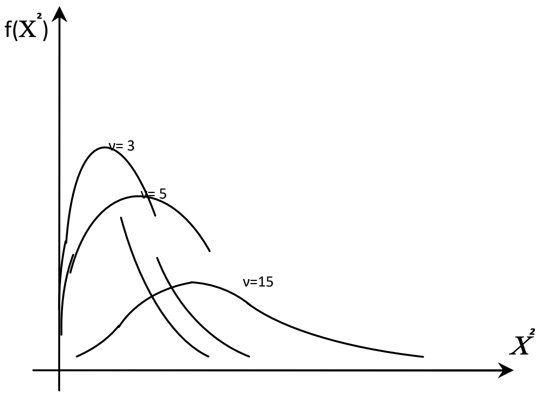
محاضرة رقم 9 و 10

3.III توزيعكاي تربيع X^2:

تعريف: إذا كان توزيع الكثافة الإحتمالي للمتغير العشوائي X^2معطى بالمعادلة:

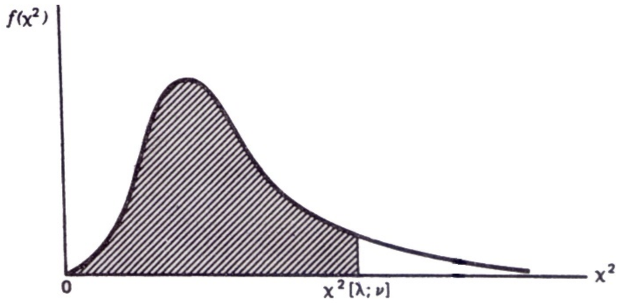
فإن هذا التوزيع يسمى توزيع كاي تربيع ذا درجات حرية v حيث c يعتمد على v وتحدد بحيث تكون المساحة تحت المنحنى 1.

إن المعادلة السابقة تعين لنا منحنى كاي تربيع، والشكل الموالي يمثل منحنى ذلك التوزيع على درجات حرية v=3، v=5، v=15.



ولإيجاد المساحات تحت منحنى كاي تربيع أو إيجاد القيم التي يقع إلى يسارها أو إلى يمينها مساحة معينة نستعمل جدول كاي تربيع حيث يسجل عدد درجات الحرية في العمود الأيسر وتسجل المساحات إلى يسار قيمة X^2 على الخط الأفقي وتسجل قيم X^2 داخل الجدول.

نعبر عن قيمة X^2 التي يقع إلى يسارها مساحة λ تحت منحنى توزيع X^2 على درجات حرية v بالرمز $X^2[\lambda ; v]$ كما يظهر في الشكل الآتي والجدول الملحق مع المحاضرة.



مثال: إذا كان X^2 يخضع لتوزيع كاي تربيع على درجات حرية 10 أوجد:

1) قيمة X^2 التي يكون إلى يسارها 0,99 من المساحة.
2) قيمة X^2 التي يكون إلى يمينها 0,01 من المساحة.
3) قيمة X^2 التي يكون إلى يسارها 0,975 والقيمة التي يكون إلى يسارها 0,025 من المساحة.

الحل:

1) $X^2[0,99 ; 10] = 23,209$

2) النقطة التي يكون إلى يمينها 0,01 من المساحة هي النقطة التي يكون على يسارها 0,99 من المساحة فالقيمة المطلوبة هي:

$X^2[0,99 ; 10] = 23,209$

3) $X^2[0,975 ; 10] = 20,483$

$X^2[0,025 ; 10] = 3,247$

4.III توزيعF:

من التوزيعات الاحتمالية الهامة التي تستعمل في إختبار الفرضيات هو توزيع F.

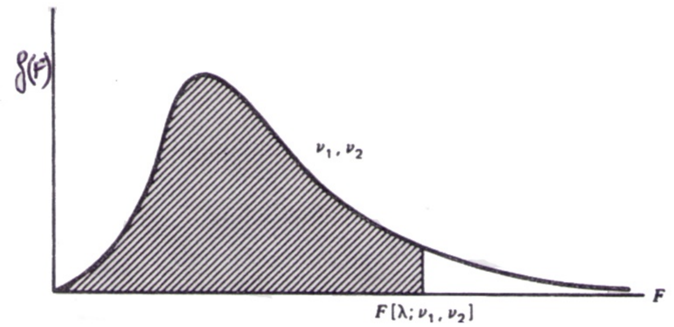
تعريف: إذا كان توزيع الكثافة الاحتمالي للمتغير العشوائي F معطى بالمعادلة:

فإن هذا التوزيع يسمى توزيع F ويعبر عنه بالرمز $F(v_1,v_2)$ حيثv_1 و v_2 هي درجات الحرية و c ثابت يعتمد على v_1 و v_2 ويعين بحيث تصبح المساحة تحت منحنى التوزيع تساوي 1.

يوجد لهذا التوزيع عددان من درجات الحرية، وبما أن v_2 يظهر في المقام فقط فإنه يعتبر درجات حرية المقام ويعتبر v_1 درجات حرية البسط ويظهر v_1 قبل v_2 في الرمز $F(v_1,v_2)$.

إن اقتران الكثافة الاحتمالي يعين الرسم البياني لمنحنى توزيع F الذي يعتمد على كلا درجات الحرية v_1و v_2.

الشكل اللاحق يعطي منحنى هذا التوزيع ونلاحظ أنه عندما يكون $v_1>2$و $v_2>2$ فإن توزيع F أحادي المنوال ملتو إلى اليمين قليلا، وكلما إزدادت درجات الحرية v_1 و v_2 يقترب توزيع F من التوزيع الطبيعي وهو موجب لجميع قيم F بين الصفر واللانهاية.



هذا ويمكن استعمال الجداول الملحقة لإيجاد المساحات تحت منحنى توزيع F ونستعمل الرمز $F[\lambda ; v_1 , v_2]$ ليدل على النقطة على المحور الأفقي التي يكون إلى يسارها مساحة λ كما يظهر في الشكل السابق.

فمثلا : $F[0,95 ;9 , 7] = 3,68$, $F[0,025 ;11 , 10] = 0,283$

وإذا عرفت درجات الحرية وقيمة F نستطيع إيجاد المساحة إلى يسار F وإلى يمينها من الجداول أيضا، فمثلا لإيجاد المساحة إلى يسار F=3 إذا كانت $v_1=7$ و$v_2=20$ ، نلاحظ أن أقرب عدد في الجدول للقيمة 3 هو 3,01 فنجد:

$F[0.975 ; 7, 20] = 3,01$ وتكون المساحة المطلوبة 0,975

مثال: أوجد $F[0,05 ; 10 , 7]$

$F[0,01 ; 11 , 15]$

عند قرائتنا لجداول F نلاحظ أن بعض القيم غير موضوعة فيها مثل $F[0,05 ; v_1 , v_2]$ أو $F[0,01 ; v_1 , v_2]$, ولإيجاد هذه القيم نستعمل القاعدة:

$$F[\lambda ;\ v_1 , v_2] = \frac{1}{F[1-\lambda ;\ v_2 , v_1]}$$

$$F[0,05 ;\ 10 , 7] = \frac{1}{F[0,95 ;\ 7 , 10]} = \frac{1}{3,14} = 0,318$$

$$F[0,01 ;\ 11 , 15] = \frac{1}{F[0,99 ;\ 15 , 11]} = \frac{1}{4,25} = 0,235$$