Université de M'Sila
Faculté des Mathématiques et d'Informatique / Département de Mathématiques
Master Maths. **S 3/ Analyse fonctionnelle**
– ***Espaces fonctionnels de type de Sobolev*** –

Devoir maison Janvier 2023

** Utiliser les notations du cours
** On tiendra compte de la prśentation des copies

Exercice 1. Donner la définition :
(i) des fonctions ρ et γ telle que $\rho(\xi) + \sum_{j=1}^{\infty} \gamma(2^{-j}\xi) = 1 \quad (\forall \xi \in \mathbb{R})$.
(ii) des opérateurs de convolution S_j et Q_j.
(iii) des espaces $\mathcal{S}_\infty(\mathbb{R})$, $\mathcal{S}'_\infty(\mathbb{R})$, $B^s_{p,q}(\mathbb{R})$ et $\dot{B}^s_{p,q}(\mathbb{R})$.

Exercice 2. Démontrer qu'il existe une suite $(u_k)_{k\in\mathbb{N}}$ telle que

$$\int x^m u_k(x) \mathrm{d}x = \delta_{m,k}.$$

Exercice 3. Démontrer que les espaces $L_p(\mathbb{R}^n)$ et $B^s_{p,q}(\mathbb{R}^n)$ sont de Banach.

Exercice 4. Soit $\theta \in \mathcal{D}(\mathbb{R}^n)(\mathbb{R}^n \setminus \{0\})$ $\operatorname{supp}\theta \subset \{\xi \in \mathbb{R}^n : a \leq |\xi| \leq b\}, 0 < a < b$.
Démontrer que

$$\theta(2^{-j}\xi) = \sum_{k=j+m_1}^{j+m_2} \theta(2^{-j}\xi)\gamma(2^{-k}\xi).$$

Trouver m_1 et m_2.

===============

Le 26.11.2022