Série 7 : Ecoulement et viscosité des fluides

Exercice 1

1. Un récipient a une masse de 3 Kg quand il est vide, de 53 Kg quand il est rempli d'eau et de 66 Kg si on remplace l'eau par de la glycérine. Trouvez la densité de la glycérine.
2. La densité relative du sang est égale à 1.06. Trouvez la masse volumique du sang et la masse de 50 cm^3 de sang.
3. La pression atmosphérique moyenne est de 1.03×10^5 Pa. Exprimer cette pression en mmHg et en mm d'eau mm_{H2O}. ($\rho_{Mercure} = 13000\frac{kg}{m^3}$)

Exercice 2

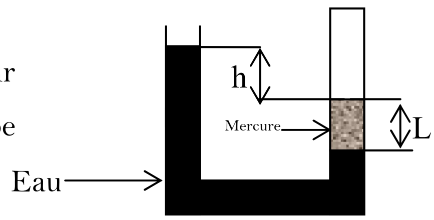
Pour un sujet couché ou en position verticale la pression artérielle moyenne au niveau du cœur vaut 13 kPa (1000 mmHg)(Cette pression correspond à la surpression développée par le ventricule gauche par rapport à la pression atmosphérique). Considérant que la vitesse d'écoulement sanguins est la même dans tout les vaisseaux sanguins et que la viscosité du sang égale à zéro.

Calculer la pression au niveau de la tête P_t et au niveau des pieds P_p.

On prendra la masse volumique du sang $\rho_{H2o} = 1000\frac{kg}{m^3}$, les distances pied-cœur et cœur-tête sont respectivement égales à 130 et 50 cm.

Exercice 3

Un tube en U est partiellement rempli avec de l'eau (voir **Figure**). On verse du mercure dans le coté droit de ce tube qui va former une colonne d'hauteur L=5 mm.

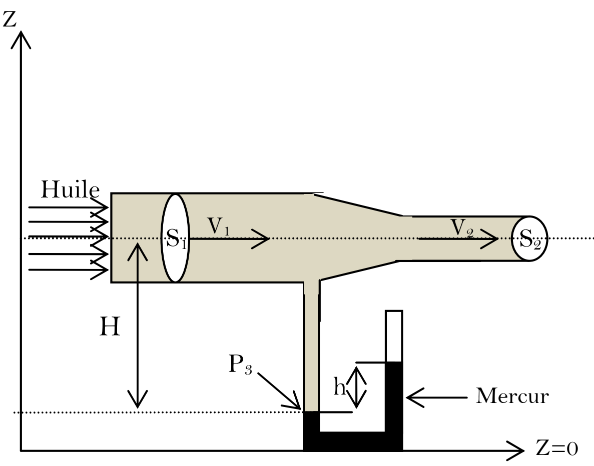


Déterminer la différence h entre les deux surfaces libres.

On donne : la masse volumique de l'eau 1000 kg/m ^{3} et celle de mercure 13.546 g/cm^{-3}.

Exercice 4

On considère la conduite représentée sur la figure ci-dessous dans la quelle s'écoule de l'huile. Cette conduite est équipée d'un manomètre en U qui contient du mercure.



Le dédit volumique du fluide dans la première section S_1 est $Q_{v1} = 0.4\ l/s$, le diamètre de la première section D_1=10 mm et la masse volumique de l'huile $\rho_{huile} = 800\ kg/m^3$, $v_2 = 20\ m/s$.

1. Calculer la vitesse d'écoulement V_1.
2. Déduire le diamètre D_2 de la deuxième section S_2.
3. En appliquant le théorème de Bernoulli (entre les sections S_1 et S_2), déterminer la pression P_1 dans la première section S_1.
4. En appliquant les relations fondamentales de l'hydrostatique dans le manomètre, calculer la pression P_3 dans le point qui sépare l'eau du mercure (voir figure). On donne la hauteur H=1274 mm et l'accélération de la pesanteur g=9.81 m s^{-2}.
5. Déterminer la dénivellation h du mercure.

Exercice 5

1. On rappelle que pour un fluide visqueux, la perte de charge par unité de longueur $\left(\frac{\Delta P}{\lambda}\right)$ d'un fluide de viscosité η, qui s'écoule dans un tube horizontal de longueur λ, de rayon R avec un débit volumique Q_v est donnée par la loi de Poiseuille $\frac{\Delta P}{\lambda} = \frac{8\eta\, Q_v}{\pi\, R^4}$

a. Déduire les dimensions de la viscosité η.

b. Exprimer la perte de charge par unité de longueur $\left(\frac{\Delta P}{\lambda}\right)$ en fonction de la vitesse d'écoulement du fluide v.

Dans un capillaire de rayon $R = 8\ \mu m$, la perte de charge par unité de longueur est $2.6 \times 10^6\ Pa\ /m$, la vitesse d'écoulement du sang est de 4 mm/s . Calculer la viscosité du sang.

2. On considère une seringue en verre de rayon intérieur R et de longueur L dans laquelle coulisse sans frottement un piston de même diamètre. La seringue, prolongée par une aiguille de rayon intérieur r, de longueur λ est remplie d'un sérum de viscosité η à injecter dans la veine d'un patient. On supposera la seringue horizontale. La pression dans la veine est $P_{veine} = P_0 + \Delta P$. $P_0 = 10^5\ Pa$ et $\Delta P = 2 \times 10^4\ Pa$.

a. Comparer les pertes de charges dans l'aiguille et dans la seringue en calculant $\left(\frac{\Delta P_{aiguille}}{\Delta P_{seringue}}\right)$ en fonction de λ, L, r, R. Application numérique : R=10 mm, r=0.2 mm, $\lambda = \frac{L}{3}$.

b. Sachant qu'il faut 10 secondes pour injecter 10 cm^3 de sérum et que la viscosité du sérum $\eta = 3 \times 10^{-3}\ Poiseuille$. Calculer la perte de charge dans l'aiguille. On donne λ=2 cm.

Exercice 6

Les hématies peuvent être considérées comme des sphères de rayon $R = 5 \times 10^{-6}\ m$ et de masse volumique $\rho = 1300\ kg\ m^{-3}$. A une température de 20 °C, dans un tube à essai vertical, elles sont en suspension dans le plasma sanguin de masse volumique $\rho_L = 1027\ kg\ m^{-3}$ et de coefficient de viscosité $\eta = 1.81 \times 10^{-3}\ Pa\ s$. Ces hématies sédimentent sous la seule action du champ de pesanteur de valeur $g = 9.81\ m\ s^{-2}$.

1. Faire le bilan des forces appliquées à une hématie et écrire l'équation de mouvement de celle-ci.
2. En déduire la vitesse limite v_{limit} de sédimentation.
3. Au bout d'une heure, quelle est la hauteur de la zone claire, donc dépourvues d'hématie, dans la partie supérieure du tube à essai maintenu verticalement en permanence.

Solution des exercices de la série 7

Exercice 1

$$1.\ densit\acute{e}\ de\ la\ glyc\acute{e}rine = \frac{masse\ volumique\ de\ la\ glyc\acute{e}rine}{masse\ volumique\ d'eau}$$

$$= \frac{masse\ de\ glyc\acute{e}rine}{masse\ d'un\ volume\ \acute{e}gal\ d'eau} = \frac{66-3}{53-3} = 1.26.$$

$$2.\ la\ masse\ volumique\ du\ sang = la\ densit\acute{e}\ du sang\ \times la\ masse\ volumique\ d'eau$$

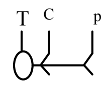
$$= 1.06 \times 10^3\ Kg/m^3$$

$$la\ masse\ de\ 50\ cm^3 de\ sang = \rho_{sang} \times V_{sang} = 1.06 \times 10^3 \times 50 \times 10^{-6}$$

$$= 53\ \times 10^{-3}\ Kg = 53\ g$$

$$3.\ h_{Hg} = \frac{P_{atm}}{g\rho_{Hg}} = 759\ mm,\ h_{eau} = \frac{P_{atm}}{g\rho_{eau}} = 10300\ mm$$

Exercice 2



$P_P = P_c = P_T$

Le sang est considéré comme un fluide parfait (viscosité =0) et incompressible, donc on peut appliquer la loi de Pascal.

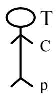
1. Pour un sujet en position couché : $h_P = h_c = h_T = 0m$ donc $P_P = P_c = P_T = 13\ kPa$
2. La pression au niveau de la tête :

On applique la loi de Pascal entre les points T et C

$P_T + \rho_{sang} g h_T = P_c + \rho_{sang} g h_c$

Alors $P_T = P_c + \rho_{sang} g (h_c - h_T) = 13000 - 1065 \times 10((130 - 180) \times 10^{-2}) = 7.8\ kPa$

2. La pression au niveau des pieds :

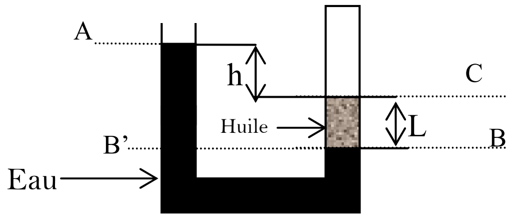


On applique la loi de Pascal entre les points P et T (ou bien entre P et C)

$P_T + \rho_{sang} g h_T = P_P + \rho_{sang} g h_P$

Alors $P_P = P_T + \rho_{sang} g(h_T - h_p) = 7800 + 1065 \times 10((50 + 130) \times 10^{-2}) = 26.9\ kPa$

Exercice 3



Les deux fluides (eau et mercure) sont considérés comme des fluides parfaits, statiques et incompressibles.

On applique la loi de Pascal entre B' et A

$P_{B'} = P_A + \rho_{H20} g(L + h)$ (1)

On applique la loi de Pascal entre B' et B (ces deux points sont situés sur le même niveau)

$P_{B'} = P_B$ (2)

On applique la loi de Pascal entre B et C

$P_B = P_C + \rho_{mercure} g\ L$ (3)

L'Eq (1)=Eq(2)=Eq(3) et P_C=P_A

$\rho_{mercure} g\ L = \rho_{H20} g(L + h)$ (4)

$$h = \frac{\rho_{mercure}\ L}{\rho_{H20}} - L = \left(\frac{\rho_{mercure}}{\rho_{H20}} - 1\right) L = \left(\frac{13546}{1000} - 1\right) 5 \times 10^{-3} = 0.062\ m = 6.2\ cm$$

Exercice 4

1. Vitesse d'écoulement : $V_1 = \frac{4Q_{v1}}{\pi D_1^2} = 5m/s$

2. L'équation de continuité : $V_1 \times S_1 = V_2 \times S_2$, donc $D_2 = \sqrt{\frac{V_1}{V_2}} D_1 = 5mm.$

3. Appliquant l'Eq. De Bernoulli : $P_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho_{hui}(V_2^2 - V_1^2) = 2.5\ bar$

$$P_3 = P_1 + \rho_{hui} g H = 2.6\ bar$$

4 . $h = \frac{P_3 - P_{atm}}{g\rho_{hui}} = 1.2\ m$

Exercice 5

1. a. L'équation aux dimensions de la viscosité : $[\eta] = \frac{[R]^4[\Delta P]}{[\lambda][Q_v]} = \frac{L^4 M L^{-1} T^{-2}}{L\ L^3 T^{-1}} = M L^{-1} T^{-1}$

1. b. le débit volumique $Q_v = Sv$, donc il suffit de remplacer Q_v dans l'équation de perte de charge, on obtient : $\frac{\Delta P}{\lambda} = \frac{8\eta\, Q_v}{\pi\, R^4} = \frac{8\eta(\pi R^2 v)}{\pi\, R^4} = \frac{8\eta v}{R^2}$.

1.c $\eta = \frac{\left(\frac{\Delta P}{\lambda}\right) R^2}{8v} = 5.2 \times 10^{-3}\ Poiseuille.$

2. a. L'équation de continuité permet d'écrire $Q_v(seringue) = Q_v(aiguille)$

Dans l'aiguille $\Delta P(aiguille) = \lambda \frac{8\eta Q_v}{\pi r^4}$ ———————————(1)

Dans la seringue $\Delta P(\text{seringue}) = L\frac{8\eta Q_v}{\pi R^4}$ —————————— (2)

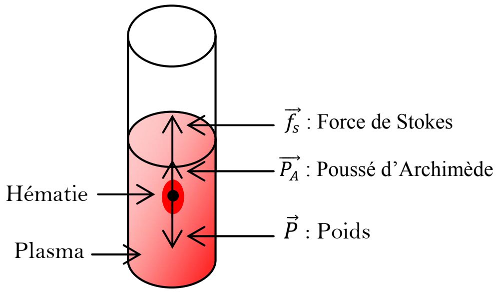
Eq(1)/Eq(2) on trouve : $\frac{\Delta P(aiguille)}{\Delta P(\text{seringue})} = \frac{\lambda R^4}{L r^4} = 2.1 \times 10^6$

2.b. Le débit volumique $Q_v = \frac{Le\ volume}{le\ temps} = 10^{-6}\, m^3 s^{-1}$

Alors $\Delta P(aiguille) = \lambda \frac{8\eta Q_v}{\pi r^4} = 9.55 \times 10^4\ Pa$

Exercice 6

1. Le bilan des forces exercées sur l'hématie sont (voir le cours) :



Le poids $\vec{P} = m_{hém}\, \vec{g}$ (1)

La poussée d'Archimède : $\vec{P_A} = \rho_{plasma} V_{hém} \vec{g}$ (2)

La force de résistance exercée sur l'hématie (force de Stokes) : $\vec{f_s} = 6\,\pi\,\eta\, R_{hém}\,\vec{v}$ (3)

$$\vec{P_A} + \vec{f_s} + \vec{P} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0}$$

2. Appliquant le principe fondamental de la dynamique à la bille on obtient la relation (4. 34) du cours :

$$v = \frac{2\,(\rho_{héma} - \rho_{plasma})}{9\,\eta}\, g\, R^2$$

A.N.: $v = 8.22 \times 10^{-6}\, m\, s^{-1}$

3. La vitesse limite de l'hématie est $v = 8.22 \times 10^{-6}\, m\, s^{-1} = 29.6\, mm\, h^{-1}$, ceci indique que la hauteur de la zone claire est de 29.6 mm.