

# Annexe A

## Polynômes orthogonaux

### A.1 Polynômes de Legendre

On appelle *polynôme de Legendre* de degré  $n$ , le polynôme défini par la relation de récurrence

$$(n + 1)P_{n+1}(x) = (2n + 1)xP_n(x) - nP_{n-1}(x)$$

initialisée par

$$P_0(x) = 1 \quad P_1(x) = x$$

Les premiers polynômes sont

$$\begin{aligned} P_0(x) &= 1 \\ P_1(x) &= x \\ P_2(x) &= (3x^2 - 1)/2 \\ P_3(x) &= (5x^3 - 3x)/2 \\ P_4(x) &= (35x^4 - 30x^2 + 3)/8 \\ P_5(x) &= (63x^5 - 70x^3 + 15x)/8 \\ P_6(x) &= (231x^6 - 315x^4 + 105x^2 - 5)/16 \end{aligned}$$

(1) Les polynômes de Legendre sont solutions de l'équation différentielle

$$(1 - x^2)y'' - 2xy' + n(n + 1)y = 0$$

(2) Les polynômes de Legendre satisfont la relation de récurrence

$$(1 - x^2)P'_n(x) = -nxP_n(x) + nP_{n-1}(x)$$

(3) Formule de Rodrigues

$$P_n(x) = \frac{(-1)^n}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (1-x^2)^n$$

(4) Majorations

$$\forall x \in [-1, +1], \quad |P_n(x)| \leq 1$$

$$\forall x \in [-1, +1], \quad |P'_n(x)| \leq \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\forall x \in [-1, +1], \quad |P_n(x)| \leq \frac{1}{\sqrt{8\pi n(1-x^2)}}$$

$$\frac{1 - P_n^2(x)}{(2n-1)(n+1)} \leq P_n^2(x) - P_{n-1}(x)P_{n+1}(x) \leq \frac{2n+1}{3n(n+1)}$$

(5) Les polynômes de Legendre sont des polynômes orthogonaux relativement à la fonction de poids  $\omega(x) = 1$  sur l'intervalle  $[-1, +1]$ .

$$\int_{-1}^{+1} P_n(x)P_m(x)dx = \frac{2}{2n+1}\delta_{n,m}$$

En particulier,  $P_n(1) = 1$  et

$$\|P_n\|_2 = \left( \int_{-1}^{+1} P_n^2(x)dx \right)^{1/2} = \sqrt{\frac{2}{2n+1}}$$

(6) Les polynômes de Legendre vérifient la formule

$$\int_{-1}^{+1} P_n(x) \frac{dx}{\sqrt{1-x}} = \frac{2^{3/2}}{2n+1}$$

## A.2 Polynômes de Laguerre

On appelle *polynôme de Laguerre* d'ordre  $n$ , le polynôme défini par la relation de récurrence

$$(n+1)L_{n+1}(x) = (2n+1-x)L_n(x) - nL_{n-1}(x)$$

et les conditions d'initialisation

$$L_0(x) = 1 \quad L_1(x) = 1-x$$

Pour  $\alpha > -1$ . On appelle *polynôme de Laguerre généralisé* d'ordre  $n$  et on note  $L_n^{(\alpha)}(x)$  le polynôme défini par la relation de récurrence

$$(n+1)L_{n+1}^{(\alpha)}(x) = (2n+\alpha+1-x)L_n^{(\alpha)}(x) - (n+\alpha)L_{n-1}^{(\alpha)}(x)$$

initialisée par

$$L_0^{(\alpha)}(x) = 1 \quad L_1^{(\alpha)}(x) = 1 + \alpha - x$$

Le polynôme de Laguerre proprement dit correspond au cas  $\alpha = 0$ . Les premiers polynômes sont

$$L_0(x) = 1$$

$$L_1(x) = 1 - x$$

$$L_2(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$$

$$L_3(x) = \frac{-1}{6}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 3x + 1$$

$$L_4(x) = \frac{1}{24}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + 3x^2 - 4x + 1$$

$$L_5(x) = \frac{-1}{120}x^5 + \frac{5}{24}x^4 - \frac{5}{3}x^3 + 5x^2 - 5x + 1$$

$$L_6(x) = \frac{1}{720}x^6 - \frac{1}{20}x^5 + \frac{5}{8}x^4 - \frac{10}{3}x^3 + \frac{15}{2}x^2 - 6x + 1$$

(1) Les polynômes de Laguerre sont solutions de l'équation différentielle

$$xy'' + (\alpha + 1 - x)y' + ny = 0$$

(2) Les polynômes de Laguerre satisfont les relations de récurrence, pour  $\alpha$  entier

$$xL'_n(x) = nL_n(x) - nL_{n-1}(x)$$

$$x \frac{dL_n^{(\alpha)}(x)}{dx} = nL_n^{(\alpha)}(x) - (n + \alpha)L_{n-1}^{(\alpha)}(x)$$

$$L_{n+1}^{(\alpha-1)}(x) = L_n^{(\alpha)}(x) - L_{n-1}^{(\alpha)}(x)$$

$$xL_n^{(\alpha+1)}(x) = (x - n)L_n^{(\alpha)}(x) - (n + \alpha)L_{n-1}^{(\alpha)}(x)$$

$$xL_n^{(\alpha+1)}(x) = (n + \alpha + 1)L_n^{(\alpha)}(x) - (n + 1)L_{n+1}^{(\alpha)}(x)$$

$$(n + \alpha)L_n^{(\alpha-1)}(x) = (n + 1)L_{n+1}^{(\alpha)}(x) - (n + 1 - x)L_n^{(\alpha)}(x)$$

(3) Formule de Rodrigues

$$L_n^{(\alpha)}(x) = \frac{e^x}{n!x^\alpha} \frac{d^n}{dx^n} (x^{n+\alpha}e^{-x})$$

(4) Majorations

$$\forall x \geq 0, \quad |L_n(x)| \leq e^{x/2}$$

$$\forall x \geq 0, \forall \alpha \geq 0 \quad \left| L_n^{(\alpha)}(x) \right| \leq \frac{\Gamma(\alpha + n + 1)}{n!\Gamma(\alpha + 1)} e^{x/2}$$

(5) Les polynômes de Laguerre sont des polynômes orthogonaux relativement à la fonction de poids  $\omega(x) = x^\alpha e^{-x}$  définie sur l'intervalle  $]0, \infty[$

$$\int_0^\infty L_n^{(\alpha)}(x)L_m^{(\alpha)}(x)x^\alpha e^{-x}dx = \frac{\Gamma(\alpha + n + 1)}{n!}\delta_{n,m}$$

(6) L'intégrale du produit de deux polynômes de Laguerre vérifie

$$\int_0^x L_n(t)L_m(x-t)dt = L_{m+n}(x) - L_{m+n+1}(x)$$

(7) Si  $Re(\alpha) > -1$  et  $Re(\beta) > 0$ , on a

$$\Gamma(\alpha + \beta + n + 1) \int_0^x (x-t)^{\beta-1} t^\alpha L_n^{(\alpha)}(t) dt = \Gamma(\alpha + n + 1) \Gamma(\beta) x^{\alpha+\beta} L_n^{(\alpha+\beta)}(x)$$

et

$$\int_x^\infty e^{-t} L_n^{(\alpha)}(t) dt = e^{-x} \left( L_n^{(\alpha)}(x) - L_{n-1}^{(\alpha)}(x) \right)$$

### A.3 Polynômes de Tchebychev

Les *polynômes de Tchebychev* (de première espèce) d'ordre  $n$ , sont définis par la relation de récurrence

$$T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x)$$

et les conditions d'initialisation

$$T_0(x) = 1 \quad T_1(x) = x$$

Les premiers polynômes sont

$$\begin{aligned} T_0(x) &= 1 \\ T_1(x) &= x \\ T_2(x) &= 2x^2 - 1 \\ T_3(x) &= 4x^3 - 3x \\ T_4(x) &= 8x^4 - 8x^2 + 1 \\ T_5(x) &= 16x^5 - 20x^3 + 5x \\ T_6(x) &= 32x^6 - 48x^4 + 18x^2 - 1 \end{aligned}$$

(1) Le polynôme  $T_n$  peut être défini par la relation

$$T_n(\cos \theta) = \cos(n\theta)$$

ou bien encore par la relation

$$T_n(x) = \frac{1}{2} \left( \left( x + \sqrt{x^2 - 1} \right)^n + \left( x - \sqrt{x^2 - 1} \right)^n \right)$$

$T_n(x)$  est un polynôme de degré  $n$  dont le coefficient de plus haut degré est  $2^{n-1}$  vérifiant

$$T_n(1) = 1 \quad \forall n$$

Ces polynômes vérifient la relation

$$T_n(-x) = (-1)^n T_n(x)$$

(2) Les polynômes de Tchebychev sont solutions de l'équation différentielle

$$(1 - x^2)y'' - xy' + n^2y = 0$$

(3) Les polynômes de Tchebychev satisfont la relation de récurrence

$$(1 - x^2)T'_n(x) = -nxT_n(x) + nT_{n-1}(x)$$

(4) Pour  $i = 0, \dots, n$  la relation du produit de deux polynômes

$$2T_i(x)T_n(x) = T_{n+i}(x) + T_{n-i}(x)$$

(5) Majorations

$$\forall x \in [-1, 1], \quad |T_n(x)| \leq 1$$

$$\forall x \in [-1, 1], \quad \left| \frac{dT_n(x)}{dx} \right| \leq n^2$$

(6) Les polynômes de Tchebychev sont des polynômes orthogonaux relativement à la fonction de poids définie sur l'intervalle  $[-1, 1]$

$$\omega(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\int_{-1}^{+1} T_n(x)T_m(x) \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{\pi}{2} \delta_{n,m} \quad n \neq 0$$

$$\int_{-1}^{+1} T_0^2(x) \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \pi$$

(7) Si  $\nu$  désigne la partie entière de  $n/2$ , les monômes s'expriment en fonction des polynômes de Tchebychev

$$x^n = \frac{1}{2^{n-1}} \left[ T_n + C_n^1 T_{n-2} + \dots + C_n^{\nu-1} T_{n+2-2\nu} + C_n^\nu T_{n-2\nu} \left( \frac{3 - (-1)^n}{4} \right) \right]$$

(8) Entre les abscisses

$$x_k^+ = \cos \left( \frac{2k\pi}{n} \right)$$

pour lesquelles  $T_n(x_k^+) = +1$  et les abscisses

$$x_k^- = \cos \left( \frac{(2k+1)\pi}{n} \right)$$

pour lesquelles  $T_n(x_k^-) = -1$ , le polynôme de Tchebychev de degré  $n$  admet exactement  $n$  racines réelles données par

$$\cos\left(\frac{(2k+1)\pi}{2n}\right) \quad k = 0, 1, \dots, n-1$$

## A.4 Polynômes d'Hermite

Les *polynômes d'Hermite d'ordre  $n$*  sont les polynômes définis par la relation de récurrence

$$H_{n+1}(x) = 2xH_n(x) - 2nH_{n-1}(x)$$

et les conditions d'initialisation

$$H_0(x) = 1 \quad H_1(x) = 2x$$

Les premiers polynômes sont

$$\begin{aligned} H_0(x) &= 1 \\ H_1(x) &= 2x \\ H_2(x) &= 4x^2 - 2 \\ H_3(x) &= 8x^3 - 12x \\ H_4(x) &= 16x^4 - 48x^2 + 12 \\ H_5(x) &= 32x^5 - 160x^3 + 120x \\ H_6(x) &= 64x^6 - 480x^4 + 720x^2 - 120 \end{aligned}$$

(1) Les polynômes d'Hermite satisfont l'équation différentielle

$$y'' - 2xy' + 2ny = 0$$

(2) Les polynômes d'Hermite vérifient la relation de récurrence

$$H'_n(x) = 2nH_{n-1}(x)$$

(3) Formule de Rodrigues

$$H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} (e^{-x^2})$$

(4) Majorations

$$|H_n(x)| < e^{x^2/2} k 2^{n/2} \sqrt{n!} \quad \text{avec} \quad k \simeq 1,086435\dots$$

(5) Les polynômes d'Hermite sont des polynômes orthogonaux relativement à la fonction de poids  $\omega(x) = e^{-x^2}$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} H_n(x) H_m(x) e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi} 2^n n! \delta_{n,m}$$

## (6) Formules d'intégration

$$\int_0^x H_n(t)e^{-t^2} dt = H_{n-1}(0) - e^{-x^2} H_{n-1}(x)$$

$$\int_0^x H_n(t)dt = \frac{1}{2(n+1)} (H_{n+1}(x) - H_{n+1}(0))$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} H_{2n}(tx)e^{-t^2} dt = \sqrt{\pi} \frac{(2n)!}{n!} (x^2 - 1)^n$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} te^{-t^2} H_{2n+1}(tx)dt = \sqrt{\pi} \frac{(2n+1)!}{n!} x(x^2 - 1)^n$$

## A.5 Polynômes de Gegenbauer

Les *polynômes de Gegenbauer*  $G_n^{(\alpha)}$  de degré  $n$ , sont les polynômes définis par la relation de récurrence pour  $\alpha > -1/2$

$$(n+1)G_{n+1}^{(\alpha)}(x) = 2(n+\alpha)G_n^{(\alpha)}(x) - (n+2\alpha-1)G_{n-1}^{(\alpha)}(x)$$

et les conditions d'initialisation

$$G_0^{(\alpha)}(x) = 1 \quad G_1^{(\alpha)}(x) = 2\alpha x \quad \text{si } \alpha \neq 0 \quad G_1^{(0)}(x) = 2x$$

Les premiers polynômes sont pour  $\alpha = 1$

$$\begin{aligned} G_0(x) &= 1 \\ G_1(x) &= 2x \\ G_2(x) &= 4x^2 - 1 \\ G_3(x) &= 8x^3 - 4x \\ G_4(x) &= 16x^4 - 12x^2 + 1 \\ G_5(x) &= 32x^5 - 32x^3 + 6x \\ G_6(x) &= 64x^6 - 80x^4 + 24x^2 - 1 \end{aligned}$$

(1) Les polynômes de Gegenbauer sont solutions de l'équation différentielle

$$(1-x^2)y'' - (2\alpha+1)xy' + n(n+2\alpha)y = 0$$

(2) Les polynômes de Gegenbauer vérifient les relations de récurrence

$$(1-x^2)\frac{dG_n^{(\alpha)}}{dx}(x) = -nxG_n^{(\alpha)}(x) + (n+2\alpha-1)G_{n-1}^{(\alpha)}(x)$$

$$(n+\alpha)G_{n+1}^{(\alpha-1)}(x) = (\alpha-1)\left(G_{n+1}^{(\alpha)}(x) - G_{n-1}^{(\alpha)}(x)\right)$$

(3) Formule de Rodrigues

$$G_n^{(\alpha)}(x) = \frac{(-1)^n \Gamma(\alpha + 1/2) \Gamma(n + 2\alpha)}{2^n n! \Gamma(2\alpha) \Gamma(\alpha + n + 1/2)} \frac{d^n}{dx^n} \left( (1 - x^2)^{\alpha + n - \frac{1}{2}} \right)$$

(4) Les polynômes de Gegenbauer sont des polynômes orthogonaux sur l'intervalle  $] -1, +1[$  relativement à la fonction de poids  $\omega(x) = (1 - x^2)^{\alpha - \frac{1}{2}}$ , on a si  $\alpha \neq 0$

$$\int_{-1}^{+1} G_n^{(\alpha)}(x) G_m^{(\alpha)}(x) (1 - x^2)^{\alpha - \frac{1}{2}} dx = \frac{\pi 2^{1-2\alpha}}{n!(n+\alpha)!} \frac{\Gamma(n+2\alpha)}{\Gamma(\alpha)^2} \delta_{n,m}$$

et si  $\alpha = 0$

$$\int_{-1}^{+1} G_n^{(0)}(x) G_m^{(0)}(x) (1 - x^2)^{-\frac{1}{2}} dx = \frac{2\pi}{n^2} \delta_{n,m}$$

(5) Formule d'intégration

$$\frac{n(2\alpha + n)}{2\alpha} \int_0^x G_n^{(\alpha)}(t) (1 - t^2)^{\alpha - \frac{1}{2}} dx = G_{n-1}^{(\alpha+1)}(0) - (1 - x^2)^{\alpha + \frac{1}{2}} G_{n-1}^{(\alpha+1)}(x)$$

## A.6 Polynômes de Jacobi

Les *polynômes de Jacobi* de degré  $n$ , notés  $J_n^{(\alpha, \beta)}(x)$  ou  $J_n(x)$  lorsqu'il n'y a pas ambiguïté, sont les polynômes définis par la relation de récurrence pour  $\alpha > -1$  et  $\beta > -1$

$$a_n J_{n+1}(x) = (b_n + x c_n) J_n(x) - d_n J_{n-1}(x)$$

initialisée par

$$J_0(x) = 1 \quad J_1(x) = (\alpha - \beta)/2 + (1 + (\alpha + \beta)/2)x$$

avec les coefficients suivants

$$\begin{aligned} a_n &= 2(n+1)(n+\alpha+\beta+1)(2n+\alpha+\beta) \\ b_n &= (2n+\alpha+\beta+1)(\alpha^2 - \beta^2) \\ c_n &= (2n+\alpha+\beta) \\ d_n &= 2(n+\alpha)(n+\beta)(2n+\alpha+\beta+2) \end{aligned}$$



Les premiers polynômes sont pour  $\alpha = 1$  et  $\beta = 0$

$$\begin{aligned} J_0(x) &= 1 \\ J_1(x) &= (3x + 1)/2 \\ J_2(x) &= (5x^2 + 2x - 1)/2 \\ J_3(x) &= \frac{35}{8}x^3 + 15x^2 - \frac{15}{8}x - \frac{3}{8} \\ J_4(x) &= \frac{63}{8}x^4 + \frac{7}{2}x^3 - \frac{21}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{3}{8} \\ J_5(x) &= \frac{231}{16}x^5 + \frac{105}{16}x^4 - \frac{105}{8}x^3 - \frac{35}{8}x^2 + \frac{35}{16}x + \frac{5}{16} \end{aligned}$$

(1) Les polynômes de Jacobi satisfont l'équation différentielle

$$(1 - x^2)y'' + (\beta - \alpha - (\alpha + \beta + 2)x)y' + n(n + \alpha + \beta + 1)y = 0$$

(2) En posant  $\lambda = 2n + \alpha + \beta$ , les polynômes de Jacobi vérifient les relations

$$\lambda(1 - x^2)J'_n(x) = n(\alpha - \beta - \lambda x)J_n(x) + 2(n + \alpha)(n + \beta)J_{n-1}(x)$$

$$J_n^{(\alpha, \beta-1)}(x) - J_n^{(\alpha-1, \beta)}(x) = J_{n-1}^{(\alpha, \beta)}(x)$$

$$\lambda J_n^{(\alpha, \beta-1)}(x) = (n + \alpha + \beta)J_n^{(\alpha, \beta)}(x) + (n + \alpha)J_{n-1}^{(\alpha, \beta)}(x)$$

$$(1 - x)J_n^{(\alpha+1, \beta)}(x) + (1 + x)J_n^{(\alpha, \beta+1)}(x) = 2J_n^{(\alpha, \beta)}(x)$$

(3) Formule de Rodrigues

$$J_n(x) = \frac{(-1)^n}{2^n n!} \frac{1}{(1 - x)^\alpha (1 + x)^\beta} \frac{d^n}{dx^n} ((1 - x^2)^n (1 - x)^\alpha (1 + x)^\beta)$$

(4) Les polynômes de Jacobi sont des polynômes orthogonaux sur l'intervalle  $] - 1, 1[$  relativement à la fonction de poids

$$\omega(x) = (1 - x)^\alpha (1 + x)^\beta$$

$$\int_{-1}^{+1} J_n(x) J_m(x) (1 - x)^\alpha (1 + x)^\beta dx = u_n \delta_{n,m}$$

avec

$$u_n = \frac{2^{\alpha+\beta+1}}{2n + \alpha + \beta + 1} \frac{\Gamma(n + \alpha + 1)\Gamma(n + \beta + 1)}{n!\Gamma(n + \alpha + \beta + 1)}$$

(5) Formule d'intégration

$$2n \int_0^x J_n^{(\alpha, \beta)}(t) (1 - t)^\alpha (1 + t)^\beta dt = J_{n-1}^{(\alpha+1, \beta+1)}(0) - h(x) J_{n-1}^{(\alpha+1, \beta+1)}(x)$$

où  $h(x) = (1 - x)^{1+\alpha} (1 + x)^{1+\beta}$

# Bibliographie

- [1] J. Abdeljaoued, H. Lombardi, *Méthodes matricielles. Introduction à la complexité algébrique*. Mathématiques et Applications, vol. 42, Springer, 2004.
- [2] R. Adams, *Sobolev Spaces*, Academic Press, 1975.
- [3] R. P. Agarwal, *Boundary Value Problems for High Order Differential Equations*, World Scientific, 1986.
- [4] J. Ahlberg, *The Theory of Splines and Their Applications*, Academic Press, 1967.
- [5] J. Akin, *Application and Implementation of Finite Elements Methods*, Academic Press, 1982.
- [6] S. Alinhac, P. Gérard, *Opérateurs pseudo-différentiels et théorème de Nash-Moser*, Éditions du CNRS, 1996.
- [7] W. Ames, W. Rheinboldt, *Numerical Methods for Partial Differential Equations*, Academic Press, 1992.
- [8] G. Anger, *Inverse Problems in Differential Equations*, Plenum Press, 1990.
- [9] D. V. Anosov, V. I. Arnold, *Dynamical Systems*, Springer, 1988.
- [10] K. Arbenz, A. Wohlhauser, *Analyse numérique*, Presses Polytechniques romandes, 1980.
- [11] A. Arcangeli, M. Artola, J. M. Blondel, J. Grenet, *Problèmes d'analyse numérique, agrégation années 1969-1978*, Masson, 1980.
- [12] V. I. Arnold, *Ordinary Differential Equations*, Springer, 1992.

- [13] F. M. Arscott, *Periodic Differential Equations. An introduction to Mathieu, Lamé and Allied Functions*, Mac Millan, 1964.
- [14] U. M. Ascher, R. M. Matthey, R. D. Russel, *The numerical solution of boundary value problems for ordinary equations*, Prentice Hall, 1987.
- [15] K. E. Atkinson, *A Survey of Numerical Methods for the Solution of Fredholm Integral Equations of the Second Kind*, Philadelphia, S.I.A.M., 1976.
- [16] O. Axelsson, V. Baker, *Finite Element Solution of Boundary Problems*, Academic Press, 1984.
- [17] O. Axelsson, *Iterative Solution Method*, Cambridge University Press, 1996.
- [18] A. Aziz, *Lectures in Differential Equations*, Van Nostrand, 1969.
- [19] G. Bader, P. Deuffhard, *Numerische Mathematik*, vol. 41, 1983.
- [20] A. Baker, *Finite Element Computational Fluid Mechanics*, Hemisphere Publishing Corp. 1983.
- [21] G. Baker, *Essentials of Pade Approximants*, Academic Press, 1975.
- [22] G. Baker, *Pade Approximant*, Addison Wesley, 2 vol., 1981.
- [23] N. Bakhvalov, *Méthodes numériques*, Moscou, Mir, 1976.
- [24] J. Baranger, *Introduction à l'analyse numérique*, Hermann, 1977.
- [25] R. Bartels, *An Introduction to Splines for Use in Computer Graphics and Geometric Modeling*, Keufmann, 1987.
- [26] K. Bathe, E. Wilson, *Numerical Methods in Finite Element Analysis*, Prentice Hall, 1976.
- [27] A. Bamberger, *La Méthode des éléments finis*, Polycopié de Paris-VI, 1982.
- [28] A. Bamberger, *Analyse, optimisation et filtrage numérique, Compléments, analyse numérique de l'équation de la chaleur*, École Polytechnique, 1990.
- [29] J. Baranger, *Analyse numérique*, Hermann, 1991.
- [30] H. Bastin, *Éléments d'analyse numérique*, Presses Universitaires de Bruxelles, 1972.
- [31] R. Bellman, *Stability Theory of Differential Equations*, Dover, 1969.
- [32] R. Bellman, *Methods in Approximation*, Reidel Publishing Corp., 1986.
- [33] A. Beltzer, *Variational and Finite Elements Methods*, Springer, 1990.
- [34] J. Bergh, J. Lofstrom, *Interpolation Spaces*, Springer, 1976.
- [35] J. S. Berezin, N. P. Zhidkov, *Computing methods*, Pergamon Press (traduit du russe), 1973.

- [36] M. Bernadou, *Méthodes d'éléments finis pour les problèmes de coques minces*, Masson, 1994.
- [37] C. Bernardi, Y. Maday, *Approximations spectrales de problèmes aux limites elliptiques*, Springer Verlag, Mathématiques et Applications vol. 10, 1992.
- [38] G. Birkhoff, *Ordinary Differential Equations*, John Wiley, 1989.
- [39] C. Blanc, *Equations aux dérivées partielles : un cours pour ingénieurs*, Birkhäuser, 1976.
- [40] E. Blum, *Numerical Analysis and Computation Theory and Practice*, Addison Wesley, 1972.
- [41] G. Bluman, S. Kumei, *Symmetries and Differential Equations*, Springer, 1989.
- [42] J.-M. Bony, J.-Y. Chemin, C. Gérard, G. Lebeau, *Équations aux dérivées partielles*, Majeure de mathématiques, École Polytechnique, 1997.
- [43] J. F. Botha, *Fundamental Concepts in the Numerical Solution of Differential Equations*, John Wiley, 1983.
- [44] M. Braun, *Differential equations and their applications*, Springer, 1975.
- [45] C. Brebbia, J. Connor, *Fundamentals of Finite Element Technique for Structural Engineers*, Butterworths, 1973.
- [46] S. Brenner, *The Mathematical Theory of Finite Elements Methods*, Springer, 1994.
- [47] R. P. Brent, *Algorithms for Minimization without Derivatives*, Prentice-Hall, 1973.
- [48] C. Brezinski, *Accélération de la convergence en analyse numérique*, Springer, 1977.
- [49] C. Brezinski, *Padé Type Approximation and General Orthogonal Polynomials*, Birkhäuser, 1980.
- [50] H. Brezis, *Analyse fonctionnelle*, Paris, Masson, 1987.
- [51] F. Brezzi, M. Fortin, *Mixed and Hybrid Finite Element methods*, Springer Series in Comp. Math, 15, 1991.
- [52] W. L. Briggs, *A Multigrid Tutorial*, Philadelphia, S.I.A.M., 1987.
- [53] Ya. Brudnyi, N. Y. Krugljak, *Interpolation Functions and Interpolation Spaces*, North Holland, 1991.
- [54] J. Bull, *Finite Element Analysis of Thin-walled Structures*, Elsevier, 1988.
- [55] J. R. Bunch, D. J. Rose (eds), *Sparse Matrix Computations*, Academic Press, 1976.

- [56] R. Burden, D. Faires, *Numerical Analysis*, Prindle, Weber and Schmidt, 1985.
- [57] D. Burnett, *Finite Element Analysis, From Concepts to Applications*, Addison Wesley, 1987.
- [58] T. A. Burton, *Stability and Periodic Solutions of Ordinary and Functional Differential Equations*, Academic Press, 1985.
- [59] J. C. Butcher, *The numerical analysis of ordinary differential equations, Runge-Kutta and general linear methods*, Wiley, 1987.
- [60] H. Cabannes, *Pade Approximants Method and its Applications to Mechanics*, Springer, 1976.
- [61] C. Canuto, M.Y. Hussiaini, A. Quarteroni, T.A. Zang, *Spectral Methods in Fluid Dynamics*, Springer Verlag, 1988.
- [62] B. Carnahan, H. A. Luther, J. O. Wilkes, *Applied Numerical Methods*, Wiley, 1969.
- [63] J. L. Chabert *et al.*, *Histoire d'algorithmes*, Paris, Belin, 1994.
- [64] B. Carnahan, H. A. Luther, J. O. Wilkes, *Applied Numerical Methods*, John Wiley, 1969.
- [65] G. Carrier, C. Pearson, *Partial Differential Equations*, Academic Press, 1988.
- [66] J. R. Cash, A. H. Karp, *ACM Transactions on Mathematical Software*, vol. 16, 1990, 201-222.
- [67] J. Chazarin, A. Piriou, *Introduction à la théorie des équations aux dérivées partielles*, Gauthiers Villars, 1981.
- [68] E. W. Cheney, *Introduction to approximation theory*, Chelsea, reprint, 1982.
- [69] C. Chester, *Techniques in Partial Differential Equations*, Mc Graw Hill, 1971.
- [70] T. J. Chung, W. J. Minkowycz, E. M. Sparrow, *Finite Elements in Fluids*, Hemisphere Publishing Corp. 1992.
- [71] P. G. Ciarlet, *Introduction à l'analyse matricielle et à l'optimisation*, Paris, Masson, 1990.
- [72] P. G. Ciarlet, *Exercices d'analyse matricielle*, Paris, Masson, 1990.
- [73] P. G. Ciarlet, *Les équations de Von Karman*, Springer Verlag, 1980.
- [74] P. G. Ciarlet, *Numerical Analysis of the Finite Element Method*, Presses Universitaires de Montréal, 1976.
- [75] P. G. Ciarlet, *The Finite Element Method for Elliptic Problems*, North-Holland, 1978.
- [76] P. G. Ciarlet, *Mathematical Elasticity*, North-Holland, 1988.
- [77] P. G. Ciarlet, J. L. Lions, *Handbook of Numerical Analysis*, North-Holland, 1990.

- [78] P. G. Ciarlet, B. Miara, J. M. Thomas, *Exercices d'analyse matricielle et d'optimisation*, Paris, Masson, 1991.
- [79] P. Clarkson, *Applications of Analytic and Geometric Methods to Nonlinear Differential Equations*, Kluwer, 1993.
- [80] E. Coddington, N. Levinson, *Theory of Ordinary Differential Equations*, Krieger, 1986.
- [81] T. F. Coleman, C. Van Loan, *Handbook for Matrix Computations*, Philadelphia, S.I.A.M., 1988.
- [82] S. Colombo, *Les Équations aux dérivées partielles en physique et en mécanique des milieux continus*, Masson, 1976.
- [83] P. Constantin, C. Foias, *Navier-Stokes Equations*, University Chicago Press, 1988.
- [84] H. O. Cordes, *Spectral Theory of Linear Differential Operators and Comparison Algebras*, Cambridge University Press, 1987.
- [85] M. Crouzeix, A. L. Mignot, *Analyse numérique des équations différentielles*, Paris, Masson, 1989.
- [86] M. Crouzeix, A. L. Mignot, *Exercices d'analyse numérique des équations différentielles*, Paris, Masson, 1989.
- [87] C. Cuvelier, A. Segal, A. van Steenhoven, *Finite Element Methods and the Navier-Stokes Equation*, Reidel Publishing Corp. 1986.
- [88] A. Cuyt, L. Wuytack, *Nonlinear Methods in Numerical Analysis*, North-Holland, 1987.
- [89] G. Dahlquist, A. Björck, *Numerical Methods*, Prentice Hall, 1974.
- [90] R. Dautray, J. L. Lions, *Analyse mathématique et calcul numérique*, Masson, 10 vol., 1984.
- [91] A. Davies, *The Finite Element Method, A first Approach*, Oxford University Press, 1980.
- [92] H. T. Davis, *Introduction to Nonlinear Differential and Integral Equations*, Dover, 1962.
- [93] Ph. J. Davis, Ph. Rabinowitz, *Methods of Numerical Integration*, Academic Press, 2nd ed., 1984.
- [94] L. Debnath, *Nonlinear Partial Differential Equations for Scientists and Engineers*, Birkhäuser, 2nd edition, 2005.
- [95] C. De Boor, *A Practical Guide to Splines*, Springer Verlag, 1978.
- [96] K. Dekker, J. Verwer, *Stability of Runge-Kutta methods for stiff nonlinear differential equations*, CWI Monographs, North Holland, 1984.
- [97] L. M. Delves, J. L. Mohamed, *Computational Methods for Integral Equations*, Cambridge University Press, 1985.
- [98] J.-P. Demailly, *Analyse numérique et équations différentielles*, Presses Universitaires de Grenoble, 1991.

- [99] J. E. Dennis, R. B. Schnabel, *Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations*, Prentice-Hall, 1983.
- [100] G. Dhatt, G. Touzot, *Une présentation de la méthode des éléments finis*, Maloine, 1981.
- [101] J. J. Dongarra *et al.*, *LINPACK User's Guide*, Philadelphia, S.I.A.M., 1979.
- [102] G. D. Doolen, *Lattice Gas Methods for Partial Differential Equations*, Addison Wesley, 1990.
- [103] J. R. Dormand, P. J. Prince, "A family of embedded Runge-Kutta formulae", *J. Comp. Appl. Math.*, vol. 6, 1980, pp. 19-26.
- [104] A. Draux, *Polynômes orthogonaux et approximations de Padé*, Technip, 1987.
- [105] I. Duff, *Sparse Matrix and Their Uses*, Academic Press, 1981.
- [106] D. Edelen, *Transformation Methods for Nonlinear Differential Equations*, World Scientific, 1992.
- [107] I. U. V. Egorov, M. A. Shubin, *Partial Differential Equations*, Springer, 1992.
- [108] I. Ekeland, R. Temam, *Analyse convexe et problèmes variationnels*, Dunod-Gauthier Villars, Paris, 1974.
- [109] J. Elschner, *Singular Ordinary Differential Operators and Pseudo-differential Equations*, Springer, 1985.
- [110] D. Euvrard, *Résolution numérique des équations aux dérivées partielles*, Masson, 1988.
- [111] S. Farlow, *Partial Differential Equations for Scientists and Engineers*, John Wiley, 1982.
- [112] S. O. Fatunla, *Numerical Methods for Initial Value Problems in Ordinary Differential Equations*, Academic Press, 1988.
- [113] P. Faure, *Analyse numérique, notes d'optimisation*, École Polytechnique, 1988.
- [114] G. Folland, *Introduction to Partial Differential Equations*, Princeton University Press, 1976.
- [115] G. E. Forsythe, W. R. Wasov, *Finite Difference Methods for Partial Differential Equations*, John Wiley, 1960.
- [116] G. E. Forsythe, M. A. Malcolm, C. B. Moler, *Computer Methods for Mathematical Computations*, Prentice Hall, 1977.
- [117] G. E. Forsythe, C. B. Moler, *Computer Solution of Linear Algebraic Systems*, New-York, Prentice Hall, 1967.
- [118] L. Fox, *Numerical Solution of Ordinary and Partial Differential Equations*, Addison Wesley, 1962.

- [119] L. Fox, *Chebyshev Polynomials in Numerical Analysis*, Oxford University Press, 1968.
- [120] L. Fox, *Numerical Solution of Ordinary Differential Equations*, Chapman and Hall, 1987.
- [121] L. Fox, D. F. Mayers, *Computing methods for scientists and engineers*, Clarendon Press, 1968.
- [122] I. Fried, *Numerical Solution of Differential Equations*, Academic Press, 1979.
- [123] A. Friedman, *Partial Differential Equations of Parabolic Type*, Prentice Hall, 1964.
- [124] S. Fucik, A. Kufner, *Nonlinear Differential Equations*, Elsevier, 1980.
- [125] R. H. Gallagher, *Introduction aux éléments finis*, Pluralis édition, 1966.
- [126] P. Garabedjan, *Partial Differential Equations*, Wiley, 1964.
- [127] N. Gastinel, *Analyse numérique linéaire*, Hermann, 1966.
- [128] C. W. Gear, *Numerical Initial Value Problems in Ordinary Differential Equations*, Prentice-Hall, 1971.
- [129] C. F. Gerald, *Applied Numerical Analysis*, Addison-Wesley, 1970.
- [130] R. P. Gilbert, R. J. Weinhacht, *Function Theoretic Methods in Differential Equations*, Pitman, 1976.
- [131] J. Gilewicz, *Approximants de Padé*, Springer, 1978.
- [132] P. E. Gill, W. Murray, M. H. Wright, *Numerical Linear Algebra and Optimization*, 2 vol, Addison-Wesley, 1991.
- [133] V. Girault, P.-A. Raviart, *Finite Element Approximation of the Navier-Stokes Equations*, Springer, 1979.
- [134] I. Gladwell, R. Wait, *A Survey of Numerical Methods for Partial Differential Equations*, Oxford University Press, 1979.
- [135] E. Godlewski, P.-A. Raviart, *Hyperbolic Systems of Conservation Laws*, Ellipses, 1991.
- [136] E. Godlewski, P.-A. Raviart, J.E. Marsden (eds), *Numerical approximation of hyperbolic systems of conservation laws*, Springer, 1996.
- [137] G. H. Golub, G. Meurant, *Résolution numérique des grands systèmes linéaires*, Eyrolles, 1982.
- [138] G. H. Golub, C. F. Van Loan, *Matrix Computations*, Baltimore, John Hopkins University Press, 2nd ed., 1989.
- [139] V. I. Gorbachuk, *Boundary Value Problems for Operator Differential Equations*, Kluwer, 1991.
- [140] D. Gottlieb, S. Orszag, *Numerical Analysis of Spectral Methods, Theory and Applications*, SIAM, 1977.



- [141] P. Gould, *Finite Element Analysis of Shells of Revolution*, Pitman, 1985.
- [142] C. D. Green, *Integral Equations Methods*, New-York, Barnes & Noble, 1969.
- [143] D. Greenspar, V. Casulli, *Numerical Analysis for Applied Mathematics, Science and Engineering*, Addison Wesley, 1988.
- [144] M. Gregus, *Third Order Linear Differential Equations*, Reidel Pub. Co., 1987.
- [145] D. F. Griffiths, G. A. Watson, *Numerical Analysis*, Longman Scientific and Technical, 1986.
- [146] M. Gunzburger, *Finite Element Methods for Viscous Incompressible Flows*, Academic Press, 1989.
- [147] K. Gustafson, *Introduction to Partial Differential Equations and Hilbert Space Methods*, John Wiley, 1980.
- [148] W. Hackbush, *Multigrid Methods and Applications*, Springer, 1985.
- [149] W. Hackbush, U. Trottenberg, *Multigrid Methods*, Lecture Notes in Mathematics, Springer, 1982.
- [150] E. Hairer, G. Wanner, *Solving Ordinary Differential Equations, 1. Non stiff problems*, Springer, 1987.
- [151] J. Hale, *Functional Differential Equations*, Springer, 1971.
- [152] R. W. Hamming, *Numerical Methods for Engineers and Scientists*, New-York, Dover, (1962), reprint 1986.
- [153] S. I. Hariharan, T. H. Moulten, *Numerical Methods for Partial Differential Equations*, Longman Scientific and Technical, 1986.
- [154] J. F. Hart *et al.*, *Computer Approximations*, Wiley, 1968.
- [155] J. P. Hennart, *Numerical Analysis*, Proceeding of the third IIMAS, Springer, 1982.
- [156] P. Henrici, *Discrete Variable Methods in Ordinary Differential Equations*, John Wiley, 1962.
- [157] P. Henrici, *Applied and Computational Complex Analysis*, Wiley, 1974.
- [158] F. B. Hildebrand, *Introduction to Numerical Analysis*, Mc Graw Hill, 1974.
- [159] E. Hinton, D. Owen, *Finite Element Software for Plates and Shells*, Pineridge Press, 1984.
- [160] A. S. B. Holland, B. N. Sahney, *The general problem of approximation and spline functions*, Krieger, 1979.
- [161] M. Holt, *Numerical Method in Fluid Dynamics*, Springer Verlag, 1977.

- [162] L. Hörmander, *Linear Partial Differential Operators*, Springer, 1963.
- [163] A. S. Householder, *The Numerical Treatment of a Single Nonlinear Equation*, Mc Graw Hill, 1970.
- [164] T. Hughes, *The Finite Element Method*, Prentice Hall, 1987.
- [165] J. F. Imbert, *Analyse de structures par éléments finis*, Cepaduès, Toulouse, 1979.
- [166] E. Isaacson, H. B. Keller, *Analysis of Numerical Methods*, New-York, John Wiley, 1966.
- [167] L. G. Ixaru, *Numerical Methods for Differential Equations by the Finite Element Method*, Editura Academical, 1984.
- [168] D. A. H. Jacobs (ed.), *The State of the Art in Numerical Analysis*, Academic Press, 1977.
- [169] M. K. Jain, *Numerical Solution of Differential Equations*, Wiley Eastern, 1984.
- [170] D. Jespersen, *Multigrid Methods for Partial Differential Equations*, Washington, Mathematical Association of America, 1984.
- [171] F. John, *Lectures on Advanced Numerical Analysis*, Gordon and Breach, 1967.
- [172] F. John, *Partial Differential Equations*, Springer, 1975.
- [173] C. Johnson, *Numerical Solution of Partial Differential Equation by the Finite Element Method*, Cambridge University Press, 1987.
- [174] L. W. Johnson, R. D. Riess, *Numerical Analysis*, Addison-Wesley, 2nd ed. 1982.
- [175] P. Joly, *Mise en œuvre de la méthode des éléments finis*, Paris, Ellipses, 1990.
- [176] W. Joppich, S. Mijalkovic, *Multigrid Methods for Process Simulation*, Springer, 1993.
- [177] D. W. Jordan, *Nonlinear Ordinary Differential Equations*, Oxford University Press, 1987.
- [178] D. Kahaner, C. Moler, S. Nash, *Numerical Methods and Software*, New York, Prentice Hall, 1989.
- [179] R. P. Kanwal, *Linear Integral Equations*, Academic Press, 1971.
- [180] H. Kardestuncer, *Unification of Finite Elements Methods*, North-Holland, 1984.
- [181] S. Karlin, *Studies in Spline Functions and Approximation Theory*, Academic Press, 1976.
- [182] T. Kato, *Perturbation Theory for Linear Operators*, Springer, 1976.
- [183] O. Kavian, *Introduction à la théorie des points critiques et applications aux problèmes elliptiques*, Springer Verlag, Mathématiques et Applications vol. 13, 1993.

- [184] H. B. Keller, *Numerical Methods for Two Point Boundary Value Problems*, Waltham, Blaisdell, 1968.
- [185] G. Kirov, *Approximation with Quasi-Splines*, Adam Hilger, 1992.
- [186] D. E. Knuth, "Fundamental Algorithms", in *The Art of Computer Programming*, vol. 1, Addison Wesley, 1968.
- [187] A. Korganoff et al., *Méthodes de calcul numérique, Tome 1, Algèbre non linéaire, Tome 2, Éléments de théorie des matrices carrées et rectangles en analyse numérique*, Dunod, 1961 et 1967.
- [188] M. Kracht, *Methods of Complex Analysis in Partial Differential Equations with Applications*, John Wiley, 1988.
- [189] N. Krasovski, *Stability of Motion*, Stanford University Press, 1963.
- [190] H. P. Kuenzi, H. G. Tzschach, C. A. Zehnder, *Numerical Methods of Mathematical Optimization*, Addison Wesley, 1971.
- [191] J. Kurzweil, *Ordinary Differential Equations, Introduction to the theory of ordinary differential equations in real domain*, Amsterdam, Elsevier, 1986.
- [192] O. Ladyzhenokaia, *Équations aux dérivées partielles de type elliptique*, Dunod, 1968.
- [193] V. Lakshmikantham, D. Bainov, P. Simeonov, *Theory of Impulsive Differential Equations*, World Scientific, 1989.
- [194] J. D. Lambert, *Computational Methods in Ordinary Differential Equations*, John Wiley, 1973.
- [195] L. Lapidus, W. Schiesser, *Numerical Methods for Differential Systems. Recent Developments in Algorithms, Software and Applications*, Academic Press, 1976.
- [196] L. Lapidus, J. Steinfeld, *Numerical Solution of Ordinary Differential Equations*, Academic Press, 1971.
- [197] L. Lapidus, G. Pinder, *Numerical Solution of Partial Differential Equations in Science and Engineering*, John Wiley, 1982.
- [198] P. Lascaux, R. Theodor, *Analyse numérique matricielle appliquée à l'art de l'ingénieur*, 2 vol., Masson, 1987.
- [199] I. Lasiecka, *Differential and Algebraic Riccati Equations with Application to Boundary Point Control Problems*, Springer, 1991.
- [200] P. J. Laurent, *Approximation et optimisation*, Hermann, 1972.
- [201] A. Law, C. Wang, *Approximation, Optimization and Computing Theory and Applications*, North-Holland, 1990.
- [202] C. L. Lawson, R. Hanson, *Solving Least Squares Problems*, Prentice-Hall, 1974.
- [203] J. Legras, *Méthodes et techniques de l'analyse numérique*, Dunod, 1971.

- [204] D. Leguillon, E. Sanchez-Palencia, *Computation of Singular Solutions in Elliptic Problems and Elasticity*, Masson, 1987.
- [205] A. Le Pourhiet, *Résolution numérique des équations aux dérivées partielles, une première approche*, Cepadue Éditions, Toulouse, 1988.
- [206] P. Le Tallec, *Numerical Analysis of Viscoelastic Problems*, Masson, RMA, 1990.
- [207] A. Leung, *Systems of Nonlinear Partial Differential Equations with Applications to Biology and Engineering*, Kluwer, 1989.
- [208] T. Li, *Global Classical Solutions for Quasilinear Hyperbolic Systems*, John Wiley, 1993.
- [209] W. Lick, *Difference Equations from Differential Equations*, Springer, 1989.
- [210] W. Light, *Advances in Numerical Analysis*, Clarendon, 1991.
- [211] P. Linz, *Theoretical Numerical Analysis, An Introduction to Advanced Techniques*, Wiley, 1979.
- [212] P. Linz, *Analytical and Numerical Methods for Volterra Equations*, Philadelphia, S.I.A.M., 1985.
- [213] J.-L. Lions, É. Mangenes, *Problèmes aux limites non homogènes et applications*, 2 vol. Dunod, 1968.
- [214] J.-L. Lions, *Contrôle optimal des systèmes gouvernés par des équations aux dérivées partielles*, Dunod, 1968.
- [215] J.-L. Lions, *Cours d'analyse numérique*, Hermann, 1973.
- [216] Y. L. Luke, *Mathematical Functions and Their Approximations*, Academic Press, 1975.
- [217] G. I. Marchuk, *Methods of Numerical Mathematics*, Springer Verlag, 1975.
- [218] J. Marti, *Introduction to Sobolev Spaces and Finite Element Solution of Elliptic Boundary Value Problems*, Academic Press, 1986.
- [219] R. H. Martin, *Nonlinear Operators and Differential Equations in Banach Spaces*, Wiley, 1976.
- [220] H. Martin, G. Carey, *Introduction to Element Analysis, Theory and Application*, Mc Graw Hill, 1973.
- [221] S. F. McCormick (ed.), *Multigrid Methods, Theory, Applications, and Supercomputing*, New-York, Marcel Dekker, 1988.
- [222] G. Meinardus, *Approximation of Functions*, Springer, 1967.
- [223] T. Meis, *Numerical Solution of Partial Differential Equations*, Springer, 1981.
- [224] B. Mercier, *Analyse numérique des méthodes spectrales*, Springer, 1989.

- [225] Y. Meyer, *Ondelettes*, Hermann, 1990.
- [226] Y. Meyer, *Les Ondelettes, Algorithmes et applications*, Armand Colin, 1992.
- [227] C. Miranda, *Partial Differential Equations of Elliptic Type*, Springer, 1970.
- [228] W. L. Miranker, *Numerical Methods for Stiff Equations*, Reidel, 1981.
- [229] A. Mitchell, *The Finite Element Method in Partial Differential Equations*, John Wiley, 1977.
- [230] A.R. Mitchell, D.F. Griffiths, *The Finite Difference Method in Partial Differential Equations*, Wiley, 1980.
- [231] T. Myoshi, *Foundations of the Numerical Analysis of Plasticity*, North-Holland, 1985.
- [232] S. Mizohata, *The Theory of Partial Differential Equations*, University Press, 1973.
- [233] G. A. Mohr, *Finite Elements for Solids, Fluids and Optimization*, Oxford University Press, 1992.
- [234] G. Murphy, *Ordinary Differential Equations and Their Solutions*, Van Nostrand, 1960.
- [235] J.-C. Nedelec, *Notions sur les techniques d'éléments finis*, Ellipses, Mathématiques et Applications vol. 7, 1991.
- [236] J.-P. Nougier, *Méthodes de calcul numérique*, Masson, 1983.
- [237] D. Norrie, G. DeVries, *The Finite Element Method*, Academic Press, 1973.
- [238] J. Noye, *Computational Techniques for Differential Equations*, North-Holland, 1984.
- [239] G. Nuernberger, *Approximation by Spline Functions*, Springer, 1989.
- [240] P. J. Olver, *Applications of Lie Groups to Differential Equations*, Springer, 1986.
- [241] R. E. O'Malley, *Singular Perturbation Methods for Ordinary Differential Equations*, Springer, 1991.
- [242] J. Ortega, *Numerical Analysis, A Second Course*, Academic Press 1972.
- [243] J. Ortega, W. Rheinboldt, *Iterative Solution of Nonlinear Equations in Several variables*, Academic Press, 1970.
- [244] L. Ovsiannikov, W. Ames, *Group Analysis of Differential Equations*, Academic Press, 1982.
- [245] D. J. Paddon, H. Holstein, *Multigrid Methods for Integral and Differential Equations*, Oxford University Press, 1985.
- [246] A. Pankov, *Bounded and Almost Periodic Solutions of Nonlinear Operator Differential Equations*, Kluwer, 1990.

- [247] B. Parlett, *The symmetric eigenvalue problem*, Prentice Hall, 1980.
- [248] A. Pazy, *Semigroups of Linear Operators and Applications to Partial Differential Equations*, Springer, 1991.
- [249] D. Pepper, J. Heinrich, *The Finite Element Method*, Hemisphere Publishing Corp. 1992.
- [250] L. Perko, *Differential Equations and Dynamical Systems*, Springer, 1991.
- [251] P. Petrushev, V. A. Popov, *Rational Approximation of Real Functions*, Cambridge University Press, 1987.
- [252] R. Peyret, T. D. Taylor, *Computational Methods of Fluid Flows*, Springer, 1983.
- [253] G. Phillips, P. Taylor, *Theory and Applications of Numerical Analysis*, Academic Press, 1973.
- [254] O. Pironneau, *Méthode des éléments finis pour les fluides*, Masson, 1988.
- [255] E. Polak, *Computational Methods in Optimization*, Academic Press, 1971.
- [256] M. Powell, *Approximation Theory and Methods*, Cambridge University Press, 1981.
- [257] P. Prenter, *Spline and Variational Methods*, Wiley, 1975.
- [258] W. H. Press, S. A. Terkolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, *The Art of Scientific Computing*, Cambridge University Press, 1986.
- [259] S. Prossdorf, *Numerical Analysis for Integral and Related Operator Equations*, Birkhäuser, 1991.
- [260] M. Protter, H. Weinberger, *Maximum Principles in Differential Equations*, Prentice Hall, 1967.
- [261] A. Quateroni, A. Valli, R. Graham, J. Stoer, *Numerical Approximation of Partial Differential Equations*, Springer, 1994.
- [262] P. Rabier, J.-M. Thomas, *Exercices d'analyse numérique des équations aux dérivées partielles*, Paris, Masson, 1985.
- [263] A. Ralston, P. Rabinowitz, *A First Course in Numerical Analysis*, Mc Graw Hill, 1978.
- [264] S. Rao, *The Finite Element Method in Engineering*, Pergamon Press, 1989.
- [265] J. M. Rassias, *Counter Examples in Differential Equations and Related Topics*, World Scientific, 1991.
- [266] J. Rauch, *Partial differential equations*, Springer, Graduate texts in mathematics, vol. 128, 1991.
- [267] P.-A. Raviart, *Les Méthodes d'éléments finis en mécanique des fluides*, Eyrolles, 1981.

- [268] P.-A. Raviart, J.-M. Thomas, *Introduction à l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles*, Paris, Masson, 1983.
- [269] H. J. Reinhardt, *Analysis of Approximation Methods for Differential and Integral Equations*, Springer, 1985.
- [270] W. Rheinboldt, *Numerical Analysis of Parametrized Nonlinear Equations*, Wiley, 1986.
- [271] J. R. Rice, *The approximation of functions*, Addison Wesley, 2 vol., 1964-68, *Approximation des fonctions*, (traduction française), Dunod, 1969.
- [272] J.R. Rice, *Numerical Methods, Software, and Analysis*, McGraw Hill, 1983.
- [273] R. D. Richtmeyer, K. W. Morton, *Difference Methods for Initial Value Problems*, John Wiley, 1967.
- [274] P. J. Roache, *Computational Fluid Dynamics*, Hermosa Publ., Albuquerque, 1972.
- [275] J. Robinson, *Integrated Theory of Finite Elements Methods*, Wiley, 1973.
- [276] K. Rockey, *Éléments finis*, traduit de l'anglais par Claude Gomez, Paris, Eyrolles, 1979.
- [277] E. Rosinger, *Nonlinear Partial Differential Equations*, North-Holland, 1990.
- [278] S. Ross, *Introduction to Ordinary Differential Equations*, John Wiley, 1980.
- [279] I. Rubinstein, *Partial Differential Equations in Classical Mathematical Physics*, Cambridge University Press, 1993.
- [280] U. Ruede, *Mathematical and Computational Techniques for Multilevel Adaptive Methods*, SIAM, Philadelphia, 1993.
- [281] Y. Saad, *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*, PWS Publishing Compagny, 1996.
- [282] A. Sard, *A Book of Splines*, John Wiley, 1971.
- [283] M. Schechter, *Modern Methods in Partial Differential Equations*, McGrawHill, 1977.
- [284] M. Schultz, *Spline Analysis*, Prentice Hall, 1973.
- [285] L. Schumaker, *Spline Functions*, John Wiley, 1981.
- [286] H. R. Schwarz, *Numerical Analysis of Symmetric Matrices*, Prentice Hall, 1973.
- [287] H. R. Schwarz, *Finite Element Methods*, Academic Press, 1988.
- [288] G. Sewell, *The Numerical Solution of Ordinary and Partial Differential Equations*, Academic Press, 1988.

- [289] S. Shu, *Boundary Value Problems of Linear Partial Differential Equations for Engineers and Scientists*, World Scientific, 1987.
- [290] K. S. Sibirski, *Introduction to Algebraic Theory of Invariants of Differential Equations*, Manchester University Press, 1988.
- [291] M. Sibony, J. L. Mardon, *Analyse numérique*, 2 tomes, Hermann, 1982.
- [292] M. Sibony, *Itérations et approximations*, Hermann, 1988.
- [293] S. R. Simanca, *Pseudo-differential Operators*, John Wiley, 1990.
- [294] J. Singer, *Elements of Numerical Analysis*, Academic Press, 1964.
- [295] S. Singh, *Approximation Theory and Spline Functions*, Reidel, 1984.
- [296] B. T. Smith *et al.*, *EISPACK Guide*, Lecture Notes in Computer Science, vol. 6, Springer Verlag, 1976.
- [297] G. D. Smith, *Numerical Solution of Partial Differential Equations*, Clarendon Press, 1984.
- [298] F. Smithies, *Integral Equations*, Cambridge University Press, 1958.
- [299] S. Sobolev, *Partial Differential Equations of Mathematical Physics*, Pergamon Press, 1964.
- [300] G. Stampacchia, *Équations elliptiques du second ordre à coefficients discontinus*, Presses Universitaires de Montréal, 1966.
- [301] E. Stein, W. Wendland, *Finite Element and Boundary Techniques from Mathematical and Engineering Point of View*, Springer, 1988.
- [302] H. Stephani, *Differential Equations, Their Solution Using Symmetries*, Cambridge University press, 1989.
- [303] H. J. Stetter, *Analysis of discretization methods for ordinary differential equations*, Springer, 1973.
- [304] G. W. Stewart, *Introduction to Matrix Computations*, Academic Press, 1973.
- [305] E. Stiefel, *An Introduction to Numerical Mathematics*, Academic Press, 1965.
- [306] J. Stoer, R. Burlirsch, *Introduction to Numerical Analysis*, Springer Verlag, 1980.
- [307] F. Strange, G. Fix, *An Analysis of the Element Method*, Prentice Hall, 1973.
- [308] A. H. Stroud, *Approximate Calculation of Multiple Integrals*, Prentice Hall, 1971.
- [309] A. H. Stroud, *Numerical Quadrature and Solution of Ordinary Differential Equations*, Springer, 1974.
- [310] M. Struve, *Variational Methods*, Springer, 1990.



- [311] J. Szabados, P. Vertesi, *Interpolation of Functions*, World Scientific, 1990.
- [312] Z. Szymdt, *Fourier Transformation and Linear Differential Equations*, Reidel, 1977.
- [313] M. Taylor, J. E. Marsden (ed.), *Partial differential equations*, 3 vol, Springer, 1997.
- [314] R. Temam, *Problèmes mathématiques en plasticité*, Paris, Gauthiers-Villars, 1983.
- [315] R. Temam, *Analyse numérique*, Paris, Presses Universitaires de France, 1970.
- [316] R. Temam, *Navier-Stokes Equations, Theory and Numerical Analysis*, North-Holland, 1977.
- [317] R. P. Tewarson, *Sparse Matrices*, Academic Press, 1973.
- [318] R. Theodor, *Initiation à l'analyse numérique*, CNAM, Masson, 1989.
- [319] F. Thomasset, *Implementation of Finite Elements Methods for Navier-Stokes Equations*, Springer, 1981.
- [320] J. Todd, *Basic Numerical Mathematics*, 2 vol., Birkhäuser, 1977.
- [321] E. Toro, *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*, Springer, 1999.
- [322] E. Tournier, *Computer Algebra and Differential Equations*, Academic Press, 1988.
- [323] F. Trèves, *Basic Linear Partial Differential Equations*, Academic Press, 1975.
- [324] H. Triebel, *Interpolation Theory, Function Spaces, Differential Operators*, North-Holland, 1978.
- [325] S. Vandewolle, *Parallel Multigrid Waveform Relaxation for Parabolic Problems*, Teubner, Stuttgart, 1993.
- [326] R. S. Varga, *Matrix Iteration Analysis*, Prentice Hall, 1962.
- [327] R. S. Varga, *Functional Analysis and Approximation Theory in Numerical Analysis*, SIAM, 1971.
- [328] F. Verhulst, *Nonlinear Differential Equations and Dynamical Systems*, Springer, 1990.
- [329] R. Vichnevetsky, *Fourier Analysis of Numerical Approximations of Hyperbolic Equations*, SIAM, 1982.
- [330] J. Villadsen, M. L. Michelsen, *Solution of Differential Equation Models by Polynomial Approximation*, Prentice Hall, 1978.
- [331] A. M. Vinogradov, *Symmetries of Partial Differential Equations*, Kluwer, 1989.
- [332] R. Voigt, *Spectral Methods for Partial Differential Equations*, SIAM, 1984.

- 
- [333] G. Watson, *Approximation Theory and Numerical Methods*, Cambridge University Press, 1981.
- [334] J. Weidmann, *Spectral Theory of Ordinary Differential Operators*, Springer, 1987.
- [335] B. Wendroff, *Theoretical Numerical Analysis*, Academic Press, 1966.
- [336] P. Wesseling, *An Introduction to Multigrid Methods*, John Wiley, 1992.
- [337] J. R. Westlake, *A Handbook of Numerical Matrix Inversion and Solution of Linear Equations*, Wiley, 1968.
- [338] J. H. Wilkinson, *The Algebraic Eigenvalue Problem*, Oxford University Press, 1965.
- [339] M. W. Wong, *An Introduction to Pseudo-differential Operators*, World Scientific, 1991.
- [340] V. A. Yakubovitch, *Linear Differential Equations with Periodic Coefficients*, John Wiley, 1975.
- [341] H. Yoshiyuki, *Functional Differential Equations with Finite Delay*, Springer, 1991.
- [342] K. Yosida, *Functional Analysis*, Springer Verlag, 1965.
- [343] K. Yosida, *Equations différentielles et intégrales*, Paris, Dunod, 1971.
- [344] D. M. Young, *Iterative Solution of Large Linear Systems*, Academic Press, 1971.
- [345] D. M. Young, R. T. Gregory, *A Survey of Numerical Mathematics*, 2 vols, , New-York, Dover, reprinted 1988.
- [346] M. Zamansky, *Approximation des fonctions*, Hermann, 1985.
- [347] O. C. Zienkiewicz, *La Méthode des éléments finis*, Pluralis éditions, 1973.
- [348] D. Zill, *Differential Equations with Boundary Value Problems*, PWS-Kent Pub., 1989.
- [349] D. Zwillinger, *Handbook of Differential Equations*, Academic Press, 1989.

# Index

- Accrétif (Opérateur), 206
- Adams (Méthodes d'), 169
- Aitken (Méthode d'), 79
- Alembert (Théorème de d'), 70
- Amplification (Fonction ou matrice), 190
- Approximation
  - définition, 35
  - de Padé, 66
  - meilleure approximation, 50
  - polynomiale, 35
  - quadratique, 51, 59
  - successives, 69, 74
  - uniforme, 52
- Arnoldi (Méthode d'), 122
- B-splines, 64
- Bäcklund (Transformation de), 253, 255
- Bézier (Courbes de), 65
- Bairstow (Méthode de), 78
- Benjamin-Bona-Mahony (Équation de), 257
- Benjamin-Ono (Équation de), 257
- Bernoulli (Équation de), 147
- Bifurcation, 161
- Biharmonique (Opérateur), 197
- Bissection (Méthode de la), 75
- Boussinesq (Équation de), 258
- Brent (Méthode de), 77
- Brouwer (Théorème de), 72
- Burgers (Équation de), 213, 222
- Caractéristiques, 182, 211, 214
- Cardan (Formules de), 70
- Cash et Karp (Méthode de), 167
- Cauchy (Problème de), 141, 175
- Cayley-Hamilton (Thm. de), 102
- Chaleur (Équation de la), 184, 203
- Champ de vecteurs, 142
- Charge (Vecteur de), 231
- Chocs, 211
- Cholesky (Méthode de), 111
- Coercive (Forme), 185, 199
- Collocation (Méthode de), 240
- Complexité, 22
- Conditionnement, 27, 31, 120
- Consistant (Schéma), 189
- Convergence
  - Algorithme convergent, 19

- Méthode convergente, 20  
 Modes de, 19  
 Processus convergent, 20  
 Vitesse de, 19  
 Courant-Friedrichs-Lewy (Condition de), 216, 221–223  
 Crank-Nicholson (Méthode de), 208  
 Critiques (Points), 147  
 Crout (Méthode de), 109  
  
 Décentré (Schéma), 216  
 Diagonalisation, 101  
 Difféomorphisme local (Théorème du), 144  
 Différences centrées, 45  
 Différences divisées, 41  
 Différences progressives, 43  
 Différences régressives, 44  
 Diffusion (Équation de la), 203, 206  
 Dirichlet (Problème de), 175, 184  
 Distribution, 177  
 Dormand et Prince (Méthode de), 167  
  
 Éléments finis hermitiens, 237  
 Éléments finis lagrangiens, 232  
 Elliptiques (Équations), 183, 195  
 Engquist-Osher (Schéma d'), 225  
 Entropie (Condition d'), 214  
 Équations algébriques, 69  
 Erreurs  
   d'arrondi, 17  
   de consistance, 20, 190  
   de méthode, 18  
   de troncature, 18  
 Euler (Méthode d'), 163  
  
 Factorisation  
   LU, 109, 134  
   QR, 111, 135  
 Faddeev (Méthode de), 138  
 Fehlberg (Méthode de), 167  
 Floquet (Exposants de), 152  
 Flux numérique, 225  
  
 Fonction de forme, 230  
 Fonctions implicites (Théorème des), 144  
 Fourier (Transformée de), 201  
 Fox-Goodwin (Méthode de), 168  
 Francis (Méthode de), 135  
 Frobenius (Méthode de), 78  
  
 Galerkin (Méthode de), 242  
 Gauss (Intégration de), 90  
 Gauss (Méthode du pivot de), 104  
 Gauss-Hermite (Intégration de), 94  
 Gauss-Jordan (Méthode de), 106  
 Gauss-Laguerre (Intégration de), 93  
 Gauss-Legendre (Intégration de), 92  
 Gauss-Seidel (Méthode de), 115  
 Gauss-Tchebychev (Intégration de), 94  
 Gear (Méthode de), 168  
 Givens-Householder (Méthode de), 133  
 GMRES (Méthode), 124  
 Godunov (Schéma de), 225  
 Gradient biconjugué (Méthode du), 121  
 Gradient conjugué (Méthode du), 120  
 Green (Fonction de), 198  
 Groupe local à un paramètre, 142  
  
 Hankel (Matrices de), 100  
 Hartman-Grobman (Théorème de), 157  
 Hermite (Polynômes d'), 264  
 Hessenberg (Matrices de), 100  
 HHT (Méthode), 168  
 Hille-Yosida (Théorème de), 206  
 Höldérienne (Fonction), 53  
 Hopf (Bifurcation de), 161, 174  
 Horner (Algorithme de), 24  
 Householder (Méthode de), 111  
 Hyperbolicité, 156

- Hyperboliques (Équations), 183, 211
- Intégrale elliptique, 152
- Interpolation  
 définition, 35  
 de Gregory-Newton, 46  
 d'Hermite, 38  
 de Lagrange, 36  
 de Tchebychev, 39
- Jacobi (Méthode de), 114, 131
- Jordan (Forme de), 102
- Kadomtsev-Petviashvili (Équation de), 254, 258
- Kaps-Rentrop (Méthode de), 170
- Klein-Gordon (Équation de), 256
- Korteweg de Vries (Équation de), 252
- Korteweg-de Vries modifiée (Équation de), 257
- Krylov (Espace de), 122
- Krylov (Méthode de), 137
- Laguerre (Polynômes de), 260
- Lanczòs (Méthode de), 136
- Laplace (Équation de), 183
- Laplace-Everett (Formule de), 48
- Lax (Schéma de), 216, 221, 223
- Lax (Théorème de), 192
- Lax-Milgram (Théorème de), 184
- Lax-Wendroff (Schéma de), 217, 222, 224
- Lebesgue (Constante de), 51, 52, 54
- Lebesgue (Espaces de), 176
- Leibniz (Formule de), 41
- Lerat-Peyret (Schémas de), 226
- Leverrier (Méthode de), 137
- Liebmann (Méthode de), 200
- Lipschitzienne (Fonction), 53
- Lissage, 60
- Lorenz (Système de), 162
- Lyapunov (Fonction de), 150
- Mac-Cormack (Schéma de), 226
- Matrice  
 bande, 100  
 définie positive, 102  
 de Hankel, 100  
 de Hessenberg, 100  
 de masse, 231  
 de relaxation, 117  
 de rigidité, 231  
 de Toeplitz, 100  
 hermitienne, 102  
 normale, 102, 191  
 triangulaire, 100  
 tridiagonale, 100
- Matrices  
 de Hilbert, 31
- Maximum (Principe du), 196
- Mergelyan (Théorème de), 52
- Merson (Méthode de), 166
- Métaharmonique (Opérateur), 197
- Milne (Méthodes de), 169
- Minimisation (Problème de), 187
- Module de continuité, 53
- Morse (Fonction de), 148
- Moyenne (Deuxième formule de la), 84
- Moyenne (Première formule de la), 84
- Müller (Méthode de), 75
- Navier-Stokes (Équation de), 247
- Neumann (Problème de), 176
- Neville-Aitken (Algorithme de), 48
- Newmark (Méthode de), 167
- Newton (Formule de), 41, 46, 47
- Newton-Bessel (Formule de), 48
- Newton-Côtes (Intégration de), 88
- Newton-Raphson (Méthode de), 75
- Newton-Stirling (Formule de), 48
- Ondes (Équation des), 183, 218
- Opérateur pseudo-différentiel, 179
- Ordre (d'un schéma), 189
- Ordre d'une méthode, 20

- Padé (Approximants de), 66  
 Painlevé (Transcendantes de), 155  
 Paraboliques (Équations), 183, 203  
 Peaceman-Rachford-Douglas (Méthode de), 209  
 Peano (Noyau de), 84  
 Peixoto (Théorème de), 160  
 Pivots (Problème des), 105, 107  
 Poincaré-Bendixson (Théorème de), 159  
 Points fixes (Théorèmes de), 71  
 Poisson (Équation de), 183  
 Poisson (Noyau de), 198  
 Polynômes  
   d'Hermite, 57, 264  
   de Bernstein, 61  
   de Gegenbauer, 57, 265  
   de Jackson, 54  
   de Jacobi, 58, 266  
   de Lagrange, 36  
   de Laguerre, 56, 260  
   de Legendre, 55, 259  
   de Tchebychev, 56, 262  
   orthogonaux, 54  
 Poncelet (Intégration de), 89  
 Prédiction-Correction, 172, 226  
 Problèmes  
   bien posés, 25  
   résolubles, 22  
   raides, 27  
 Puissances (Méthode des), 129  
  
 Quasi linéaires (Équations), 200  
  
 Régularisant (Opérateur), 195  
 Résidus pondérés (Méthode des), 239  
 Rankine-Hugoniot (Condition de), 215  
 Rayleigh-Ritz (Méthode de), 243  
 Rayon spectral (d'une matrice), 103  
 Relaxation (Méthodes de), 117, 201  
 Ricatti (Équation de), 147  
  
 Richardson (Extrapolation de), 21, 90  
 Richardson (Méthode de), 200  
 Richardson (Schéma de), 192  
 Richtmeyer (Schéma de), 226  
 Rolle (Théorème de), 72, 84  
 Romberg (Intégration de), 90  
 Rosenbrock (Méthode de), 170  
 Routh-Hurwitz (Théorème de), 73  
 Runge (Phénomène de), 40  
 Runge-Kutta (Méthode de), 164  
 Rutishauser (Méthode de), 134  
  
 Sécante (Méthode de la), 74  
 Saute-mouton (Schéma), 217, 221, 224  
 Schéma explicite, 189  
 Schéma implicite, 189  
 Schéma numérique, 175, 188  
 Schrödinger (Équation de), 250  
 Schrödinger non linéaire (Équation de), 252  
 Semi-implicite (Méthode), 171  
 Semi-linéaires (Équations), 200  
 Simpson (Intégration de), 87  
 Sine-Gordon (Équation de), 255  
 Sobolev (Espaces de), 15, 180  
 Soliton, 253  
 SOR (Méthode), 117  
 Souriau (Méthode de), 138  
 Splines (Fonctions), 63  
 SSOR (Méthode), 117  
 Stabilité, 19  
 Stabilité de Lyapunov, 149  
 Stabilité structurelle, 160  
 Stable (Schéma), 190  
 Steffensen (Méthode de), 77  
 Sturm (Théorème de), 72  
 Symbole principal, 178  
  
 Tchebychev (Points de), 39  
 Tchebychev (Polynômes de), 262  
 Toeplitz (Matrices de), 100  
 Transport (Équation du), 212, 216  
 Transversalité, 158

Tychonov (Théorème de), 72

Uzawa (Méthode de), 118

Variété centrale, 156

Variationnel (Problème), 185

Viscosité numérique, 223

Weierstrass (Théorème de), 61

Wielandt (Déflation de), 131

---

Achevé d'imprimer sur les presses de l'Imprimerie BARNÉOUD

B.P. 44 - 53960 BONCHAMP-LÈS-LAVAL

Dépôt légal : Juin 2005 - N° d'imprimeur : 505.097

*Imprimé en France*