PLAN DU COURS

I. Terminologie, contexte (déjà fait)

II. Sources de perturbations (déjà fait)

III. Electromagnétisme

IV. Effets Electromagnétique des conducteurs

V. Couplages des perturbations

VI. Masse et blindage

VII. Réduction des couplages

VIII. Norme de la CEM

III. Electromagnétisme

III.1. Grandeurs électromagnétiques

Dans tous les problèmes qui nécessitent la détermination du champ électromagnétique qui règne à chaque instant aux divers points d'un système matériel, en particulier les problèmes relatifs à la propagation des ondes, on a à utiliser les équations de Maxwell et trouver les grandeurs locales suivantes :

- Un système de champs électrique $\vec{E}(\frac{V}{m})$ et magnétique $\vec{H}(\frac{A}{m})$
- Un système d'inductions électrique $\vec{D}(\frac{A.s}{m^2})$ et magnétique $\vec{B}(T)$
- Un champ vectoriel électrique densité de courant $\vec{J}(\frac{A}{m^2})$
- Un champ scalaire électrique charge d'espace $\rho(\frac{C}{m^3})$

La loi de Faraday, le théorème d'Ampère et le théorème de Gauss ont été réunis par James **CLERK MAXWELL** (1831-1879). Ce savant a été capable de donner les découvertes une formulation la plus complète de l'électromagnétisme liant les grandeurs électriques et magnétiques dans les quatre équations aux dérivées partielles suivantes:

III.1.1. Equation de Maxwell-Gauss : $Div\vec{D} = \rho$

Dans un milieu diélectrique : $\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$, avec $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$.

ε : Permittivité diélectrique appelée aussi constante diélectrique

ε_r : Permittivité diélectrique relative du milieu

ε_0 : Permittivité diélectrique du vide

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2} = \frac{10^{-9}}{36\pi} \ (\frac{F}{m})$$

c : Vitesse de la lumière $(\frac{m}{s})$

En faisant l'intégrale sur le volume des membres de l'équation :

$$Div\vec{D} = \rho \rightarrow Div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

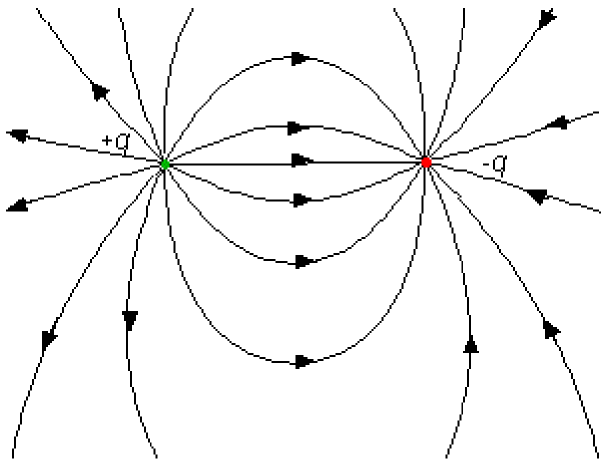
en tenant compte des relations suivantes :

$\iiint \left(Div\vec{E}\right)d\tau = \oiint \vec{E}\,\overrightarrow{dS}$ formule de d Ostrogorski

$\iiint \rho d\tau = Q$ Charges électriques

Nous aboutissons au théorème de Gauss :

$$\oiint \vec{E}\,\overrightarrow{dS} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$



- Le champ électrique est créé par les charges électriques,
- Les lignes de champs débutent par les charges positives et finisses par les charges négatives.

III.1.2. Equation de Maxwell-Ampère : $\overrightarrow{RotH} = \vec{J} + \frac{\overrightarrow{\partial D}}{\partial t}$

La divergence de l'équation Maxwell-Ampère donne :

$$div(\overrightarrow{RotH}) = div(\vec{J}) + \frac{\overrightarrow{\partial div(D)}}{\partial t}$$

- Le premier membre est nul car la divergence du rotationnel est nulle.
- Le second terme du second membre peut être simplifié en faisant intervenir l'équation de Maxwell-Gauss $Div\vec{D} = \rho$, on obtient :

$$div(\vec{J}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

- En faisant intervenir la loi d'Ohm ($\vec{J} = \sigma\vec{E}$) et en tenant compte une autre fois de l'équation M-G, on arrive à l'équation de conservation de la charge électrique : $\rho + \frac{\varepsilon_0}{\sigma}\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$

En introduisant :

- La relation magnétique : $\vec{B} = \mu\vec{H}$
- La relation diélectrique : $\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$

dans l'équation de M-A et elle devient : $\overrightarrow{RotB} = \mu_0(\vec{\mathbf{J}} + \varepsilon_0 \frac{\overrightarrow{\partial \vec{E}}}{\mathbf{\partial t}})$

On applique l'intégrale de surface :

$$\oiint \overrightarrow{Rot}\vec{B}\,\overrightarrow{dS} = \mu_0(\oiint \vec{\mathbf{J}}\overrightarrow{dS} + \varepsilon_0 \oiint \frac{\overrightarrow{\partial \vec{E}}}{\mathbf{\partial t}}\overrightarrow{dS})$$

En tenant compte : $\oiint \overrightarrow{Rot}\vec{B}\,\overrightarrow{dS} = \oint \vec{B}\overrightarrow{dl}$ et $I = \oiint \vec{\mathbf{J}}\overrightarrow{dS}$, et $I_D = \varepsilon_0 \oiint \frac{\overrightarrow{\partial \vec{E}}}{\mathbf{\partial t}}\overrightarrow{dS}$

Nous aboutissons au théorème d'Ampère:

$$\oint \vec{B}\overrightarrow{dl} = I + I_D \text{ Pour N spires : } \oint \vec{B}\overrightarrow{dl} = N(I + I_D)$$

I : Courant de conduction résultant du déplacement des charges électriques.

I_D : courant de déplacement, il résulte de la variation temporelle du champ électrique. Il est à l'origine de l'effet de propagation dans l'air.

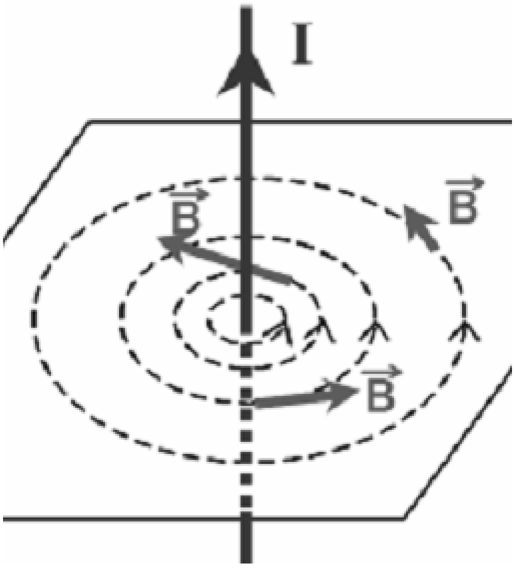
III.1.3. Equation de Maxwell-flux : $Div\vec{B} = 0$

En faisant l'intégrale sur le volume et en tenant compte de la formule d'Ostrogradski, nous arrivons à :

$$\oiint \vec{B}\,\overrightarrow{dS} = 0$$

Elle exprime que :

- Les lignes de champs magnétiques n'ont ni début ni fin.
- Il n'existe pas des charges magnétiques



III.1.4. Equation de Maxwell-Faraday : $\overrightarrow{RotE} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

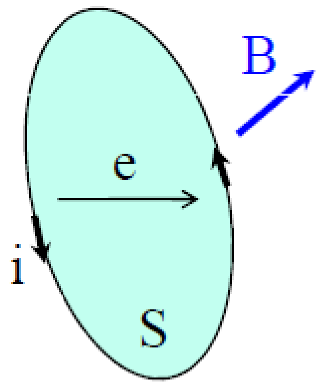
De la même manière que précédemment, l'intégrale de surface de l'équation M-F donne la forme suivante :

$$\iint \overrightarrow{RotE}\,\overrightarrow{dS} = -\iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\overrightarrow{dS} \rightarrow \int \vec{E}\,\overrightarrow{dl} = -\frac{\partial}{\partial t}\iint \vec{B}\,\overrightarrow{dS}$$

$$e = \int \vec{E}\,\vec{dl} = -\frac{\partial\emptyset}{\partial t}\ avec\ \emptyset = \iint \vec{B}\,\overrightarrow{dS}$$

e : est une force électromotrice induite (tension).

∅ : est le flux magnétique à travers la surface S.



III.2. Potentiel magnétique vecteur A et scalaire V

De l'équation de ***Maxwell-flux*** : $Div\vec{B} = 0$, on déduit que $\vec{B} = \overrightarrow{Rot}(\vec{A})$
On dit que l'induction magnétique B est dérive d'un potentiel magnétique vecteur A, ce qui conduit à : $div\left(\overrightarrow{Rot}(\vec{A})\right) = 0$

Si l'on introduit la relation $\vec{B} = \overrightarrow{Rot}(\vec{A})$ ans l'équation de ***Maxwell-Faraday***, il vient: $\overrightarrow{Rot\vec{E}} = -\frac{\overrightarrow{\partial B}}{\partial t} \rightarrow \overrightarrow{Rot\vec{E}} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\overrightarrow{Rot}(\vec{A})\right) \rightarrow \overrightarrow{Rot\vec{E}} + \frac{\partial}{\partial t}\left(\overrightarrow{Rot}(\vec{A})\right) = 0$

$$\rightarrow \overrightarrow{Rot}\left(\vec{E} + \frac{\overrightarrow{\partial A}}{\partial t}\right) = 0 \rightarrow \vec{E} + \frac{\overrightarrow{\partial A}}{\partial t} = -\overrightarrow{grad}V$$

Soit : $\vec{E} = -\frac{\overrightarrow{\partial A}}{\partial t} - \overrightarrow{grad}V$ dans le cas du régime permanent $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V$

III.3. Electrostatique

Définition : L'électrostatique est l'étude des interactions électriques entre des charges constantes et immobiles. Autrement dit, pas de courant électrique.

- Phénomène magnétostatique nul.
- Variations temporelle nulle.

Ce qui conduit à :

- Equation de ***Maxwell-Gauss* :** $Div\vec{E} \ = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ à partir de cette équation on a le théorème de ***Gauss*** $\oiint \vec{E}\,\overrightarrow{dS} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$
- Champ électrique créé par des particules chargés et représente la solution du théorème de Gauss :

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dq}{r^2}$$

- Equation de ***Maxwell-Faraday***

$$\overrightarrow{RotE} = 0 \rightarrow \vec{E} = -\overrightarrow{grad}V \ car \ rot(grad\ ) = 0$$

dans ce ca on dit que le champ électrique E dérive d'un potentiel V

$$W = \frac{1}{2}qV = \frac{1}{2}CV^2$$

Ou C : c'est la capacité

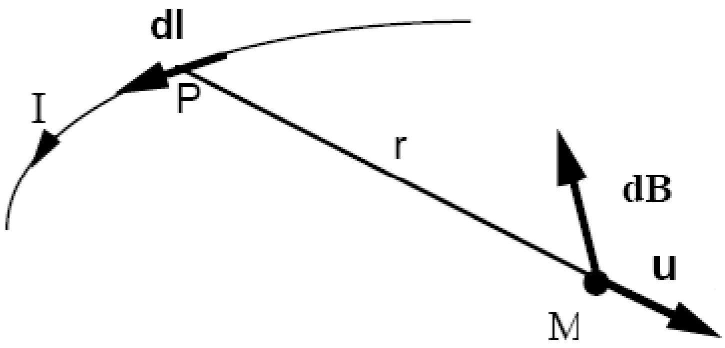
III.4. Magnétostatique – Loi de Biot et Savart

Définition : la magnétostatique est l'étude des phénomènes magnétiques statiques, génères par des courants constants uniquement (courant continu).

- Phénomène électrostatique nul.
- Variations temporelle nulle.

Ce qui conduit à :

- Equation de ***Maxwell-Gauss :*** $Div\vec{B} = 0$
- Equation de ***Maxwell-Ampère :*** $\overrightarrow{RotH} = \vec{J}$ à partir de cette équation, on a le théorème d'Ampère : $\oint \vec{B}\overrightarrow{dl} = I$



La solution du théorème d'Ampère est donnée par la loi de Biot et Savart :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\overrightarrow{dl}\wedge\vec{u}}{r^2}$$

III.5. Calcul du champ magnétique dans quelques cas simples

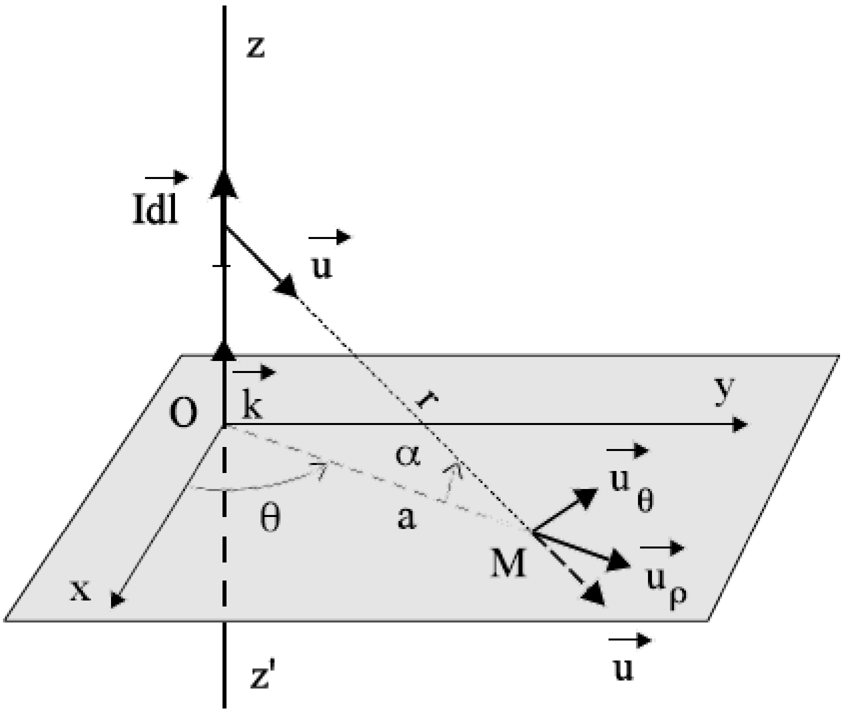
III.5. 1. Champ créé au voisinage d'un courant rectiligne infini

On considère le fil rectiligne infini, on choisit l'axe $[Oz]$ dans la direction du fil. On suppose que le fil est parcouru par un courant uniforme d'intensité I.

- ✓ Déterminer l'expression du champ magnétique créé par ce fil.

Solution :

Dans un repère $[Oxyz]$, on considère un fil rectiligne infini de section négligeable, d'axe zz' parcouru par un courant *stationnaire* d'intensité I . Déterminons le champ magnétique produit en un point M de coordonnées $(\rho = a, \theta, z = 0)$, du plan $[Oxy]$ comme montre la figure ci dessous.



le champ créé en M par un élément dl de courant situé à une distance r est

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\vec{dl}\wedge\vec{u}}{r^2}$$

Notons α l'angle $(\vec{u}_\rho, \vec{u})$ alors : $\vec{dl} = dz\vec{k}$ et $\vec{u} = \cos(\alpha)\vec{u}_\rho - \sin(\alpha)\vec{k}$ d'ou $\vec{dl}\wedge\vec{k} = dzcos(\alpha)\vec{k}\wedge\vec{u}_\rho = dzcos(\alpha)\vec{u}_\theta$, Par conséquent, quel que soit θ

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idzcos(\alpha)}{r^2}\vec{u}_\theta$$

Maintenant, pour déterminer B créé par le fil en entier, il faut sommer les champs $d\vec{B}$ produits par tous les éléments dl , Il est commode de choisir α comme variable et d'écrire ainsi :

$$z = tg(\alpha) \Rightarrow dz = ad\left(\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}\right) = a\frac{d\alpha}{\cos(\alpha)^2}$$

et $r = \frac{a}{\cos(\alpha)}$, donc : $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Ia\cos(\alpha)^3 d\alpha}{\cos(\alpha)^2 a^2}\vec{u}_\theta = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cos(\alpha)d\alpha}{a}\vec{u}_\theta$

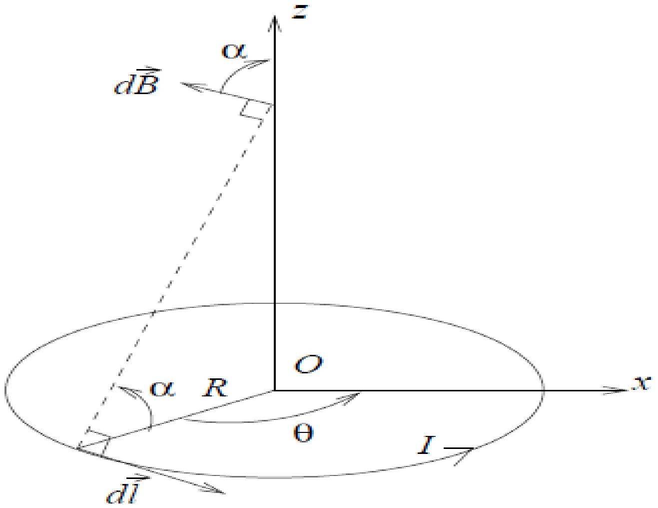
alors $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{a}\int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} cos(\alpha)d\alpha\,\vec{u}_\theta = \frac{\mu_0}{2\pi a}I$

- ✓ ***Remarques :***
  - ✓ Pour une distance a assez grande $\vec{B} \to 0$
  - ✓ $\vec{B}$ est bien toroïdal (à lignes de champ circulaires) d'axe zz' comme attendu d'après les propriétés de symétrie du paragraphe précédent.
  - ✓ Le sens de $\vec{B}$ est le sens de rotation d'un tire-bouchon progressant comme le courant.

III.5. 2. Champ créé sur l'axe d'un courant circulaire

On considère une boucle de courant circulaire de rayon R , de centre O et dans le plan $z = 0$ parcouru par un courant d'intensité I. Pour un point M quelconque situé sur l'axe $[Oz]$, comme montre la figure ci dessous.

- ✓ déterminer l'expression du champ magnétique créé par cette boucle.



Solution :

L'élément infinitésimal de champ magnétique $d\vec{B}$ créé par un élément de courant $dl\ = \ Rd\theta$ est d'après la loi de Biot-Savart.

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\vec{dl}\wedge\vec{u}}{r^2}$$

$$dB_z = dB\cos(\alpha) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}\frac{R}{\sqrt{(R^2+z^2)}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IRd\theta}{(R^2+z^2)}\frac{R}{\sqrt{(R^2+z^2)}}$$

ou on a utilisé le fait que dl et r sont perpendiculaires. L'intégration sur la boucle de courant conduit

$$`B_z = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IR^2}{(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}\int_0^{2\pi} d\theta = \frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2}{(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

- ✓ Le champ magnétique au centre de la spire $B_z = \frac{\mu_0}{2}\frac{I}{R}$