CHAPITRE-3
APPLICATION DES THEOREMES DE PROBABILITES A LA FIABILITE

3.1 Introduction

Dans les systèmes électroniques chaque élément à un poids dans la fiabilité du système complet car cette dernière est calculée en fonction des fiabilités de tous ses éléments. Ce calcul est effectué en supposant que le taux de défaillance (taux de panne), qui est à son tour déterminé à partir des modèles développés dans des bases de données ou bien à partir des tests réalisés sur ces composants ou encore à partir des résultats d'exploitation de ces derniers, est constant.

Dans ce chapitre, nous allons commencer par la définition d'un système ainsi que la relation qui existe entre la fiabilité et la probabilité. Ensuite, nous présentons les différents types et configurations de systèmes et on termine par l'application du théorème de Bayes sur les différents types de systèmes.

3.2 Qu'est-ce qu'un système ?

C'est un ensemble d'éléments interconnectés, mis en service à l'instant t = 0, afin de réaliser une fonction donnée (i.e. systèmes de production, etc.) [7]. On distingue deux types de systèmes :

3.2.1 Système réparable

C'est un système qui peut être remis en état, une fois tombé en panne, par des opérations de maintenance corrective. C'est le cas de la majorité des systèmes électroniques, informatiques, etc [8].

3.2.2 Système non réparable

C'est un système qui est mis à la casse dès qu'il tombe en panne le C'est le cas des petits systèmes (i. e. piles, ampoules, etc.) ou des systèmes qui coûtent plus cher à réparer qu'à remplacer.

3.3 Fiabilité et probabilité

La fiabilité d'un système représente son aptitude à accomplir une fonction requise, dans des conditions données, durant un intervalle de temps donné. Autrement dit, c'est la probabilité qu'aucune défaillance ne se crée pendant un intervalle d'utilisation donné [7].

Exemple-1 **:** La fiabilité d'un téléviseur pendant 12 960 heures (période de garantie) de fonctionnement est égale à 0.96 signifie :

- Qu'il y a 96 chances sur 100 (**Probabilité**)
- Pour que le téléviseur fonctionne sans défaillance (**Fonction requise**)
- Pendant 12 960 heures (**Temps donné**)
- A une fréquence d'utilisation moyenne de 12h/Jour (**Conditions données**).

Les prédictions de fiabilité ont forcément un caractère probabiliste, car elles nécessitent la connaissance du taux de défaillance de chaque composant. La valeur de ces taux, étant obtenus sur des échantillons limités en taille, est gérée par des lois statistiques (intervalles de confiance notamment).

Le fondement mathématique de la fiabilité consiste en l'application des probabilités liée aux problèmes de durée de fonctionnement sans incidents. L'approximation la plus utilisée en électronique, suppose la distribution exponentielle des défaillances des composants qui permet d'additionner les taux de panne pour les sous-ensembles non redondants.

3.4 Fiabilité des systèmes constitués de plusieurs composants

La fiabilité d'un système constitué de plusieurs composants, dépend à la fois de la fiabilité de chaque composant et de l'interconnexion (l'interaction) entre ces différents composants. Ainsi, la fiabilité d'un tel système est obtenue à partir de la fiabilité de tous ces composants.

3.4.1 Systèmes série

Un système série est un dispositif, constitué de *n* composants montés en série. On dit que le système est en série si la défaillance d'un composant entraine la panne de tout le système (Figure 3.1).

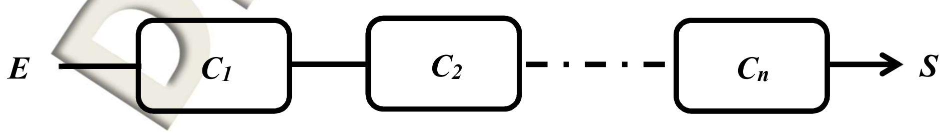

Figure-3.1. Système série

Dans ce cas, la fiabilité R_S d'un ensemble de *n* éléments connectés en série est égale au produit des fiabilités respectives $R_{C_1}, R_{C_2}, \ldots, R_{C_n}$ de chaque composant [9].

$$R_S = R_{C_1} \times R_{C_2} \times \ldots \times R_{C_n} = \prod_{i=1}^{n} R_{C_i} \qquad (3.1)$$

Si tous les composants du système sont identiques ayant la même fiabilité R la fiabilité du système série complet R_S est donné par :

$$R_S = R^n \qquad (3.2)$$

D'après l'équation (1.1), la fiabilité R_{C1} d'un composant C_1 s'écrit :

$$R_{C_1} = e^{-\lambda_{C_1} t} \qquad (3.3)$$

Avec : λ_{C_1} le taux de défaillance du composant C_1.

***Nota* 1 :** Le système série fonctionne, si C_1 et C_2, … , et C_n fonctionnent, cependant le système est défaillant si C_1 ou C_2, … , ou C_n sont défaillants.

Exemple-2 : Déterminer la fiabilité totale R_S d'un superhétérodyne (figure 3.2) constitué de huit blocks connectés en série et ayant les fiabilités suivantes ;

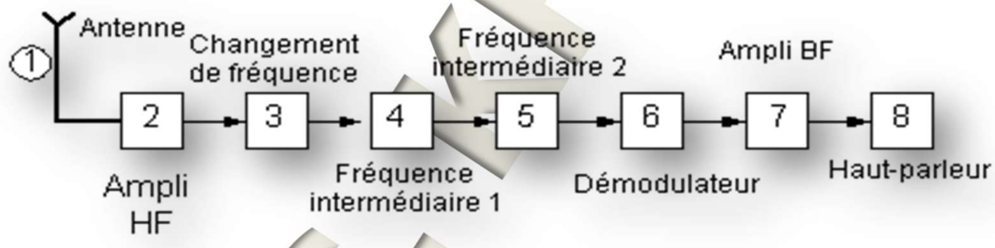

Figure-3.2. Exemple de système série 'Superhétérodyne'

Antenne R_A=0,98, Ampli HF R_{HF}=0,96, Ampli BF R_{BF}=0,94,

Haut-Parleur R_{HP}= 0,89, Démodulateur R_D=0,97,

Changeur de Fréquence R_{CF}=0,93, Fréquence Intermédiaire R_{FI1}= R_{FI2}=0,94.

Solution :

Nous avons :

$$R_S = R_A \times R_{HF} \times R_{BF} \times R_{HP} \times R_D \times R_{CF} \times R_{FI_1} \times R_{FI_2}$$

$$R_S = 0{,}98 \times 0{,}96 \times 0{,}94 \times 0{,}89 \times 0{,}98 \times 0{,}93 \times 0{,}94 \times 0{,}94$$

$R_S = 0{,}6674 = 0{,}67$ (Soit une fiabilité de 67%).

3.4.2 Système parallèle

Un système parallèle est un dispositif constitué de ***n*** composants montés en parallèle. On dit que le système est parallèle si la défaillance d'un composant n'entraine pas la panne du système. Le système est en panne si tous les composants sont défaillants (Figure 3.3) [7].

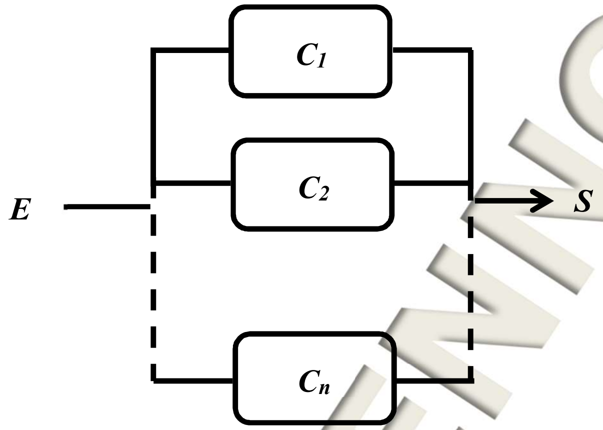

Figure-3.3. Système parallèle

Dans ce cas, si le taux de défaillance λ_{C_i} d'un composant C_i on a alors :

$$\lambda_{C_i} = 1 - R_{C_i} \tag{3.4}$$

Le taux de défaillance λ_S de n composants parallèle du système est donné par :

$$\lambda_S = \lambda_{C_1} \times \lambda_{C_1} \times \ldots \times \lambda_{C_n} \tag{3.5}$$

$$\lambda_S = (1 - R_{C_1}) \times (1 - R_{C_2}) \times \ldots \times (1 - R_{C_n}) \tag{3.6}$$

$$\lambda_S = \prod_{i=1}^{n} \lambda_{C_i} = \prod_{i=1}^{n} (1 - R_{C_i}) \tag{3.7}$$

La fiabilité globale R_S du système est :

$$R_S = 1 - \lambda_S = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - R_{C_i}) \tag{3.8}$$

Si tous les composants du système sont identiques ayant la même fiabilité R, la fiabilité du système R_S devient :

$$R_S = 1 - (1 - R)^n \tag{3.9}$$

Nota 2 **:** Le système parallèle fonctionne, si C_1 ou C_2, … , ou C_n fonctionnent, cependant le système est défaillant si C_1 et C_2, … , et C_n sont défaillants.

Exemple-3 **:** Trois composants C_1, C_2 et C_3 ayant les fiabilités respectives suivantes ; R_{C1}=0,86, R_{C2}=0,94, R_{C3}= 0,89 sont connectés en parallèle.

(1) Déterminer la fiabilité R_S globale ?

(2) Déterminer la fiabilité de l'ensemble dans le cas où les trois composants ont la même fiabilité $R_{C1}=R_{C2}=R_{C3}$= 0,86 ?

(3) Combien de composants de même fiabilité (86%) doit-on mettre en parallèle pour avoir une fiabilité globale R_S = 0,999 (99,9%) ?

Solution **:**

$$R_S = 1 - \prod_{i=1}^{3}(1 - R_{C_i}) = 1 - \left[(1 - R_{C_1})(1 - R_{C_2})(1 - R_{C_3})\right]$$

(1) $R_S = 1 - \left[(1 - 0{,}80)(1 - 0{,}76)(1 - 0{,}83)\right] = 0{,}992$ (Fiabilité de 99,2%).

(2) $R_S = 1 - (1 - 0{,}80)^3 = 0{,}997$ (Fiabilité de 99,7%).

(3) $R_S = 0{,}999 = 1 - (1 - 0{,}86)^n = 1 - (0{,}14)^n$

D'où :

$$(0{,}14)^n = 1 - 0{,}999 = 0{,}001$$

En utilisant les logarithmes népériens on aura :

$$n \ln(0{,}14) = \ln(0{,}001)$$

$$n(-1{,}966) = (-6{,}908) \Rightarrow n = \frac{-6{,}908}{-1{,}966} = 3{,}514$$

$n \approx 4$; Ce qui implique d'avoir au moins 4 composants en parallèle.

3.4.3 Système mixte à configuration symétrique

Ce type de systèmes est constitué de sous-systèmes en série et des sous-systèmes en parallèle. La fiabilité de ces systèmes est évaluée en décomposant le système en sous-systèmes (séries et parallèles) et chaque sous-système est réduit en un seul composant. On distingue deux types de systèmes mixtes à configuration symétrique : système série-parallèle et système parallèle-série [8].

3.4.3.1 Système série–parallèle

Ce type de système est constitué de n sous-systèmes connectés en parallèle tel que chaque sous-système est composé de k éléments placés en série (Figure 3.4).

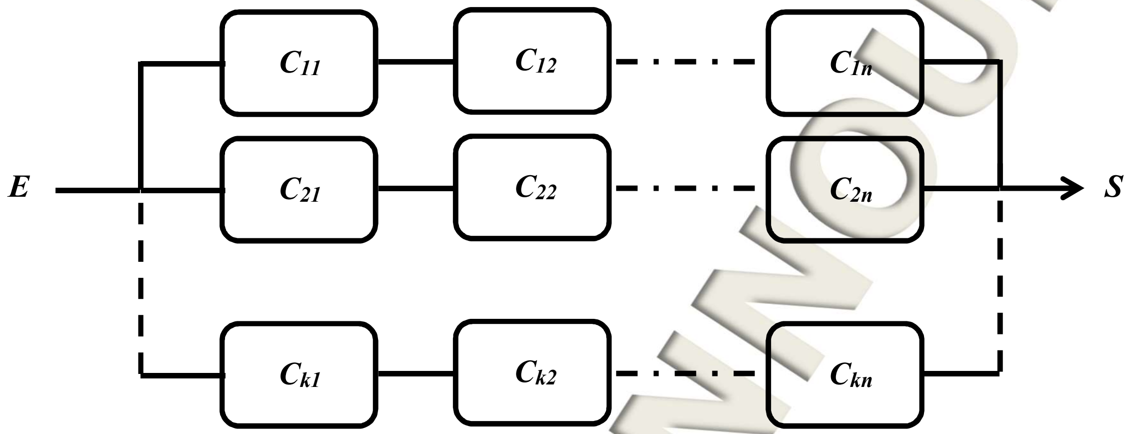

Figure-3.4. Système série-parallèle

La fiabilité d'un système série-parallèle, résultant de la combinaison d'un système série et un système parallèle, peut être calculée en le décomposant en un système parallèle et en modélisant chaque sous-système série par un seul composant. Dans ce cas, la fiabilité d'un sous-système en série $\boldsymbol{i}$ en utilisant l'équation (3.10) comme suit [7]:

$$R_i = \prod_{j=1}^{n} R_{ij} \tag{3.10}$$

D'où la fiabilité R_S du système complet :

$$R_S = 1 - \prod_{i=1}^{k} (1 - R_i) \tag{3.11}$$

$$R_S = 1 - \prod_{i=1}^{k} (1 - \prod_{j=1}^{n} R_{ij}) \tag{3.12}$$

3.4.3.2 Système parallèle–série

Ce type de système est constitué de $\boldsymbol{n}$ sous-systèmes connectés en série tel que chaque sous-système est composé de $\boldsymbol{k}$ éléments placés en parallèle (Figure 3.5).

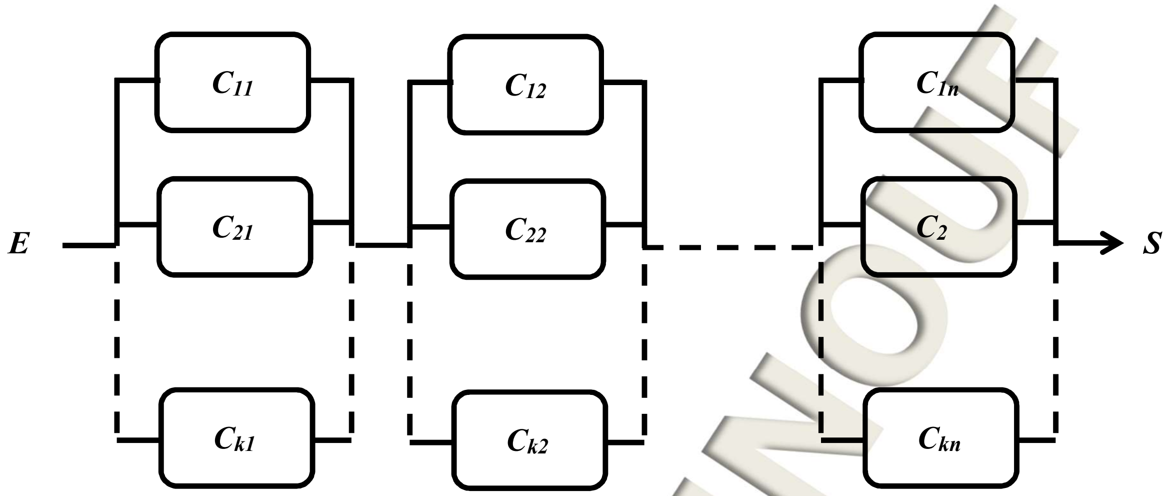

Figure-3.5. Système parallèle-série

De même, la fiabilité d'un système parallèle-série, résultant de la combinaison d'un système parallèle et un système série, peut être calculée en le décomposant en un système série et en modélisant chaque sous-système parallèle par un seul composant. Dans ce cas, la fiabilité d'un sous-système en parallèle ***j*** est donnée par l'équation (3.13) suivante [8]:

$$R_j = 1 - \prod_{i=1}^{k} (1 - R_{ij}) \tag{3.13}$$

D'où la fiabilité $\boldsymbol{R_S}$ du système complet :

$$R_S = \prod_{j=1}^{n} R_j \tag{3.14}$$

$$R_S = \prod_{j=1}^{n} (1 - \prod_{i=1}^{k} (1 - R_{ij})) \tag{3.15}$$

3.4.4 Système mixte à configuration non symétrique

Ce type de systèmes résulte de la combinaison des structures séries avec des structures parallèles d'une manière non symétrique (complexe). La fiabilité de ces systèmes est évaluée en décomposant le système complet en sous-systèmes séries et sous-systèmes parallèles) et chaque sous-système est réduit en un seul composant (Figure 3.6) [7].

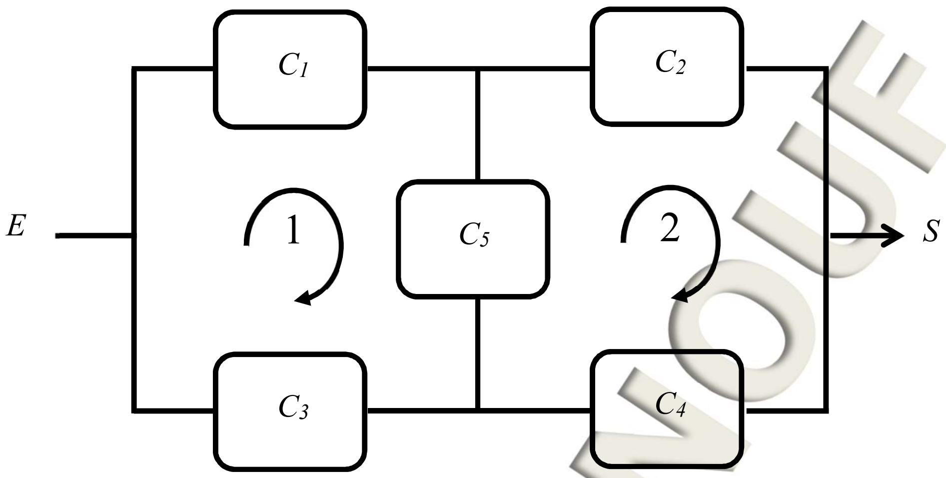

Figure-3.6. Exemple de système mixte non symétrique

Un exemple de ce type de systèmes est illustré dans la figure 3.6, connu sous le nom de « réseau avec bridge ». On commence par la décomposition de ce système en des sous-systèmes puis on calcule la fiabilité.

Si on considère ;

- R_{C_i} : Fiabilité d'un élément,
- R_{S_1} : Fiabilité du nœud d'entrée du système,
- R_{S_2} : Fiabilité du nœud de sortie du système,
- R_S : Fiabilité du système complet.

On aura :

$$R_{S_1} = (1 - R_{C_5})\left[(1 - R_{C_1} \times R_{C2})(1 - R_{C_3} \times R_{C_4})\right] \quad (3.16)$$

$$R_{S_2} = R_{C_5}\left[(1 - (1 - R_{C_1})(1 - R_{C_3}))(1 - (1 - R_{C_2})(1 - R_{C_4}))\right] \quad (3.17)$$

$$R_S = R_{S_1} + R_{S_2} \quad (3.18)$$

3.5 Application du théorème de Bayes sur les configurations précédentes :

L'application de la théorie de Bayes en fiabilité utilise la notion de loi de probabilité a priori et de loi de probabilité a posteriori, dont les paramètres sont estimés par la méthode du maximum de vraisemblance. Ceci est le principe d'actualisation dynamique des connaissances utilisé particulièrement pour les banques de donnés. La méthode bayésienne nous permet d'intégrer et d'utiliser l'information au-delà de celles contenues dans les données expérimentales.

Un spécialiste de la fiabilité saura souvent d'autres informations pertinentes sur la valeur des paramètres de fiabilité inconnus. Cette approche ne répond pas seulement à la demande de prédiction de paramètres de fiabilité dans le futur à partir de la connaissance présente et passée, mais aussi à la nécessité de définir les paramètres d'un système dès sa conception [7] [8].

3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié les différents types de systèmes ; séries, parallèles et mixtes (à configuration symétrique et non symétrique). Enfin, nous avons illustré l'application du théorème de Bayes sur les différentes configurations précédentes.

Dans le prochain chapitre, nous allons découvrir les notions de taux de défaillance, le temps moyen de bon fonctionnement ainsi que les fonctions de répartition et de densité de probabilité des défaillances. Ensuite, nous présenterons les lois usuelles de la fiabilité ; Exponentielle, de Weibull, Binomiale et loi de Poisson. A la fin du chapitre, nous allons détailler les arbres de défaillance.