

Université de M'sila  
2023/2024

Série 02  
2ème année math

Logique Mathématique

Exercice 1 :

Simplifiez les expressions logiques suivantes :

a)  $( (p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) )$

b)  $( (p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) )$

c)  $( ((p \wedge q) \vee (p \wedge r)) \Rightarrow (p \wedge (q \vee r)) )$

d)  $( ( (p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) ) \vee (\neg p \wedge q) )$

Exercice 2 :

Vérifiez si les arguments suivants sont valides :

a)  $((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r))$   
 $\therefore ( p \Rightarrow r )$

b)  $((p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) )$

$\therefore q$

c)  $( (p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s) \wedge (p \vee r) )$

$\therefore (q \vee s)$

Exercice 3

Soit la formule suivante

$$F \Rightarrow (((p \Rightarrow \neg q) \wedge (r \Rightarrow s)) \wedge (\neg p \vee r))$$

Calculer la longueur  $L(F)$  et la hauteur  $h(F)$

Exercice 4

Utilisez l'induction sur les formules pour prouver que la formule suivante est tautologique :  $(F \vee \neg F)$

Exercice 5

Soit  $F$  une formule de longueur  $L(F)$  et d'hauteur  $h(F)$

Montrer par induction que  $h(F) < L(F)$