

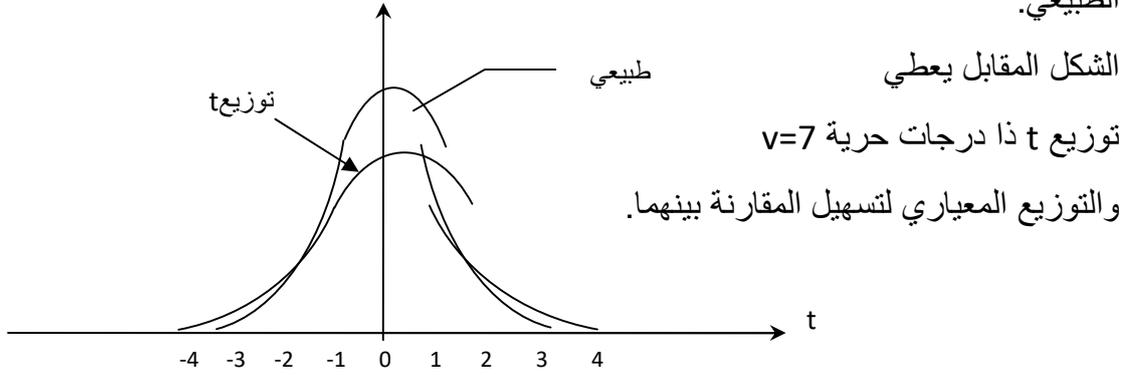
محاضرة رقم 8

2.iii توزيع t :

تعريف: إذا كان توزيع الكثافة الإحتمالي للمتغير العشوائي t معطى بالمعادلة:

فإن هذا التوزيع يسمى توزيع t، حيث v يسمى درجات الحرية و c ثابت يعتمد على v ليجعل المساحة تحت المنحنى تساوي 1.

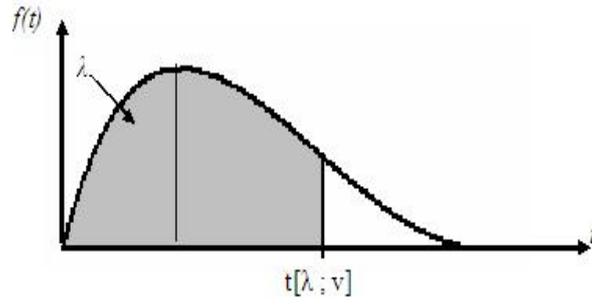
إن المعادلة السابقة تعين لنا منحنى توزيع t الذي يشبه شكل الجرس وهو أحادي المنوال حيث له قمة تقابل $t=0$ وهو متمائل حول العمود المقام على $t=0$ ويشبه شكله شكل التوزيع الطبيعي المعياري إلا أنه أكثر إنخفاضا منه بالإضافة إلى ان تقارب طرفيه من الصفر عندما $t \rightarrow -\infty$ و $t \rightarrow +\infty$ أبطأ من تقارب طرفي التوزيع الطبيعي المعياري وعندما يزداد عدد درجات الحرية فإن توزيع t يقترب من التوزيع الطبيعي.



تحسب الاحتمالات تحت توزيع t بحساب المساحات تحت منحنى ذلك التوزيع بعد معرفة درجات الحرية له، ويوجد جداول خاصة لهذه المساحات (أنظر الجدول الملحق مع المحاضرة). حيث يسجل درجات الحرية في العمود الأيسر وعلى الخط الأفقي نسجل مساحات معينة، أما الأعداد داخل الجدول فتمثل قيم t التي تقع المساحة المعينة إلى يسارها.

فمثلا $t=1,812$ هي القيمة التي يقع على يسارها 0,95 من المساحة تحت توزيع t ذي 10 درجات حرية، و $t=2,518$ هي قيمة t ذي درجات حرية 21 التي يقع إلى يسارها 0,99 من المساحة، أما إذا أردنا إيجاد المساحة الواقعة إلى يسار قيمة t تحت توزيع t ذي درجات حرية معينة، فإننا ننظر في عمود درجات الحرية ونجد أقرب عدد للقيمة المعطاة لدينا، ثم نجد المساحة إلى يسار تلك القيمة من الخط الأفقي المقابل لذلك العدد.

نعبر عن قيمة t التي يكون إلى يسارها مساحة λ تحت منحنى توزيع t ذي v درجات حرية بالرمز $t[\lambda ; v]$ لقيم λ القريبة من 1، أما عندما تكون λ صغيرة مثل 0,01، 0,05 وغيرها فتستعمل القاعدة:



وذلك بسبب تماثل توزيع t حول العمود المقام على الصفر. $t[\lambda; v] = -t[1-\lambda; v]$

مثال: المتغير العشوائي t يخضع لتوزيع t ذي درجات حرية 15، أوجد:

1. المساحة الواقعة إلى يسار $t=2.13$

الحل: بالنظر إلى درجات الحرية 15 في جدول توزيع t والسير أفقياً نجد أن أقرب عدد للقيمة المعطاة هو 2,131 وبالصعود عمودياً تلاحظ أن المساحة 0,975

2. ما هي قيمة t التي يقع إلى يسارها مساحة 0,01

الحل: بالنظر إلى درجات الحرية 15 في العمود الأيسر، 0,99 في الخط الأفقي نجد القيمة $t=2,602$ وهي القيمة التي يقع إلى يسارها مساحة 0,99 وبما أننا نريد القيمة التي يقع إلى يسارها مساحة 0,01 فإن القيمة تساوي -2,602 بالتماثل.

3. أوجد λ بحيث:

$$t[\lambda; 15] = -2,602$$

الحل: بالتماثل

$$t[\lambda; 15] = -t[1-\lambda; 15]$$

$$\therefore [1-\lambda; 15] = 2,602$$

ومن الجدول مباشرة :

$$1-\lambda = 0,99$$

$$\therefore \lambda = 0,01$$

مثال: أوجد قيمة t لكل مما يأتي:

$$t [0,975 ; 20] , \quad t [0,995 ; 12]$$

$$t [0,95 ; 5] , \quad t [0,05 ; 5]$$