{1,54}{2 \cdot 0,225} = 3,42 \text{ \AA}$$

c / : le cristal étant cubique simple, il renferme un atome par maille et sa densité est :

$$\rho = \frac{210}{6,02 \times 10^{23} \times (3,42)^3 \times 10^{-24}} = 8,75 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

d / : le nombre d'atomes contenus dans une unité de volume est donné par :

$$\frac{\text{nombre d'atome contenus par cm}^3 \text{ dans un plan}}{\text{distance réticulaire}}$$

Dans le cas du plans (110) :

$$d = \frac{a\sqrt{2}}{2} = 2,42 \text{ \AA}$$

le nombre d'atomes par  $\text{cm}^3$  est

$$\frac{1}{(3,42)^3 \times 10^{-24}} = 2,5 \times 10^{12}$$

la densité superficielle est alors :

$$2,5 \cdot 10^{22} \times 2,42 \cdot 10^{-8} = 6,05 \times 10^{14} \text{ atomes/cm}^2$$

### Solution III

#### Solution n° 01 :

Il s'agit de métaux purs satisfaisant à la loi de Wiedemann-Franz :  $\lambda/\sigma = \lambda\rho = LT$

$$\text{A } 298\text{K}, \lambda_{A1} \rho_{A1} = \lambda_{Cu} \rho_{Cu} \longrightarrow \lambda_{Cu} = \frac{\lambda_{A1} \rho_{A1}}{\rho_{Cu}} = 378 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}.$$

#### Solution n° 02 :

1) La maille conventionnelle de Na contient 2 atomes. Il a donc 2 électrons libres dans le volume du cube :  $a^3 = \frac{2M(Na)}{N_A \cdot \rho(Na)} = 0,079 \times 10^{-27} \text{ m}^3$ . Le nombre d'électrons libres par  $\text{m}^3$  est donc :  $n_0 = 2/0,079 \times 10^{-27} = 2,5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$ .

$$2) E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m}, n_0 = \frac{k_F^3}{3\pi^2} \longrightarrow k_F = 9,08 \times 10^9 \text{ m}^{-1} \text{ et } E_F = 0,5 \times 10^{-18} \text{ J}^2 \cdot \text{s}^2 \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$E_F = 0,5 \times 10^{-18} \text{ J} = 3,1 \text{ eV}.$$

#### Solution n° 03 :

Dans ce cas il y a 4 électrons libres dans le volume  $a^3$ , d'où :

$$1) n_0 = 8,5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}.$$

$$2) E_F = 1,14 \times 10^{-18} \text{ J} = 7,1 \text{ eV}.$$

#### Solution n° 04 :

$$J = nev \text{ avec } n = 8,5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3} \longrightarrow v = \frac{10^7}{8,5 \times 10^{28} \times 1,6 \times 10^{-19}} = 7,4 \times 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

**Solution n° 05 :**

1)  $E = \frac{1}{2} m_e v_{th}^2 = \frac{3}{2} k_B T$ . A 20°C (293K):  $v_{th} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m_e}} = 11,6 \times 10^3 \text{ m.s}^{-1}$  (on note la vitesse  $v_{th}$  pour rappeler qu'elle correspond à l'agitation thermique).

2) Les électrons sont soumis à la force électrique  $F = eE = m_e \frac{dv}{dt}$  d'où  $dv = \frac{eE}{m_e} dt$ .

Au maximum,  $v$  atteint la valeur  $\frac{eEt}{m_e}$ ,  $t$  étant le temps nécessaire à l'électron pour effectuer son libre parcours moyen à la vitesse  $v_{th}$ . On a  $v = \frac{eEl}{m_e v_{th}}$ , avec  $\approx 10^{-10} \text{ m}$ .

$$v = \frac{1,6 \times 10^{-19} \times 10 \times 10^{-10}}{0,9 \times 10^{-30} \times 11,6 \times 10^3} = 1,5 \times 10^{-2} \text{ m.s}^{-1}$$

**Solution n° 06 :**

1)  $Z=29$ , sa structure est (A)  $3 d^{10} 4 s^1$ . 2) L'apport de 2,2 eV permet une transition correspondant à la longueur d'onde  $\lambda = hc/E = 0,567 \mu\text{m}$ . L'interaction de la lumière avec le cuivre permet donc la réflexion d'ondes de longueur d'onde  $\lambda < 0,567 \mu\text{m}$ , donnant une couleur rouge au cuivre.