السلسلة رقم 02 (التوزيعات الاحتمالية المستمرة)

التمرين الأول:

أثبتت دراسة إحصائية أن درجات اختبار الذكاء لمتطوعي الجيش تتوزع طبيعيا بمتوسط حسابي يقدر بـ: 110 وانحراف معياري قدره 10.

1- ما هي الصيغة الرياضية لدالة الكثافة الاحتمالية.

2- أحسب احتمال أن يكون درجة الذكاء لأحد المتطوعين يتراوح ما بين 105 و 115.

التمرين الثاني:

ليكن لدينا متغير عشوائي X يمثل مدة حياة البطاريات المصنعة من طرف مؤسسة ما، حيث X تتبع التوزيع التالي:

$$X \to N(1000\,,10)$$ (الوحدة: ساعة)

1- أعط القراءة الإحصائية للعبارة السابقة؟

2- أحسب نسبة البطاريات التي تتجاوز مدة حياتها 990 ساعة؟

3- أحسب نسبة البطاريات التي تتراوح مدة حياتها بين 980 و1020 ساعة؟

التمرين الثالث:

تنطلق عبارة لنقل المسافرين بين ضفتي نهر البوسفور من الموقف أ، كل 50 دقيقة بشكل منتظم كل ايام الاسبوع، وذلك ابتداء من الساعة السادسة صباحا إلى الساعة الثامنة مساء.

1- اوجد دالة الكثافة الاحتمالية التي تعبر عن زمن بقاء العبارة في موقفها؟ واكتب دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي x.

2- ما هو احتمال أن تنطلق العبارة خلال ال10 دقائق الأخيرة على الأقل؟

3- ما هو احتمال أن تنطلق العبارة خلال 15 دقيقة الاخيرة؟

4- احسب القيمة المتوقعة والتباين لانطلاق العبارة من الموقف أ.

التمرين الرابع:

إذا علمت أن عدد الساعات التي يقضيها الحرفي في صناعة السكين التقليدي تتبع توزيع قاما ذو المعلمتين $x\sim G(2,2)$

فالمطلوب:

1- احسب قيم قاما للحالات التالية: $\Gamma_{\frac{1}{2}}, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_n$

2- أوجد دالة التوزيع الاحتمالي، وبين انها دالة كثافة احتمالية، ثم أوجد دالة التوزيع التراكمي لهذا التوزيع؟

3- ما احتمال أن يقضي الحرفي 5 ساعات على الاكثر لصناعة سكين تقليدي؟

4- ما احتمال أن يكون عدد الساعات التي يقضيها الحرفي بين 3 و5 ساعات؟

5- احسب عدد الساعات المتوقع ان يقضيها الحرفي في صنع السكين، وما الانحراف المعياري المقابل لها؟

التمرين الخامس:

إذا كانت مدة خدمة زبون لاتصالات الجزائر تتبع التوزيع الأسي بمتوسط 5 دقائق، أوجد ما يلي:

1- دالة الكثافة الاحتمالية التي تعبر عن مدة خدمة الزبون؟

2- احتمال انهاء خدمة الزبون في مدة أقصاها 4 دقائق؟

3- احتمال انهاء خدمة الزبون في مدة تتراوح بين 2 دقيقتين و4 دقائق؟

4- احسب معلمات هذا التوزيع.

التمرين السادس:

إذا كانت نسبة الضياع في إنتاج الطاقة الكهربائية في الجزائر عبارة عن متغير عشوائي يتبع توزيع بيتا ذو المعلمتين: $x\sim B(3,2)$.

1- أوجد دالة التوزيع الاحتمالي، وأثبت أنها دالة كثافة احتمالية، ثم أوجد دالة التوزيع التراكمية له.

2- ما هو احتمال ألا تتجاوز نسبة الضياع 25% من إجمالي الانتاج؟

3- ما هو احتمال ان تكون هذه النسبة 10% على الاقل؟

4- أحسب متوسط نسبة الضياع في الطاقة الكهربائية والانحراف المعياري المقابل له.

التمرين السابع:

ليكن المتغير العشوائي x الذي يتبع توزيع ستودنت، والمطلوب:

1- إيجاد القيم الحرجة (قيمة t) في حالة توزيع ستودنت ذو درجة الحرية 9 في الحالات التالية:

$t_{(9;\,0.1)}$ $t_{(9;\,0.05)}$ $t_{(9;\,0.95)}$

2- إيجاد القيم الحرجة (قيمة t) في حالة توزيع ستودنت ذو درجة الحرية 15 في الحالات التالية:

$t_{(15;\,0.1)}$ $t_{(15;\,0.05)}$ $t_{(15;\,0.95)}$

3- أوجد القيم الاحتمالية ∝ في الحالات التالية:

- $t_{(8;\,\propto)} = 1.108$
- $t_{(10;\,1-\propto)} = 0.897$
- $t_{(8;\,\propto)} = -1.86$
- $P(1.064 \leq t_{(20;\,\propto)} \leq 1.725)$

4- ليكن $T \to T_{n=20}$ (x يخضع لقانون student بدرجة حرية n =20): أحسب الاحتمالات التالية:

$P(T>2{,}086)$ ،$P(T< 2{,}086)$ $P(-2.086< T < +2{,}086)$

أحسب قيم t بحيث: $P(t_1<X< t_2) = 0{,}90$، $P(T> t) = 0{,}80$ ، $P(T< t) = 0{,}10$

5- أوجد قيم t عند درجة حرية 18 التي تحقق الاحتمالات التالية:

- المساحة المظللة عن اليمين هي 0.10.
- المساحة المظللة عن اليسار هي 0.99.

6- أوجد القيم الحرجة لـ t والتي تجعل المساحة في الطرف الأيمن لتوزيع t هي 0.05، إذا كانت درجة الحرية تساوي: 16، 27، 120.

التمرين الثامن:

1- ليكن المتغير العشوائي x الذي يتبع التوزيع كاي تربيع χ^2 ذو درجة الحرية 10، أوجد قيم الاحتمال التالية:

$P(\chi^2 = 3.94)$ $P(\chi^2 \leq 6.74)$ $P(\chi^2 \geq 3.25)$ $P(2.56 \leq \chi^2 \leq 3.94)$

2- حدد قيم المتغير العشوائي x في الحالات التالية:

$P(\chi^2_{10} \leq x) = 0.25$ $P(\chi^2_{10} \geq x) = 0.25$ $P(\chi^2_{16} \geq x) = 0.9$ $P(\chi^2_{20} \leq x) = 0.05$

التمرين التاسع:

1- نفرض أن $X \sim F_{4,7}$ ، أوجد النقطتين التي على يمينهما وعلى يسارهما 10% من المساحة.

2- ليكن لدينا: $X \sim F_{5,10}$ ، أوجد قيمة النقطة x حيث $P(X < x) = 0.05$.

3- أوجد القيم الحرجة للتوزيع F في الحالات التالية:

- $F_{(0.05;25;4)}$
- $F_{(0.1;10;6)}$
- $F_{(0.95;10;10)}$
- $F_{(0.95;12;8)}$

4- أوجد القيم الاحتمالية $\propto$ في الحالات التالية:

- $F_{(\propto;3;24)} = 3.72$
- $F_{(\propto;8;9)} = 3.23$
- $F_{(\propto;2;24)} = 0.025$
- $F_{(\propto;9;11)} = 4.63$