



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET  
POPULAIRE  
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE  
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Université Mohamed Boudiaf de M'sila  
Faculté des Mathématiques et de l'Informatique  
Département de Mathématiques



## Notes de cours

---

*Espaces vectoriels normés*

---

Licence 3 Mathématiques - Semestre 5

MOKHTARI Abdelhak

Version 2021

---

# Table des matières

---

<b>1</b>	<b>Généralités sur les espaces vectoriels normés</b>	<b>2</b>
1.1	Norme sur un espace vectoriel . . . . .	2
1.2	Equivalence des normes . . . . .	4
1.3	Espaces de Banach . . . . .	4
1.4	Exercices . . . . .	5
1.5	Corrigé des exercices du chapitre 1 . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Applications linéaires continues</b>	<b>11</b>
2.1	Définitions et propriétés . . . . .	11
2.2	Espace $\mathcal{L}(E, F)$ . . . . .	13
2.3	Exercices . . . . .	14
2.4	Corrigé des exercices du chapitre 2 . . . . .	16
<b>3</b>	<b>Espaces de Hilbert</b>	<b>20</b>
3.1	Généralités sur les espaces préhilbertiens et de Hilbert . . . . .	20
3.2	Orthogonalité, famille orthogonale et famille orthonormale . . . . .	23
3.3	Orthogonal d'une partie et propriétés . . . . .	24
3.4	Projection orthogonale dans un espace préhilbertien . . . . .	24
3.5	Projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie et applications . . . . .	26
3.6	Procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt . . . . .	27
3.7	Théorème de représentation de Riesz . . . . .	27
3.8	Exercices . . . . .	28
3.9	Corrigé des exercices du chapitre 3 . . . . .	30