III-3- Série des exercices avec solution

Exercice 1.

On irradie un hydrogénite avec une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 23.7nm$. On constate que l'électron périphérique de cet hydrogénite passe du niveau fondamental au niveau excité $m = 5$.

1- Déterminer la nature de l'hydrogénite irradié.

2- Déterminer les rayons quantifiés r_n de cet hydrogénite en fonction du nombre quantique principal n, du nombre de charge z et du rayon de la première orbite r_0.

3- Déterminer le nombre d'électrons de la couche périphérique et la charge du noyau ainsi que les trois premiers rayons d'orbites en fonction de r_0 pour les hydrogénites He^{+}, Li^{2+} et Ne^{9+}.

Hydrogénoïde	z	ze	r_1	r_2	r_3
$H_e{}^{+}$ $Li_e{}^{2+}$ $N_e{}^{9+}$					

4- Comment varie le rayon de l'orbite en fonction de l'ordre et en fonction du numéro atomique.

5- Déterminer l'énergie nécessaire de l'ionisation de l'hydrogénite $N_e{}^{9+}$ sachant que l'électron périphérique se trouve sur le niveau n = 10.

6- Comparer cette énergie à celle due à l'ionisation de l'hydrogène dans l'état fondamental.

7- Que peut-on conclure de la stabilité de Ne^{9+} par rapport à celle de l'hydrogène?

On donne $R_H = 1.09677 \times 10^7 m^{-1}$ et $E_0 = -13.6 eV.$

Corrigé 1.

1- La nature de l'hydrogénite

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda} = z^2 E_0 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) = z^2 E_0 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{5^2} \right) = \frac{24}{25} z^2 E_0$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{24}{25} z^2 R_H$$

$$z = 2$$

L'hydrogénite en question est l'hélium.

2- Le premier postulat de Bohr qui énonce la quantification du moment cinétique donne:

$$z^2 = \frac{25}{24} \frac{1}{\lambda R_H} = \frac{25}{24} \frac{1}{23.7 \times 10^{-9} 1.09677 \times 10^7} = 4$$

$$m_e v r_n = n\hbar$$

Le noyau de charge ze et l'électron de l'hydrogénoïde de charge $-e$ sont soumis à une force électrostatique d'attraction. Le principe fondamental de la dynamique appliqué à l'électron qui tourne sur une orbite circulaire avec un mouvement circulaire uniforme donne:

$$\frac{ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2} = \frac{m_e v^2}{r_n} = \frac{m_e}{r_n} \left(\frac{n\hbar}{m_e r_n} \right)^2$$

Le rayon de l'orbite d'ordre n est donné par:

$$r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0 \hbar^2}{ze^2 m_e} n^2$$

$$r_0 = \frac{4\pi\varepsilon_0 \hbar^2}{ze^2 m_e}$$

$$r_n = \frac{r_0}{z} n^2$$

3- Remplissage du tableau (voir le tableau ci-dessous)

4- Le rayon de l'orbite d'ordre n d'un hydrogénite en fonction du nombre quantique principal n suit une variation parabolique. Alors que la variation du rayon de l'orbite en fonction du numéro atomique z est hyperbolique.

Ceci implique que les orbites électroniques s'approchent de plus en plus du noyau à cause de l'augmentation de l'attraction électrostatique noyau-électron.

Hydrogénite	z	ze	r_1	r_2	r_3
H_e^{+}	1	$2e$	$r_1 = \frac{r_0}{z}$	$r_1 = 2r_0$	$r_2 = \frac{9r_0}{2}$
Li_e^{2+}	1	$3e$	$r_2 = \frac{r_0}{3}$	$r_2 = \frac{4r_0}{3}$	$r_1 = 3r_0$
N_e^{9+}	1	$10e$	$r_3 = \frac{r_0}{10}$	$r_2 = \frac{2r_0}{5}$	$r_2 = \frac{10r_0}{9}$

5- $N_e^{9+} \longrightarrow N_e^{9+} + \bar{e}$

$$\Delta E\left(N_e^{9+}\right) = E\left(N_e^{10+}\right) - E\left(N_e^{9+}\right) = E_0 = 13.6eV.$$

6- L'énergie de l'ionisation du Néon à l'état $n = 10$ est égale à celle de l'ionisation de l'hydrogène à l'état $n = 1$.

7- On en conclue que le néon est beaucoup plus stable et plus lié que l'hydrogène à cause de l'attraction de l'électron périphérique par une charge positive 10 fois grande que celle de l'hydrogène.

Exercice 2.

On s'intéresse à l'étude de la raie spectrale de Balmer de l'atome d'hydrogène.

1- Déterminer l'expression de la longueur d'onde de cette raie en fonction de R_H .

2- Calculer les longueurs d'ondes limites de cette série et préciser son domaine spectrale électromagnétique. On donne $R_H = 109677.58 cm^{-1}$.

3- L'effet de l'attraction noyau-électron est-il à courte ou à grande distance.

4- Donner les différences et les ressemblances entre les diagrammes énergétiques de H et He^+ .

5- Trouver une relation entre *m* et *p* permettant aux longueurs d'onde de l'ion He^+ , associées aux transitions électroniques du niveau $n = 4$ vers les niveaux $m\ (5 \leq m \leq 10)$, de coïncider avec les longueurs d'onde de l'atome d'hydrogène associées aux transitions électroniques allant du niveau $n = 2$ vers les niveaux $p(p \geq 3)$.

6- Remplir le tableau ci-dessous en précisant les transitions impliquées dans le cas de H et He^+ et donner l'expression des longueurs d'onde en fonction de R_H .

Transition pour H	**Transition pour** He^+	λ
$n = 2 \to p$	$n = 4 \to m$	

Corrigé 2.

1- La série de Balmer correspond aux transitions entre le niveau fondamental $n = 2$ et les niveaux excités $m = 3,4,....$

2- La gamme de la longueur d'onde de cette série est délimitée par la transition $n = 2$, $m = 3$ et celle qui correspond à $n = 2$, $m = \infty$.

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$$

Pour $n = 2$, $m = 3$

$$\frac{1}{\lambda_1} = R_H\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right) = \frac{5}{36}R_H$$

Pour $n = 2$, $m \to \infty$

$$\frac{1}{\lambda_2} = \frac{R_H}{4}$$

$$\frac{5}{36R_H} \leq \lambda \leq \frac{4}{R_H}$$

$$1.26\times10^{-8}m \leq \lambda \leq 9.76\times10^{-8}m$$

Le domaine spectral de ces longueurs d'ondes est le visible.

3- L’effet de l'attraction noyau-électron est plus important quand les niveaux d’énergie sont à courte distance.

4- Donc pour les petites valeurs de n, les états de He^+ sont plus liés que ceux de H. Par contre pour les *n* grands càd lorsque les orbites électroniques s’éloignent du noyau, les niveaux d’énergie vont se resserrer de plus en plus car l’attraction électrostatique est faible pour He^+ et H.

5- Pour He^+, on a $z = 2$. Par suite, les longueurs d’onde de l’ion He^+, qui correspondent aux transitions électroniques partant du niveau $n = 4$ vers les niveaux m, vérifient la relation:

$$\frac{1}{\lambda} = 4R_H\left(\frac{1}{16} - \frac{1}{m^2}\right) = R_H\left(\frac{1}{4} - \frac{4}{m^2}\right)$$

$\frac{1}{\lambda} = 4R_H\left(\frac{1}{16} - \frac{1}{m^2}\right) = R_H\left(\frac{1}{4} - \frac{4}{m^2}\right)$ avec $5 \le m \le 10$.

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{p^2}\right)$$

Les longueurs d'ondes coïncident si m est un entier pair $(m = 2p)$ $m = 6{,}8{,}10$.

6- Remplissage du tableau

Transition pour H	**Transition pour** He^+	λ
$n = 2 \rightarrow 3$	$n = 4 \rightarrow 6$	$\lambda = \frac{36}{5R_H}$
$n = 2 \rightarrow 4$	$n = 4 \rightarrow 8$	$\lambda = \frac{16}{3R_H}$
$n = 2 \rightarrow 5$	$n = 4 \rightarrow 10$	$\lambda = \frac{25}{6R_H}$

Exercice 3.

On considère un atome hydrogénite ${}_3Li^{2+}$. On donne l'énergie à l'état fondamental du système noyau-électron de l'atome d'hydrogène est $-13.6eV$.

1- Calculer en eV et en J, l'énergie des quatre premiers niveaux de l'ion hydrogénite ${}_3Li^{2+}$.

2- Calculer l'énergie absorbée par un ion ${}_3Li^{2+}$, quand l'électron passe du niveau fondamental au premier niveau excité.

3- Supposant que cette énergie est fournie sous forme lumineuse, quelle est la longueur d'onde du rayonnement capable de provoquer cette transition. On donne : Li

$eV = 1.6 \times 10^{-19} J$, $h = 6.62 \times 10^{-34} J.s$ et $c = 3 \times 10^{8} ms^{-1}$

Corrigé 3.

1- L'énergie à l'état fondamental du système noyau-électron de l'ion hydrogénoïde $_3Li^{2+}$ est:

$$E_n^{Li^{2+}} = \frac{E_1^{Li^{2+}}}{n^2}$$

$$E_1^{Li^{2+}} = E_1^{H}(z_{Li})^2 = -13.6(3)^2 = -122.4eV$$

L'énergie des quatre premiers niveaux de l'ion hydrogénoïde $_3Li^{2+}$ sont:

$$E_2^{Li^{2+}} = \frac{E_1^{Li^{2+}}}{2^2} = -30.6eV = -4.9 \times 10^{-18} J$$

$$E_3^{Li^{2+}} = \frac{E_1^{Li^{2+}}}{3^2} = -13.6eV = -2.18 \times 10^{-18} J$$

$$E_4^{Li^{2+}} = \frac{E_1^{Li^{2+}}}{4^2} = -7.65eV = -1.22 \times 10^{-18} J$$

2- Quand la transition aura lieu entre le niveau fondamental et le niveau excité $(n = 2)$, l'énergie absorbée

$$\Delta E = E_2 - E_1 = -30.6eV = 91.8eV$$

$$\Delta E = E_2 - E_1 = -30.6eV = 91.8eV$$

3- La longueur d'onde du rayonnement qui provoquer cette transition est:

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{6.66\times10^{-34}}{91.8\times1.6\times10^{-19}} = 1.35\times10^{8-} m$$

Le rayonnement est dans le domaine de l'ultraviolet.

Exercice 4.

L'atome d'hydrogène montre un spectre qui contient différentes séries de raies.

1- Donner les longueurs d'onde de la première raie et de la raie limite pour les trois premières séries.

2- La longueur d'onde de la première raie de la série de Brackett du spectre d'émission de l'atome d'hydrogène est $4.052 mm$.Déterminer la longueur d'onde des trois raies suivantes.

3- Déterminer le domaine spectrale où on observe ces raies.

4- La première raie de la série de Brackett du spectre d'émission de l'atome d'hydrogène a pour longueur d'onde 4,052 mm. Calculer la longueur d'onde des trois raies suivantes.

Corrigé 4.

1- L'énergie du niveau n de l'aome d'hydrogène est donnée par:

$$E_n = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2} = \frac{E_1}{n^2}$$

Quand la transition fait passer l'électron du niveau n_i au niveau n_j telle que i≠j $(i \succ j)$, il y a émission d'un photon de longueur d'onde donnée par:

$$\frac{1}{\lambda_{i\to j}} = \frac{E_1}{hc}\left(\frac{1}{n_j^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) = R_H\left(\frac{1}{n_j^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$

avec $R_H = 1.096\times10^7 m^{-1}$ est la constante de Rydberg.

2- On définit les séries de Lyman, Balmer, Pashen et Brackett tel que $(j=1, i \geq 2)$, $(j=2, i \geq 3)$ et $(j=3, i \geq 4)$ et $(j=4, i \geq 5)$.

La première raie de chaque série est $\lambda_{j+1 \to j}$, alors que la raie limite est $\lambda_{\infty \to j}$.

La série Lyman

$\lambda_{2 \to 1} = 12.16 \times 10^{-8} m$ et $\lambda_{\infty \to 1} = 9.12 \times 10^{-8} m$

La série Lyman

$\lambda_{3 \to 2} = 65.65 \times 10^{-8} m$ et $\lambda_{\infty \to 2} = 36.47 \times 10^{-8} m$

La série de Pashen

$\lambda_{4 \to 3} = 18.75 \times 10^{-8} m$ et $\lambda_{\infty \to 3} = 82.06 \times 10^{-8} m$

3- Le domaine spectral des séries de Lyman, Balmer et Pashen est respectivement l'ultra-violet, le visible et l'infra-rouge.

4- La série de Brackett

$\lambda_{5 \to 4} = 4.052 \mu m$, $\lambda_{6 \to 4} = 2.626 \mu m$, $\lambda_{7 \to 4} = 2.166 \mu m$, $\lambda_{8 \to 4} = 1.945 \mu m$.

Exercice 5.

1- Déterminer l'énergie du niveau fondamental de l'atome d'hélium sachant que son énergie de première ionisation est $24.6 eV$.

2- L'atome d'hélium se trouve dans un état excité. Un de ses électrons se trouve au niveau d'énergie $-21.4 eV$. Calculer la longueur d'onde de la radiation émise lorsque cet électron retombe au niveau fondamental.

Corrigé 5.

Lors d’une ionisation, l’électron passe de l’état fondamental à l’état excité:

$${}_2He \rightarrow {}_2He^+ + 1e^-$$

L'énergie de première ionisation de l'atome d'hélium est 24,6 eV

$E_I = E_\infty - E_1$ avec $E_\infty = 0$

Lors d’une ionisation, l’électron passe de l’état fondamental à l’état excité:

L'énergie de l'état fondamental est: $E_1 = 24.6eV$

2- L’énergie émise est:

$$\Delta E_{2\rightarrow1} = E_1 - E_2 = -5.12 \times 10^{-19} J$$

La longueur d’onde la radiation émise est:

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E_{2\rightarrow1}} = 3.88 \times 10^{-7} m = 388nm$$

Exercice 6.

1- L’électron de l’atome d’hydrogène est excité au niveau d'ordre 5, déterminer la série des raies émises lorsqu'il revient à l’état fondamental.

2- Calculer dans chaque cas la fréquence et la longueur d’onde du photon émis.

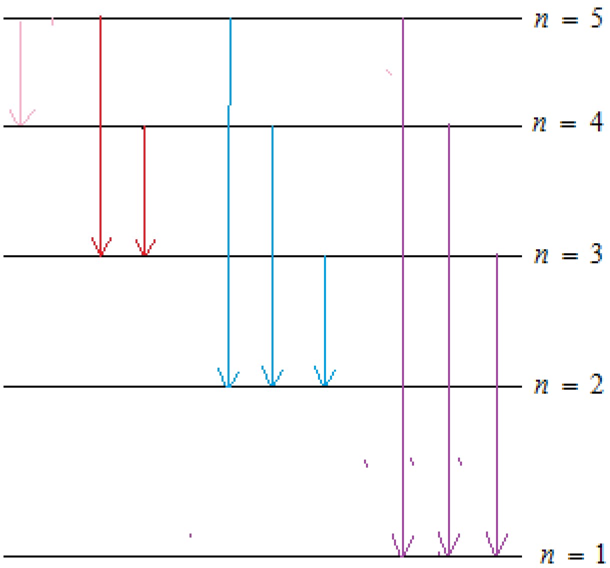
Corrigé 6.

Une série de dix raies est possible lorsque l'électron de l'atome d’hydrogène est émis du niveau excité d'ordre $n = 5$ vers l’état fondamental comme le montre la figure 1.

Le calcul de la fréquence et la longueur d’onde du photon émis nécessite l'utilisation du modèle de Bohr ou la formule empirique de Ritz.

L'énergie du niveau d'ordre n de l'atome d'hydrogène d'après le modèle de modèle de Bohr est donnée par:

$$E_n = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2} = \frac{(E_1)_H}{n^2}$$



Raies de l'atome d'hydrogène lorsque l'électron est émis du niveau excité d'ordre $n = 5$ vers l'état fondamental.

Le photon émis a une longueur d'onde donnée par la relation empirique de Ritz.

$$\frac{1}{\lambda_{i \to j}} = R_H\left(\frac{1}{n_j^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$

L'écart énergétique entre les deux niveaux i et j est donnée par:

$$\Delta E_{n_i \to n_j} = (E_1)_H\left(\frac{1}{n_j^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$

On représente dans le tableau suivant l'énergie, la fréquence, la longueur d'onde, le domaine spectral et la série.

Raie $i \longrightarrow j$	Energie (J)	Fréquence Hz)	Longueur (nm)	Domaine sp	Série
$5 \to 4$	4.905×10^{-20}	0.074	4049	$I.R.$	*Brackett*
$5 \to 3$	1.55×10^{-19}	0.23	1281	$I.R.$	*Pashen*
$5 \to 2$	4.58×10^{-19}	0.69	433.8	*Visible*	*Balmer*
$5 \to 1$	2.09×10^{-18}	3.16	94.9	$U.V.$	*Lyman*
$4 \to 3$	1.06×10^{-19}	0.16	1874	$I.R.$	*Pashen*
$4 \to 2$	4.09×10^{-19}	0.62	486	*Visible*	*Balmer*
$4 \to 1$	2.04×10^{-18}	3.09	97.2	$U.R.$	*Lyman*
$3 \to 2$	3.02×10^{-19}	0.46	656	*Visible*	*Balmer*
$3 \to 1$	1.93×10^{-18}	2.93	102.5	$U.V.$	*Lyman*
$2 \to 1$	1.63×10^{-18}	2.5	121.5	$U.V.$	*Lyman*

Exercice 7.

Un atome d'hydrogène absorbe un photon de longueur d'onde λ_1 dans son état fondamental puis émet un photon de longueur d'onde λ_2 .

Déterminer le niveau où se trouve l'électron après cette émission.

On donne $\lambda_1 = 97.28nm$ et $\lambda_2 = 1879nm$.

Corrigé 7.

Quand l'atome d'hydrogène absorbe un électron à l'état fondamental, la loi de Bohr s'écrit:

$$\Delta E_{1\rightarrow n_i} = (E_1)_H\left(1-\frac{1}{n_i^2}\right) = \frac{hc}{\lambda_1}$$

La relation empirique de Ritz donne:

$$\frac{1}{\lambda_1} = R_H\left(1-\frac{1}{n_i^2}\right)$$

$$\frac{1}{\lambda_1 R_H} = \left(1-\frac{1}{n_i^2}\right) = \frac{1}{1.097\times10^{7}\times97.8\times10^{-9}} = 0.937$$

$$n_i = 4$$

Quand l'atome d'hydrogène émet un électron à l'état fondamental, on écrit:

$$\frac{1}{\lambda_2 R_H} = \left(\frac{1}{n_j^2}-\frac{1}{n_i^2}\right) = \frac{1}{1.097\times10^{7}\times1879\times10^{-9}} = 0.0485$$

$$n_j = 3$$

Exercice 8.

1- A partir des postulats de Bohr, retrouver les expressions donnant le rayon, la vitesse et le niveau d’énergie d’un ion hydrogénite quelconque en fonction de n.

2- Déterminer l’énergie du niveau fondamental ainsi que celle des niveaux 2, 3, 4, 5 et l’infini. Représenter le diagramme énergétique.

3- Calculer la variation d’énergie associée à l’électron lors de son passage de l’état fondamental, au premier et au second état excité, ainsi que l’énergie d’ionisation de l’atome d’hydrogène.

4- Représenter ces transitions électroniques sur le diagramme énergétique. Déduire à partir de l'équation relative à l'hydrogénite (établie en 1), la relation de Balmer et calculer la constante de Rydberg R_H pour l'atome d'hydrogène.

5- On considère l'ion hydrogénite dans son état fondamental, le rayon de l'orbite est alors de 0,27 Ǻ

a- Déterminer la valeur de la force d'attraction exercée par le noyau sur l'électron.

b- Quelle est la vitesse de l'électron sur cette orbite ?

c- Déterminer l'énergie totale de l'électron.

Corrigé 8.

1- A partir des postulats de Bohr, retrouver les expressions donnant le rayon, la vitesse et le niveau d'énergie d'un ion hydrogénite quelconque en fonction de n.

Système : électron soumis à la force de Coulomb d'intensité $F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_e q_p|}{r^2}$

Repère : repère de Frenet D'après le 2e principe de Newton :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

Selon la normale : $F_C = ma_n$

En remplaçant: $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_e q_p|}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r} = mv^2 \Rightarrow r = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 mv^2}$

D'après le 1er postulat de Bohr, seules les orbites dont les rayons sont définis par

$$mv_n r_n = n\frac{h}{2\pi} \Rightarrow v_n = \frac{nh}{2\pi m r_n} \qquad (3)$$

$$r = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 mv^2} \qquad (2)$$

En remplaçant l'expression (3) dans l'expression (2) on trouve : $r_n = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2} n^2$ (4)

Les rayons des différentes couches K, L, M, ..., sont proportionnels **au carré du nombre quantique principal n** : $\mathbf{r_n \sim n^2}$

L'orbite la plus proche du proton est celle correspondant à la couche K (n = 1). Le rayon de cette orbite vaut :

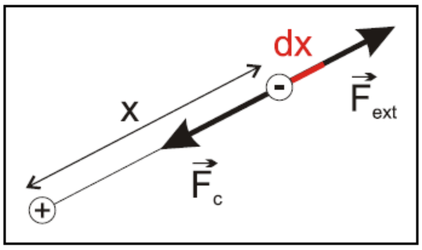
$$r_1 = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2} = 0{,}529 \cdot 10^{-10}\ \text{m}$$

On l'appelle « **rayon de Bohr** ». $\boxed{\mathbf{r_n = r_1\, n^2}}$

Considérons le système formé par l'atome d'H (proton et électron).

* La variation de l'énergie mécanique E est donnée par le théorème de l'énergie mécanique : $\Delta E = \sum W(\vec{F}_{ext.})$

Appliquons une force extérieure $\vec{F}_{ext.}$ pour arracher l'électron de l'atome d'H **à vitesse constante.**
L'énergie cinétique du système est donc constante au cours du temps.
Donc : $\Delta E = \Delta E_c + \Delta E_p = \Delta E_p = W(\vec{F}_{ext.})$



Soit r le rayon de l'orbite de laquelle l'électron est retiré. La distance x entre électron et proton varie donc de la valeur r jusqu'à l'infini.

$$\Delta E_p = E_p(x \to \infty) - E_p(x = r) = W(\vec{F}_{ext.})$$

Attribuons arbitrairement l'état de référence de l'énergie potentielle (= niveau où $E_p = 0$) à l'électron libre, c.-à-d. à l'électron se trouvant à une distance r infinie du proton.

$$E_p(x \to \infty) = 0 \quad \text{et} \quad \boxed{E_p(r) = -W(\vec{F}_{ext.})}$$

Comme la vitesse de l'électron est constante, la force extérieure doit être, à chaque instant, opposée à la force de Coulomb (principe d'inertie de Newton) : $\vec{F}_{ext.} = -\vec{F}_C$

L'intensité de ces forces est la même : $F_{ext.} = F_C = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{e^2}{x^2}$

Travail élémentaire de la force à exercer par l'opérateur pour un **éloignement** infinitésimal dx (sur lequel $\vec{F}_{ext.}$ ne varie pratiquement pas) de l'électron du proton :

$$dW(\vec{F}_{ext.}) = F_{ext.}dx = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{x^2}dx$$

Le travail total est alors la somme de tous les travaux élémentaires où x a varié de la valeur r jusqu'à l'infini. $W(\vec{F}_{ext.}) = \int_r^\infty dW(\vec{F}_{ext.})$

En remplaçant dans l'expression trouvée précédemment on obtient :

$$E_p(r) = -W(\vec{F}_{ext.}) = -\int_r^\infty dW(\vec{F}_{ext.}) = -\int_r^\infty \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{x^2}dx = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\int_r^\infty \frac{dx}{x^2}$$

$$= -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{x}\right]_r^\infty$$

$$= -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}$$

L'énergie potentielle du système proton – électron correspondant au rayon orbital r vaut :

$$\boxed{E_p(r) = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}}$$

Energie cinétique $\quad E_c(r) = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}$

$$\boxed{E_c(r) = -\frac{1}{2}E_p(r)}$$

Energie de l'atome H $\quad E(r) = E_p(r) + E_c(r) = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}$

Vu que les rayons sont quantifiés ($r_n = r_1 n^2$), l'énergie l'est certainement aussi

$$\boxed{E(r_n) = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_n}} \qquad (5)$$

Expression fondamentale

On vient de montrer que : $\quad E(r_n) = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_n} \quad$ et $\quad r_n = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2}n^2$

On en tire l'expression de l'énergie de l'atome H en fonction du nombre quantique principal :

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n^2}$$

n = 1 : l'énergie de l'atome d'hydrogène vaut : $E_1 = -21{,}8 \cdot 10^{-19}$ J = -13,6 eV

$$\boxed{\mathbf{E_n = \frac{E_1}{n^2}}} \qquad \text{avec } E_1 = -13{,}6 \text{ eV.}$$

2-Déterminer l'énergie du niveau fondamental ainsi que celle des niveaux 2, 3, 4, 5 et l'infini. Représenter le diagramme énergétique.

$$\mathbf{E_n = \frac{E_1}{n^2}}$$

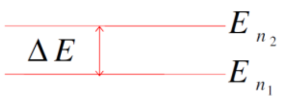
Tableau des énergies des premiers états énergétiques de l'atome H

Couche	**n**	**r_n(nm)**	**E_n(eV)**
K	1	0,0529	-13,6
L	2	0,2116	-3,40
M	3	0,4761	-1,51
N	4	0,8467	-0,85

$n = 5 \Rightarrow r_5 = 1{,}3225$ nm et $E_5 = -\,0{,}544$ eV

$n = \infty \Rightarrow r_\infty = \infty$ et $E_\infty = 0$

3-Calculer la variation d'énergie associée à l'électron lors de son passage de l'état fondamental, au premier et au second état excité, ainsi que l'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène.



$\Delta E = E_{n2} - E_{n1}$ (1)

$\Delta E = h\nu$ (2)

$$\Delta E = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n_2^2} + \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n_1^2}$$

$$\Delta E = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right] \quad (1)$$

$$\Delta E = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right] = 13{,}6\,(\text{eV})\left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right]$$

D'après la relation (1)

Passage de l'électron de l'état fondamental au premier état excité est :

$n_1 = 1$ et $n_2 = 2 \Rightarrow \Delta E = 13{,}6\ (1/1 - 1/4) = 3/4 \times 13{,}6 = 10{,}2$ eV

Passage de l'électron de l'état fondamental au second état excité est :

$n_1 = 1$ et $n_2 = 3 \Rightarrow \Delta E = 13{,}6\ (1/1 - 1/9) = 8/9 \times 13{,}6 = 12{,}088$ eV

L'énergie d'ionisation est :

$n_1 = 1$ et $n_2 = \infty \Rightarrow \Delta E = 13{,}6\ (1/1 - 1/\infty) = \ 13{,}6$ eV

4-Représenter ces transitions électroniques sur le diagramme énergétique. Déduire à partir de l'équation relative à l'hydrogénite (établie en 1), la relation de Balmer et calculer la constante de Rydberg R_H pour l'atome d'hydrogène.

$$\Delta E = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n_2^2} + \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n_1^2}$$

$$\Delta E = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right] \quad (1)$$

$$\Delta E = h\upsilon = hc/\lambda \quad (2)$$

$$(1) = (2) \quad \text{d'ou} \quad hc/\lambda = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right]$$

$$1/\lambda = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c}\left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right]$$

$$\bar{\upsilon} = 1/\lambda = R_H\left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right]$$

La constante de Rydberg R_H est :

$R_H = me^4/(8\varepsilon_0 h^3 C) = 1{,}096 \times 10^7\ m^{-1}$

Avec m : masse de l'électron = $9{,}01\ 10^{-34}$kg, c : la célérité de la lumière = $3\ 10^8$m/s, h : constante de Planck = $6{,}626.10^{-34}$ J.s, et ε_0 permittivité du vide = $8{,}854\ 187\ 82 \times 10^{-12}$ F m^{-1}

5-On considère l'ion hydrogénite dans son état fondamental, le rayon de l'orbite est alors de 0,27 Ǻ

a-Déterminer la valeur de la force d'attraction exercée par le noyau sur l'électron est la force de Coulomb d'intensité $F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_e q_p|}{r^2}$

q_e = 1,6 10^{-19} C et q_p = ?

Calculons q_p

Pour un ion hydrogénite l'expression de est : $r_n = r_0 \times n^2/Z$, à l'état fondamental n = 1

d'où $r = a_0/Z \Rightarrow Z = a_0/r$ = 0,53/0,27 = 2.

D'où $$F_C = \frac{2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2}$$

AN :

b-Quelle est la vitesse de l'électron sur cette orbite ?

$$v_n = \frac{nh}{2\pi m r_n} = \frac{h}{2\pi m r_1}$$

AN :

c-Déterminer l'énergie totale de l'électron.

$$E(r_n) = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_n}$$

Exercice 9

On considère un ion de Béryllium ${}^{9}_{4}Be^{3+}$.

1- Sachant que $r_1(H)$ = 0,53 Å, quels sont les rayons correspondants aux couches K et L de cet ion ?

2- Lorsque l'on envoie un rayonnement de longueur d'onde λ sur cet ion, un électron passe de la couche n = 1 à n = 5. Calculer la fréquence du rayonnement absorbé.

3- Calculer l'énergie de quatrième ionisation du Be à son état fondamental.

Comparer cette valeur aux énergies E_1 = 9,32 eV, E_2 = 18,21 eV, E_3 = 153,8 eV de première, deuxième et troisième ionisation respectivement.

4- Quels sont les ions que l'on peut obtenir le plus facilement à partir de l'atome de Be ?

Corrigé 9.

On considère un ion de Béryllium $^{9}_{4}Be^{3+}$.

1- Sachant que $r_1(H)$ = 0,53 Å, quels sont les rayons correspondants aux couches K et L de cet ion ?

$r = r^0 \times n^2/Z$

Pour la couche K, n = 1 et Z = 4 $\Rightarrow r_{Be3+} = r^0 \times /Z = 0{,}53/4 = 0{,}1325$ Å

Pour la couche L, n = 2 et Z = 4 $\Rightarrow r_{Be3+} = r^0 \times 2^2/4 = 0{,}53$ Å

2- Lorsque l'on envoie un rayonnement de longueur d'onde λ sur cet ion, un électron passe de la couche n = 1 à n = 5. Calculer la fréquence du rayonnement absorbé.

$$\bar{\upsilon} = 1/\lambda = R_{Be^{3+}}\left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right]$$

$R_{Be3+} = R_H \times Z^2 = 1{,}1\ 10^{+7} \times 16 = 17{,}6\ 10^{+7}\ m^{-1}$

$$\bar{\upsilon} = 1/\lambda = R_{Be^{3+}}\left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right] = 17{,}6\ 10^{7}\ (1 - 1/25) = 16{,}896\ 10^{7}\ m^{-1}$$

$\nu = C/\lambda$ = C = 3 10^8 m/s / 16,896 10^7 m = 1,7755 s^{-1}

3- Calculer l'énergie de quatrième ionisation du Be à son état fondamental.

Comparer cette valeur aux énergies E_1 = 9,32 eV, E_2 = 18,21 eV, E_3 = 153,8 eV de première, deuxième et troisième ionisation respectivement.

$$E = -\frac{Z^2}{n^2}\frac{ke^2}{2a_0} = -\frac{13.6Z^2}{n^2}eV$$

Be3+: Z = 4 $\Rightarrow$ En= $-E_0$*[4^2/ n2] = $-16\ E_0/n^2 = -217{,}6 / n^2$

E_4 = 217 eV

4- Quels sont les ions que l'on peut obtenir le plus facilement à partir de l'atome de Be ?

Be^+ et Be^{2+} énergie faible.

Exercice 10

Dans le spectre d'émission de l'atome d'hydrogène, le rapport entre les longueurs d'onde de 2 raies limites successives est $\lambda_1/\lambda_2 = 4$.

1- A quelle série correspond chacune de ces raies limites ?

2- Calculer en eV l'énergie d'émission correspondante à chacune de ces deux raies.

3- En déduire les valeurs des longueurs d'onde λ_1 et λ_2 en nm.

Corrigé 10.

Dans le spectre d'émission de l'atome d'hydrogène, le rapport entre les longueurs d'onde de 2 raies limites successives est $\lambda_1/\lambda_2 = 4$.

$\frac{1}{\lambda} = R_H(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2})$; R_H : constante de Rydberg : $R_H = 1{,}097\ 10^7\ m^{-1}$

Pour les longueurs d'onde limite n2 $\to \infty$ donc on aura pour :

•*série de* ***Lyman*** *(UV) :* n = 1 $\Rightarrow$ $\lambda_{lim} = n^2/R_H = 911$ Å

•*série de* ***Balmer****(Visible)* ***:*** n = 2 $\Rightarrow \lambda_{lim} = n^2/R_H = 3646$ Å

• *série de* ***Paschen*** *(IR)* : n = 3 $\Rightarrow$ $\lambda_{lim} = n^2/R_H = 8204$ Å

•*série de* ***Brackett*** *(IR) :* n = 4 $\Rightarrow$ $\lambda_{lim} = n^2/R_H = 14585$ Å

•*série de* ***Pfund*** *(IR lointaine) :* n = 5 $\Rightarrow$ $\lambda_{lim} = n^2/R_H = 22789$ Å

1- A quelle série correspond chacune de ces raies limites ?

série de ***Lyman*** *(UV) :* n = 1 $\Rightarrow$ $\lambda_{lim} = n^2/R_H = 911$ Å

série de ***Balmer****(Visible)* ***:*** n = 2 $\Rightarrow \lambda_{lim} = n^2/R_H = 3646$ Å

$\lambda_{limLy}/ \lambda_{limBal} = 4$

2- Calculer en eV l'énergie d'émission correspondante à chacune de ces deux raies.

$E = h\nu = hc/\lambda$

3- En déduire les valeurs des longueurs d'onde λ_1 et λ_2 en nm.

Exercice 11

La radiation lumineuse de longueur d'onde $\lambda = 56,8$ Ǻ provoque l'ionisation d'un hydrogénite inconnu X.

Calculer l'énergie d'ionisation et en déduire son numéro atomique Z.

Corrigé 11.

La radiation lumineuse de longueur d'onde $\lambda = 56,8$ Ǻ provoque l'ionisation d'un hydrogénite inconnu X.

Calculer l'énergie d'ionisation et en déduire son numéro atomique Z.

$\Delta E = h\nu = hc/\lambda = 6,62\ 10^{-34}$ j.s x $3\ 10^{8}$ m/s / $56,8\ 10^{-10}$ m $= 0,3496\ 10^{-16}$j $= 218,5$eV

$\Delta E = 218,5\text{eV} = 13,6Z^2 \Rightarrow Z = 4$

Exercice 12

En partant de l'expression d'énergie totale $Et = - K/n^2$ établie dans le modèle de Bohr, retrouver l'expression du nombre d'onde $= 1/\lambda$ en fonction de R_H , n_1 et n_2.

1- Calculer en mètre, les longueurs d'ondes des 3 premières raies de la série de Paschen ($n_1 = 3$)

2- Calculer en joules, les variations d'énergie correspondant à l'émission de ces trois radiations

3- Donner la longueur d'onde limite pour les séries de Lyman ($n_1 = 1$), de Balmer ($n_1 = 2$) et Paschen ($n_1 = 3$).

On donne: $h = 6{,}62\ 10^{-34}$ j.s, $K = 10^{9}$, $e = 1{,}6\ 10^{-19}$ c, $C = 3\ 10^{8}$ m/s, 1eV = $1{,}6\ 10^{-19}$ j

Corrigé 12.

En partant de l'expression d'énergie totale $Et = - K/n^2$ établie dans le modèle de Bohr, retrouver l'expression du nombre d'onde $= 1/\lambda$ en fonction de R_H, n_1 et n_2.

$$\Delta E = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2h^2}\frac{1}{n_2^2} + \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2h^2}\frac{1}{n_1^2}$$

$$\Delta E = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2h^2}\left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right] \quad (1)$$

$$\Delta E = h\upsilon = hc/\lambda \quad (2)$$

$$(1) = (2) \quad \text{d'ou} \quad hc/\lambda = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2h^2}\left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right]$$

$$1/\lambda = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2h^3c}\left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right]$$

$$\bar{\upsilon} = 1/\lambda = R_H\left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right]$$

-Calculer en mètre, les longueurs d'ondes des 3 premières raies de la série de Paschen ($n_1 = 3$)

$\lambda_{3\to4} = 7/144 \times 1/R_H$

$\lambda_{3\to5} = 16/225 \times 1/R_H$

$\lambda_{3\to6} = 27/324 \times 1/R_H$

1- Calculer en joules, les variations d'énergie correspondant à l'émission de ces trois radiations

$$\Delta E = 13{,}6\left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right] \text{eV}$$

2- Donner la longueur d'onde limite pour les séries de Lyman ($n_1 = 1$), de Balmer ($n_1 = 2$) et Paschen ($n_1 = 3$)

•*série de **Lyman** (UV) :* n = 1 ⇒ $\lambda_{lim} = n^2/R_H = 911$ Å

•*série de **Balmer**(Visible) :* n = 2 $\Rightarrow \lambda_{lim} = n^2/R_H = 3646$ Å

• *série de **Paschen** (IR)* : n = 3 $\Rightarrow \lambda_{lim} = n^2/R_H = 8204$ Å

On donne : :h = 6,62 10^{-34} j.s, K = 10^9, e = 1,6 10^{-19} c, C = 3 10^8 m/s, 1eV = 1,6 10^{-19} j

Exercice 13

Déterminer la vitesse de l'électron dans l'état fondamental des hydrogénites : H, He^+, Li^{2+}, Be^{3+}, K^{18+} ainsi que Au^{78+}.

Déterminer la masse relative de l'électron pour chaque hydrogénite dans l'état fondamental.

La masse relative d'une particule en mouvement est donnée par la relation :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

m_0 : masse de la particule au repos ; v : vitesse de la particule ; c : célérité de la lumière.

Corrigé 13.

Détermination de la vitesse de l'électron dans l'état fondamental des hydrogénites : H, He^+, Li^{2+}, Be^{3+}, K^{18+} ainsi que Au^{78+}.

Détermination de la masse relative de l'électron pour chaque hydrogénite dans l'état fondamental. Conclusion.

$$V_n = \frac{nh}{2\pi m r_n} \quad \text{avec} \quad r_n = \frac{a_0 n^2}{Z} \quad \Rightarrow \quad V_n = \frac{Z h}{2\pi m a_0 n}$$

A l'état fondamental n = 1, a_0 = 0.53 Å, m = 9,1 10^{-31} kg , h = 6,62 10^{-34} j.s et Z variable

1 pour H, 2 pour He etc..

Exemple

$$V_H = \frac{h}{2\pi m a_0} \; ; \quad V_{He} = \frac{h}{\pi m a_0} \; ;$$

La masse relative d'une particule en mouvement est donnée par la relation :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

m_0 : masse de la particule au repos ;   v : vitesse de la particule ; c : célérité de la lumière.

Exercice 14

Les raies du spectre de l'ion Li^{2+} peuvent être calculées par la relation

$$\nu = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

La raie de la plus grande longueur d'onde dans le visible est de 729,5 Å, calculer :

1- La constante de Rhydberg pour l'ion Li^{2+} ($R_{Li}{}^{2+}$), en déduire une relation entre $R_{Li}{}^{2+}$ et R_H et le numéro atomique du lithium.

2- L'énergie de la première ionisation de Li^{2+} en eV.

Exercice 15

Toute surface métallique frappée par un rayonnement de fréquence ν suffisamment élevée émet des électrons. Cet propriété est appelée effet photoélectrique.

1- Ecrire le principe de conservation de l'énergie. On appellera ν_0 le seuil photoélectrique : fréquence au-dessous de laquelle aucun électron n'est arraché.

2- Dans une expérience, une plaque métallique d'aluminium est éclairée successivement par des rayonnements de longueurs λ_1 = 2534,78 Å et λ_2 = 2967,35 Å. Dans les deux cas, le courant électrique est annulé par application des potentiels retardateurs respectifs V1 = 1,885 Volts et V_2 = 1,172 Volts. En déduire la valeur de la constante de Planck.

3- On éclaire la couche métallique du zinc d'une cellule photoélectrique avec une radiation de mercure de longueur d'onde λ = 2653,66 Å. On observe que le courant devient rapidement nul pour une valeur du potentiel retardateur V = 1,568 Volts. En déduire la valeur de la fréquence de seuil d'excitation et la longueur d'onde correspondante.

Exercice 16

En partant du modèle de Bohr pour l'hydrogène dans son état fondamental, déterminer :

1- La longueur d'onde associée à cet électron,

2- L'incertitude sur la vitesse puis sur la longueur d'onde si l'on suppose connu le rayon fondamental r à (Δr) 0,001 Ǻ près. Conclusion ?

Corrigé 16.

1- La relation de De Broglie donne $\lambda = h/m_e v$ (1)

v se déduit de r par la théorie de Bohr.

$m_e vr = nh/2\pi = h/2\pi$ (2) (n = 1 à l'état fondamental) $\Rightarrow m_e v = h/2\pi r$

On replace $m_e v$ dans l'équation (1) on aura $\lambda = h/h \,.\, 2\pi r \Rightarrow \lambda = 2\pi r = 3{,}32\ 10^{-10}$ m

Avec r = 0,53 Ǻ à l'état fondamental

2- En appliquant le principe d'incertitude : $\Delta r\ \Delta p \geq h$

$\Delta r\ (m_e\ \Delta v) \geq h \Rightarrow \Delta v = h/m_e \Delta r \Rightarrow \Delta v \geq 7{,}3\ 10^9\ m\ s^{-1}$. Ce résultat est absurde puisque l'incertitude sur la vitesse est énorme, supérieure même à la vitesse de la lumière ($3\ 10^8\ m\ s^{-1}$)

Donc on ne peut pas appliquer la théorie de Bohr reposant sur la mécanique classique à l'atome.

On peut déduire l'incertitude sur λ : $\lambda = 2\pi r \Rightarrow \Delta\lambda = 2\pi\Delta r = 6{,}3\ 10^{-13}$ m

<u>Exercice 17</u>

1- Un triplet de trois nombres quantiques (n, l, m) caractérise toute fonction d'onde Ψ solution de l'équation de Schrödinger.

Préciser les valeurs possibles de n et les relations entre ces nombres.

2- Indiquer, parmi les triplets suivants, celui (ceux) qui est (sont) impossible (s).

a- $n = 3 ; l = 2 ; m = 0$; b- $n = 2 ; l = 2 ; m = -1$;

c- $n = 3 ; l = 0 ; m = 3$; d- $n = 3 ; l = -2 ; m = 0$.

3- Indiquer, après avoir rappelé la nomenclature des orbitales selon la valeur du nombre quantique azimutal l, si les différente symboles caractérisent ou non une orbitale atomique :

a- 1p ; b- 3f ; c- 5g ; d- 4s ; e- 2d.

4- Désigner les orbitaux atomiques correspondants aux électrons caractérisés par les ensembles de nombre quantiques suivants :

a- $n = 3 ; l = 2 ; m = 1$; b- $n = 2 ; l = 1 ; m = 0$; c- $n = 1 ; l = 0 ; m = 0$;

d- $n = 3 ; l = 2 ; m = -2$; e- $n = 4 ; l = 2 ; m = 0$; f- $n = 3 ; l = 1 ; m = -1$

Corrigé 17.

1- Un triplet de trois nombres quantiques (n, l, m) caractérise toute fonction d'onde Ψ solution de l'équation de Schrödinger.

Préciser les valeurs possibles de n et les relations entre ces nombres.

$n = 1,2,3,4, \ldots, \infty$; $0 \geq l \leq n-1$ et $-l \geq m \leq +l$

2- Indiquer, parmi les triplets suivants, celui (ceux) qui est (sont) impossible (s).

b- $n = 3 ; l = 2 ; m = 0$; b- $n = 2 ; l = 2 ; m = -1$; Fausse

c- $n = 3 ; l = 0 ; m = 3$; Fausse d- $n = 3 ; l = -2 ; m = 0$. Fausse

3- Indiquer, après avoir rappelé la nomenclature des orbitales selon la valeur du nombre quantique azimutal l, si les différente symboles caractérisent ou non une orbitale atomique :

a- 1p Fausse ; b- 3f Fausse; c- 5g ; d- 4s ; e- 2d. Fausse

4- Désigner les orbitaux atomiques correspondants aux électrons caractérisés par les ensembles de nombre quantiques suivants :

a- n = 3 ; l = 2 ; m = 1 P; b-n = 2 ; l = 1 ; m = 0 P; c- n = 1 ; l = 0 ; m = 0 S;

d- n = 3 ; l = 2 ; m = -2 P; e- n = 4 ; l = 2 ; m = 0 P; f- n = 3 ; l = 1 ; m = -1 P

Exercice 18

Déterminer la longueur d'onde, la fréquence et le nombre d'onde de la première raie de la raie limite pour la série de Lyman (n = 1=, Balmer (n = 2), Paschen (n = 3), Brackett (n = 4). Représenter ces transitions sur le diagramme énergétique.

Situer ces séries dans le spectre électromagnétique, et déduire les transitions électroniques provoquant les émissions énergétiques de longueur d'onde $\lambda_1 = 4091$ Å et de fréquence $\nu_2 = 3151\ 10^{14}$ Hz.

Corrigé 18.

Déterminer la longueur d'onde, la fréquence et le nombre d'onde de la première raie de la raie limite pour la série de Lyman (n = 1=, Balmer (n = 2), Paschen (n = 3), Brackett (n = 4). Représenter ces transitions sur le diagramme énergétique.

Situer ces séries dans le spectre électromagnétique, et déduire les transitions électroniques provoquant les émissions énergétiques de longueur d'onde $\lambda_1 = 4091$ Å et de fréquence $\nu_2 = 3151\ 10^{14}$ Hz.

Solution : voir le corrigé de l'exercice 5

Exercice 19

L'énergie de l'électron sur le niveau n d'un atome hydrogénoïde est donnée par la relation suivante :

$$E_n = \frac{2\pi^2 me k^2 Z^2 e^4}{n^2 h^2} \quad (1)$$

Déterminer l'énergie du niveau fondamental ainsi que celle des niveaux 2, 3, 4, 5 et ∞. Représenter le diagramme énergétique.

Calculer la variation d'énergie associée à l'électron lors de son passage de l'état fondamental au premier et au second état excité ainsi que l'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène.

Représenter ces transitions sur le diagramme énergétique.

Déduire à partir de l'équation (1) la relation de Balmer et calculer la constante de Rydberg R_H.

III-3- Exercices supplémentaires

Exercice 1.

1- Déterminer la longueur d'onde qui correspond à la quatrième raie de la série de Balmer du spectre de l'hydrogène.

2- Préciser le domaine spectral de cette raie.

Corrigé. λ = 410.3 nm. La raie est dans le visible de couleur violette.

Exercice 2.

L'énergie nécessaire pour arracher l'électron 3s du sodium est 5.14 eV. Déterminer la longueur d'onde du rayonnement qui permet d'ioniser le sodium.

Corrigé. λ = 242 nm.

Exercice 3.

On considère l'hydrogénoide $_{Z}X^{+q}$ dans son troisième état excité. Sachant que son rayon est 2.826 Å.

1- Déterminer son numéro atomique et en déduire sa charge.

2- Calculer l'énergie d'ionisation en eV de cette hydrogénite à partir de cet état excité.

Exercice 4.

L'électron d'un atome d'hydrogène est situé sur le niveau énergétique défini par n=3.

1- Calculer l'énergie de cet électron.

2- Calculer la longueur d'onde qui provoque l'ionisation de cet hydrogène.

3- Déterminer l'énergie qui correspond à cette ionisation.

L'électron émet de l'énergie pour se stabiliser sur un niveau donné.

4- Calculer l'énergie et la fréquence de la transition de plus grande longueur d'onde.

5- L'électron de l'hydrogénite subit la même transition que celle de l'hydrogène en absorbant une énergie égale à 2.72x 10^{-18}J. Quel est cet hydrogénite.

Exercice 5.

Les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation: $E_n = -A/ n^2$ où n est un nombre entier naturel non nul et A = 13,6 eV .

1- Déterminer l'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène en eV.

2- Un atome d'hydrogène passe d'un état excité défini par n > 2 vers l'état n = 2.

3- Déterminer l'ensemble des radiations émises qui constituent la série de Balmer.

4- Montrez que la longueur d'onde λ d'une radiation émise de cette série s'écrit sous la forme: $1/ \lambda = R_H (1/22^2 - 1/n^2)$.

5- Explicitez R_H en fonction de A, h et c et calculez R_H dans le système international. **6-** Déterminez la transition qui correspond à la radiation (Hα) de la série de Balmer de longueur d'onde λ_1 = 656 nm.

Exercice 6.

Le spectre d'émission de l'atome de sodium possède une raie intense dont la longueur d'onde λ est égale à 589,3 nm.

1- Calculez l'énergie d'un photon de longueur d'onde λ = 589,3 nm en l'exprimant en joule et en électron volt.

2- À l'aide du diagramme simplifié des niveaux d'énergie de l'électron externe de l'atome de sodium, indiquez à quelle transition de l'électron externe correspond la raie d'émission λ = 589,3 nm.

3- Un atome de sodium dans son état fondamental peut-il absorbé un photon de longueur d'onde λ= 496 nm.

4- Déterminez l'énergie d'ionisation Ei de l'atome de sodium à partir de son état fondamental.

On donne le diagramme simplifié des niveaux d’énergie de l’électron externe de l’atome de sodium: