

Devoir maison Janvier 2023

\*\* Utiliser les notations du cours

\*\* On tiendra compte de la présentation des copies

**Exercice 1.** (1) Donner la définition de : – une distribution régulière, – une distribution singulière, – la norme dans  $\mathcal{D}(\mathbb{R})$ , – la dérivation dans  $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$ , – la convergence dans  $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$ , – la convolution dans  $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$ . Les distributions  $vp_{\frac{1}{1-2x}}$ ,  $H$  et  $\delta$ .

**Exercice 2.** Pour  $x \in \mathbb{R}$  soit  $T = \log |1 - 2x|$ . Démontrer que  $T \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$  et calculer  $T'$ ,  $T''$ .

**Exercice 3.** Dans  $\mathbb{R}$ . Soit  $T_n = \frac{1}{2n}|x|^{\frac{1}{n}-1}$ . (a) Démontrer que  $T_n \in \mathcal{D}'$ .  
(b) Démontrer que  $T_n$  converge vers  $\delta$ .

**Exercice 4.** (1) On rappelle que  $\langle \delta_a, \varphi \rangle = \varphi(a)$  avec  $a \in \mathbb{R}$ . Soit  $T = 2x + 1$ .

Calculer  $(x^2 - 2x)\delta_2''$ ,  $T * (\delta_1 + 2\delta_2)$ .

(2) Soient  $f(x) := \begin{cases} 1 & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

Calculer  $f * f$ ,  $f * f * f$ .

**Exercice 5.** Dans  $\mathbb{R}$ . Calculer  $T_1 = x^2\delta^{(3)}$ ,  $T_2 = x^3\delta^{(2)}$ ,  $T_3 = x^3\delta^{(3)}$ . Donner une généralisation pour  $T = x^p\delta^{(q)}$  avec  $p, q \in \mathbb{N}$ .

=====

Le 26.11.2022