السلسلة الرابعة (تابع للتوزيعات الاحتمالية المتصلة)

التمرين الأول:

إذا كان المتغير العشوائي (X) يمثل مدة العمل بالساعة لجهاز كهربائي ، وله دالة الكثافة التالية:

$$f(X)=\begin{cases}\frac{1}{500}e^{\frac{-X}{500}} & X\geq 0\\ 0 & \sin on\end{cases}$$

1. ما هو احتمال أن يعمر هذا الجهاز مدة 600 ساعة على الاكثر ؟
2. ما هو احتمال أن يعمر هذا الجهاز مدة بين 400 و 600 ساعة ؟
3. احسب متوسط عمر الجهاز وتباينه.

التمرين الثاني:

لنفرض أن المتغير العشوائي T يمثل العمر الزمني بالسنة (الزمن حتى التعطل) لنوع معين من الأجهزة، لنفرض أن المتغير العشوائي يتوزع وفق التوزيع الأسي بالمعلَمة 5 ، إذا قمنا بتشغيل أربعة أجهزة من هذا النوع في نفس الوقت وبشكل مستقل:

1- فما هو احتمال أن يستمر الجهاز الأول بالعمل أكثر من ثمان سنوات ؟
2- حدد التوقع والتباين.

التمرين الثالث:

إذا كان المتغير العشوائي (X) يمثل الفترة الزمنية لمدة صلاحية عمل آلة ما ، وله دالة الكثافة التالية:

$$f(X)=\begin{cases}\frac{X}{8}e^{\frac{-X}{2}} & X\geq 0\\ 0 & \sin on\end{cases}$$

- الدالة الأصلية : $X\geq 0 \quad F(X)=P(X\leq x)=-\frac{1}{4}e^{\frac{-X}{2}}(X+2)$

1- ما هو احتمال أن تستمر الالة بالعمل لأكثر من 10 سنوات ؟
2- ما هو احتمال أن تستمر الالة بالعمل لمدة 8 سنوات على الاقل ؟
3- حدد التوقع والتباين.

التمرين الرابع:

نسبة الإنتاج المباع في مؤسسة تتبع التوزيع التالي:

$$f(X)=\begin{cases}12X^{2}(1-X) & 0\leq X\leq 1\\ 0 & \sin on\end{cases}$$

1- أحسب احتمال أن تفوق نسبة الانتاج 35%.
2- أحسب النسبة المتوقعة. والتباين.

التمرين الخامس:

المتغير العشوائي (X) المعبر عن نسبة الانتاج التالف في مصنع ما يتبع الصيغة التالية:

$$f(X)=\begin{cases}6X^{2}(1-X) & 0\leq X\leq 1\\ 0 & \sin on\end{cases}$$

1- ما هو احتمال أن تكون نسبة الانتاج التالف لا تتجاوز 25%.
2- ما هو احتمال أن تكون نسبة الانتاج التالف 10% على الاقل.
3- ما هو احتمال أن تكون نسبة الانتاج التالف تتراوح بين 30% و 70%.