Programmation Linéaire (PL)

Algorithme du Simplexe (Forme matricielle)

Entrée : PL où toutes les contraintes fonctionnelles sont de la forme ≤.

Sortie : Solution optimale du PL (unique, multiple, infinie ou pas de solution).

Début

Etape 1 : Initialisations.

- Ecrire le PL dans la forme standard (en rajoutant les variables d'écart).
- Déterminer solution de base de départ en prenant comme matrice de base celle composé de vecteurs associés aux variables d'écart ; $\boldsymbol{AX = B.X_b + E\,X_e = b,}$ Poser $\boldsymbol{X_e = 0}$ et déterminer la solution de base qui est : $\boldsymbol{X_b = B^{-1}b = b}$ et $\boldsymbol{Z = c_b X_b}$.
- Pour chaque variable hors base $\boldsymbol{X_k}$ Calculer $\boldsymbol{c_j - z_j}$avec $\boldsymbol{z_j = c_b B^{-1} A_k}$.

Etape 2 : Recherche de la solution optimale.

Tant Que [($\boldsymbol{\exists j \in E_e : c_j - z_j > 0}$) pour Max / ($\boldsymbol{\exists j \in E_e : c_j - z_j < 0}$) pour Min] Faire

// $\boldsymbol{c_j - z_j}$ pour les variables hors base.
Déterminer la variable entrante $\boldsymbol{X_k}$ selon le critère :
$\boldsymbol{Max\{c_j - z_j / c_j - z_j > 0\} = c_k - z_k \ \forall k \in E_e}$ **pour Max**
/ $\boldsymbol{Min\{c_j - z_j / c_j - z_j < 0\} = c_k - z_k \ \forall k \in E_e}$ **pour Min**
Si ($\boldsymbol{P_i = B^{-1}A_k \leq 0}$) Alors
Stop, pas de solution optimale dont la valeur de **Z** est **finie**
Sinon
Déterminer la nouvelle solution de base comme suit :
- $\boldsymbol{X_b = B^{-1}b - B^{-1}A_k X_k = \overline{b} - P_i X_k}$ qui détermine la variable sortante $\boldsymbol{X_k}$ selon le critère : $\boldsymbol{X_k = \min_{1 \leq i \leq m} \left\{ \frac{\overline{b_\iota}}{P_i}, P_i > 0 \right\}}$
- $\boldsymbol{Z' = Z + (c_k - z_k) X_k}$

FSi
Pour la nouvelle base et pour chaque variable hors base $\boldsymbol{X_i}$calculer $\boldsymbol{c_i - z_i}$.

FTQue

Si [($\boldsymbol{\forall j \in E_e : c_j - z_j < 0}$) pour Max / ($\boldsymbol{\forall j \in E_e : c_j - z_j > 0}$) pour Min] Alors
Stop, la solution de base actuelle est optimale et unique
Sinon
Stop, la solution de base actuelle est optimale et multiple
FSi

Fin