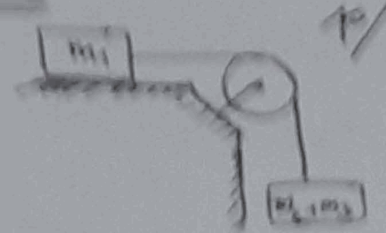
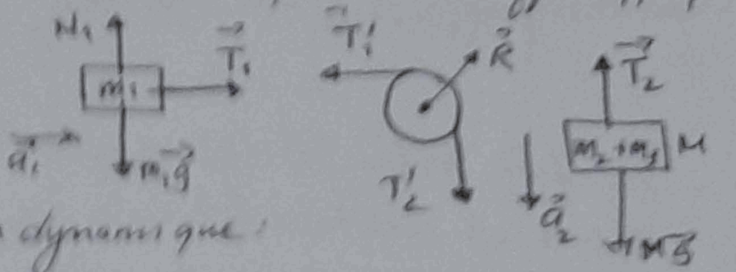
Corrigé TD 04 Phys01 2023

Ex 1 : Part I



1°/ 1° On isole les éléments du système et on représente les efforts appliqués ①



2°/ On applique la 2ème loi de la dynamique :

m_1 : $\sum \vec{F}^{ext} = m_1\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{T}_1 = m_1\vec{a}_1$, M : $\sum \vec{F}^{ext} = M\vec{g} + \vec{T}_2 = M\vec{a}_2$

Pour résoudre le problème on passe aux équations sous forme scalaire c.à.d on fait la projection suivant un repère choisi

m_1 : $\begin{cases} m_1 g - N_1 = 0 & \text{(pas de mvt dans cette direction)} \\ T_1 = m_1 a_1 & (1) \end{cases}$

M : $\begin{cases} M_1 g - T_2 = m_2 a_2 & (2) \end{cases}$

2 équations à 4 inconnues. Pour résoudre le système, on cherche d'autre d'autre équation et on pose des équation de contraintes.

- fil de masse négligeable et inextensible $\Rightarrow$ $a_1 = a_2 = a$, $T_1 = T_1'$, $T_2 = T_2'$
- Poulie de masse négligeable et sans frottement $T_1' = T_2'$

③ $a_1 = a_2 = a$

$T_1 = T_2 = T$ ④

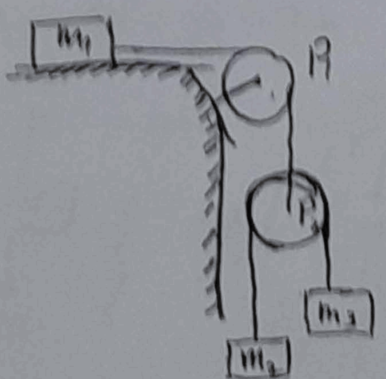
$\Rightarrow \begin{cases} T = m_1 a & (1) \\ M_1 g - T = Ma \ (2) \Rightarrow M_1 g - m_1 a = Ma \Rightarrow M_1 g = (m_1 + M)a \end{cases}$

$\Rightarrow \quad a = \frac{Mg}{m_1 + M} \qquad M = m_2 + m_3 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{m_2 + m_3}{m_1 + m_2 + m_3} g$

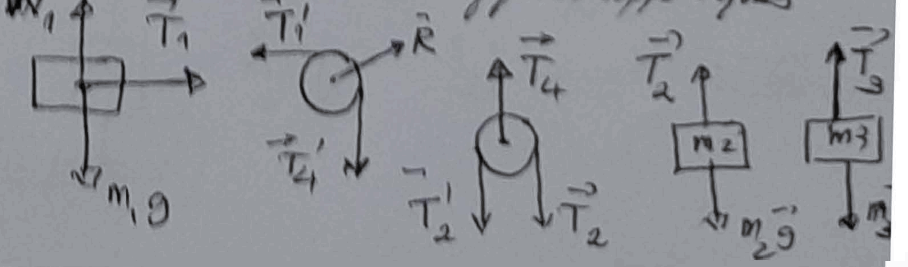
3°/ La tension dans le fil : (1) $\Rightarrow$ $T = m_1 a$

$$T = \frac{m_1(m_2 + m_3)}{m_1 + m_2 + m_3} g$$

Part II :



1° on isole les éléments du système et on représente les efforts appliqués



- Appliquons la 2ème loi de la dynamique à nos éléments.

$m_1 : \begin{cases} m_1 g - N_1 = 0 \\ T_1 = m_1 a_1 \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} m_2 : m_2 g - T_2 = m_2 a_2 \\ m_3 : m_3 g - T_3 = m_3 a_3 \end{cases}$

- Le fil reliant la poulie mobile et la masse "m_1" est sans masse et inextensible $\Rightarrow (a_{p_2} = a_1)$. l'accélération de cette poulie et la masse m_1 est la même : $\boxed{a_1 = a_{p_2}}$

- Le mouvement des masse m_2 et m_3 :
puisque la poulie se déplace et entraine avec elle, m_2, m_3 qui sont en mvt par rapport à celle-ci, pour calculer les vitesses et par conséquences les accélération on utilise la loi de composition des vitesse et des accélération - (ici on a un mvt de translation seul des masse m_2 et m_3 ainsi que la poulie P_2.

$\boxed{\vec{v}_a = \vec{v}_r + \vec{v}_e}$ $\quad$ $\boxed{\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_e}$

L'accélération de la poulie est "a_1" : qui est l'accélération d'entrainement, les accélération de m_2 et m_3 sont égales mais opposées car le fil est inextensible, la distance accrue (m_3, P_2) de la masse m_3 est la même que celle diminuée pour m_2 entre m_2 et P_2. $c^{te} = l = x_2 + x_3 \Rightarrow \frac{d^2 l}{dt^2} = \frac{d^2 x_2}{dt^2} + \frac{d^2 x_3}{dt^2} \Rightarrow$

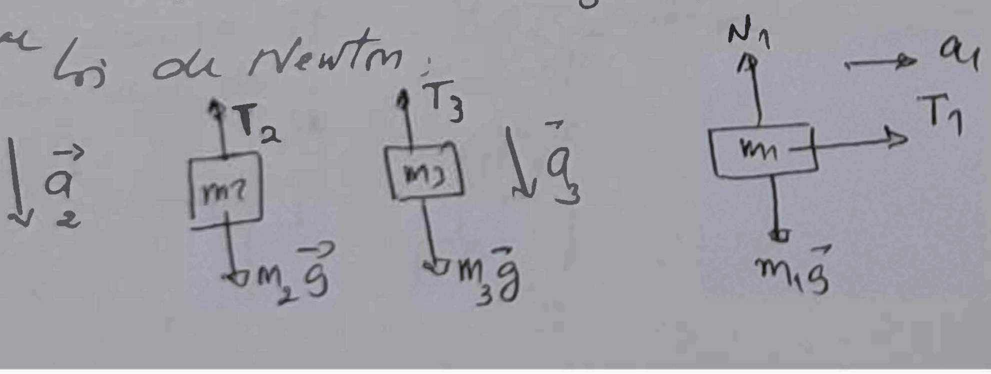
"(a'_2 et a'_3)" dans ce cas sont les accélérations relative

$$a = a'_3 = -a'_2$$

on trouve finalement, les accélération absolues par rapport au sol (ref absolue) : $a_2 = a_1 - a$ et $a_3 = a_1 + a$

Appliquons la 2ème loi de Newton :

$\sum \vec{F}^{ex} = m\vec{a}$



$$\Rightarrow \begin{cases} m_1 : T_1 = m_1 a_1 \\ m_2 : m_2 g - T_2 = m_2 a_2 \\ m_3 : m_3 g - T_3 = m_3 a_3 \end{cases}$$

or, le fil est inextensible, la poulie est sans masse et sans frottement.

$$\Rightarrow \begin{cases} a_2 = a_1 - a \\ a_3 = a_1 + a \\ T_1 = 2T_2 = 2T_3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_1 : T = m_1 a_1 \\ m_2 : 2m_2 g - T = 2m_2 (a_1 - a) \\ m_3 : 2m_3 g - T = 2m_3 (a_1 + a) \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} 2m_2 g - m_1 a_1 = 2m_2 (a_1 - a) \quad (4) \\ 2m_3 g - m_1 a_1 = 2m_3 (a_1 + a) \quad (5) \end{matrix}$$

$(4) + (5) \Rightarrow$

$$a_1 = \frac{4 m_2 m_3}{4 m_2 m_3 + m_1 (m_2 + m_3)} \cdot g$$

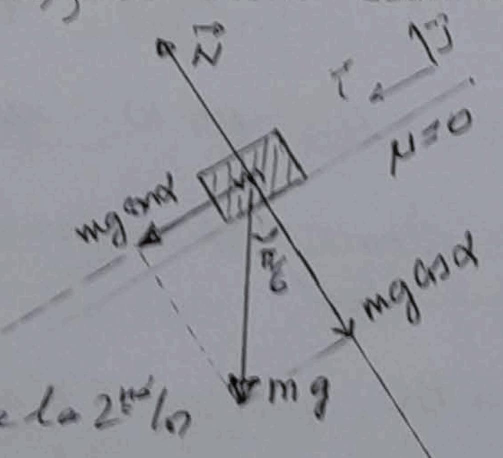
2°/ Les tensions dans les fils

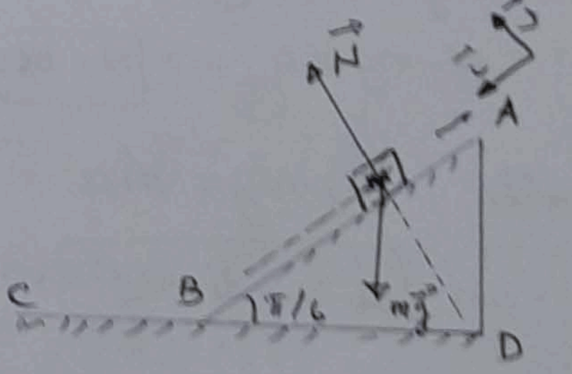
- fil reliant la poulie P_1 et m_1 : $$T = m_1 a_1 = \frac{4 m_1 m_2 m_3}{4 m_2 m_3 + m_1 (m_2 + m_3)} g$$

- fil reliant les deux masses m_2 et m_3 $$T_2 = T_3 = \frac{T}{2} = \frac{2 m_1 m_2 m_3}{4 m_2 m_3 + m_1 (m_2 + m_3)} g$$

Exercice 02 :

- On isole la masse "m" et on représente les efforts auxquels elle est soumise





- On applique la 2ème loi

$$\sum \vec{F}^{ex} = \vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

équation scalaire : $\begin{cases} \vec{i} : mg \sin\alpha = ma \\ \vec{j} : N - mg \cos\alpha = 0 \end{cases}$ (pas de mvt suivant $\vec{j}$)

$$\alpha = \pi/6 \Rightarrow \{ \; mg \cdot 1/2 = ma \Rightarrow a = g/2$$

$$\boxed{a = 5 \, m/s^2}$$

1°/ La vitesse au point B :

puisque "$a = 5 m/s^2$" le mouvement est uniformément varié

$\Rightarrow$ $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$, $v_0 = 0$ $x_0 = 0 = x_A$, $v = v_B$, $AB = x_B = 3,6m$

$\Rightarrow v_B^2 - 0 = 2.5.3,6 = 36$ $\Rightarrow \boxed{v_B = 6 m/s}$

* Si la masse "m" subit une chute de $A \to D$:

L'équation de la chute (mvt uniformément varié)

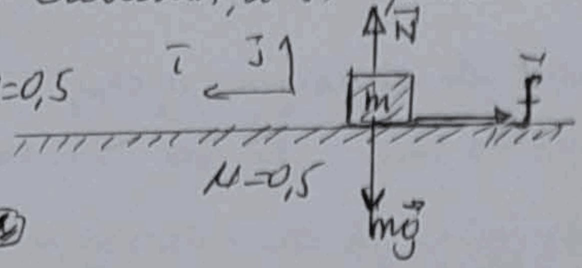
$v_D^2 - v_A^2 = 2g(y_D - y_A)$ $v_A = 0$, $y_A = 0$, $y_D - y_A = h$

$v_D^2 = 2gh$ or $h = AB \sin\alpha = 3,6 . \frac{1}{2} = 1,8 m$

$v_D = \sqrt{2 . 10 . 1,8} = 6 m/s$ $\boxed{v_D = 6 m/s}$

Conclusion : Si le trajet que suit "m" est lisse quelque soit son orientation et élévation, il est équivalent à une chute libre.

2°/ Tronçon BC : rugueux : $\mu = 0,5$



$\vec{N}$: réaction normal
$m\vec{g}$: poids
$\vec{f}$: force de frottement

$\sum \vec{F}^{ex} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{f} = m\vec{a}$ (*)

$\begin{cases} \vec{i} : & -f = ma \quad (1) \\ \vec{j} : & N - mg = 0 \quad (2) \Rightarrow \boxed{N = mg} \end{cases}$

puisque $f = \mu N \Rightarrow f = \mu mg$ (3)

(1) $\leftrightarrow$ (3) $-\mu \cancel{m} g = \cancel{m} a$ $\Rightarrow a = -\mu g = -0,5 . 10$

$\Rightarrow \boxed{a = -5 m/s^2}$ Le mouvement est uniformément varié et est décéléré

$\Rightarrow v_C^2 - v_B^2 = 2a(x_C - x_B) = 2a\,BC$ pour qu'il s'arrête $v_C = 0$.

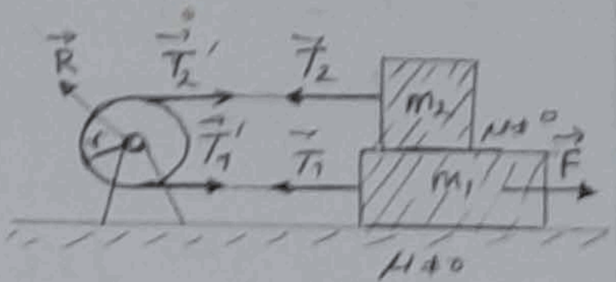
$0 - v_B^2 = 2a\,BC \Rightarrow BC = \frac{-v_B^2}{2a}$ $BC = \Delta x = \frac{-36}{-10} = +3,6m$

$\boxed{BC = 3,6 m}$

• La distance parcourue est : $d = AB + BC = 3,6 + 3,6 = 7,2 m$

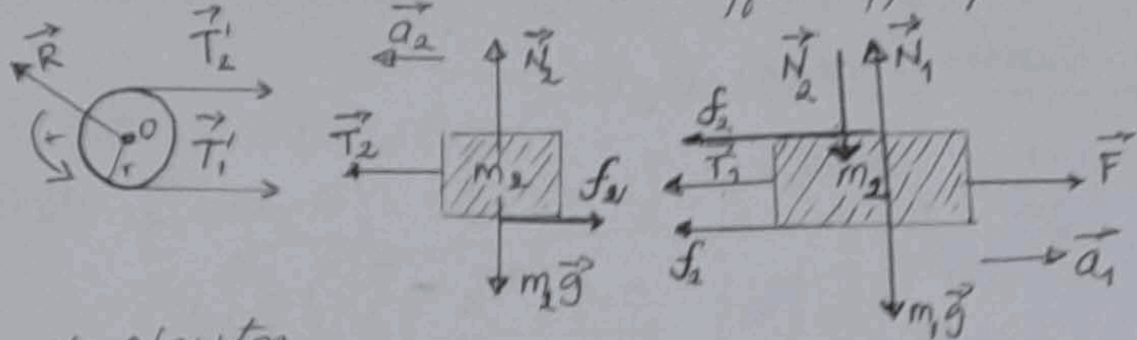
$d = 7,2 m$

Exercice 03:



- fil inextensible et de masse negligeable
- Poulie a une masse M avec un moment d'inertie "I"

on represente les éléments isolés avec les efforts appliqués.



2nd loi de Newton

Translation : m_1, m_2 :
$$\begin{cases} m_1 : \sum \vec{F}^{ex} = \vec{T_1} + m_1\vec{g} + \vec{N_1} + \vec{N_2} + \vec{f_1} + \vec{f_2} + \vec{F} = m_1\vec{a_1} \\ m_2 : \sum \vec{F}^{ex} = m_2\vec{g} + \vec{N_2} + \vec{T_2} + \vec{f_2} = m_2\vec{a_2} \end{cases}$$

Equation scalaires :
$$\begin{cases} T_2 - f_2 = m_2 a \\ F - f_1 - f_2 - T_1 = m_1 a \end{cases}$$

$f_2 = \mu N_2 = \mu m_2 g$

$f_2 = \mu N_1 = \mu (m_1 + m_2) g$

$$\Rightarrow \begin{cases} T_2 - \mu m_2 g = m_2 a & (1) \\ -T_1 + F - \mu(m_1 + 2m_2) g = m_1 a & (2) \end{cases}$$

Rotation - Poulie $\sum \mathcal{M}_0 = I_0 \ddot{\theta}$ $\quad T_1' r - T_2' r = I\ddot{\theta}$

le point de contact de la poulie avec le fil est à : r

$$\Rightarrow \ddot{\theta} = a/r \quad \Rightarrow \left\{ T_1' - T_2' = Ia/r^2 \right. \quad (3)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} T_2 - \mu m_2 g = m_2 a & (1) \\ F - T_1 - \mu(m_1 + 2m_2) g = m_1 a & (2) \\ T_1' - T_2' = Ia/r^2 \Rightarrow T_1 - T_2 = \frac{Ia}{r^2} & (3) \end{cases}$$

fil inextensible et de masse negligeable

$T_1' = T_1$, $T_2' = T_2$

$a_1 = a_2 = a$

$(1)+(2) \Rightarrow F + T_2 - T_1 - \mu(m_1+3m_2)g = (m_1+m_2)a$

$$F - (T_1 - T_2) - \mu(m_1+3m_2)g = (m_1+m_2)a$$

$$F - Ia/r^2 - \mu(m_1+3m_2)g = (m_1+m_2)a$$

finalement $$a = \frac{F - \mu(m_1+3m_2)g}{m_1+m_2+I/r^2}$$

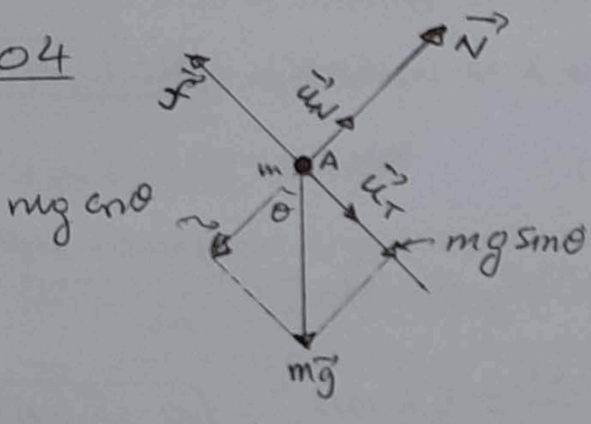
2-/ <u>Les tensions dans le fil</u>

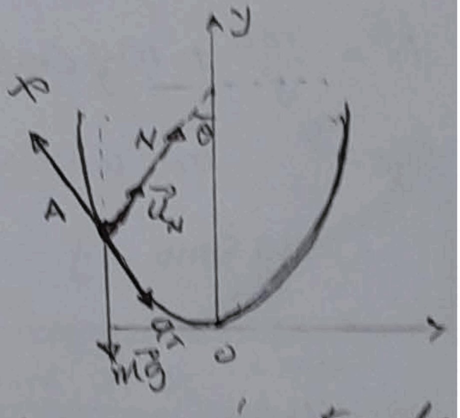
Eq (1): $T_2 - \mu m_2 g = m_2 a \Rightarrow T_2 = m_2(a+\mu g)$

$$T_2 = m_2\left(\frac{F - \mu(2m_2 - I/r^2)g}{m_1+m_2+I/r^2}\right)$$

Eq (3): $T_1 - T_2 = \frac{Ia}{r^2} \Rightarrow T_1 = T_2 + Ia/r^2$

<u>Exo4</u>





$y = \frac{1}{2}x^2$: A(2,2) $v_A = 5\,m/s$: • En ce point on représente les forces appliquées à la masse "m" après l'avoir isolé.

• On applique la loi fondamentale de la dynamique

$$\sum \vec{F} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{f} = m\vec{a}$$

• On choisit le repère intrinsèque $(\vec{u}_T, \vec{u}_N)$: $\sum \vec{F} = m(\vec{a}_T$

$\vec{u}_N$: $N - mg\cos\theta = ma_N = mv^2/\rho$ (1) $\quad a_N = v^2/\rho$

$a_T = dv/dt$

$\vec{u}_T$: $mg\sin\theta - f = ma_T = m\frac{dv}{dt}$ (2) $\quad f = \mu N$

on a deux équation à 4 inconnues
(f, N, ρ, a_T)

$\boxed{f = \mu N}$

D'après l'équation qui donne le rayon de courbure,

$$\rho = \frac{(1 + y'^2)^{3/2}}{y''}$$

$$\begin{cases} y' = \frac{dy}{dx} \quad \text{or } y = \frac{1}{2}x^2 \Rightarrow y' = x \quad \text{au pt A : } x = 2 \Rightarrow y' = 2 \\ \text{et } y'' = \frac{dy'}{dx} = 1 \quad \forall x \end{cases}$$

de plus, $\frac{dy}{dx} = tg\theta \Rightarrow \theta = artg(2) \Rightarrow \boxed{\theta = 63,435°}$

$$\Rightarrow \rho = \frac{(1+4)^{3/2}}{1} \qquad \boxed{\rho = 11,18\,m}$$

La normale peut-être déterminée à partir de l'éq (1)

$$N = \frac{mv^2}{\rho} + mg\cos\theta \Rightarrow N = \frac{2 \cdot 25}{11,18} + 2 \cdot 10 \cdot \cos(63,435) : \boxed{N = 13,41\,N}$$

2°/ $a_T = ?$ on utilise l'équation (2).

$$mg\sin\theta - f = mg\sin\theta - \mu N = ma_T \Rightarrow a_T = \frac{mg\sin\theta - \mu N}{m}$$

$$a_T = \frac{2 \cdot 10 \cdot \sin(63,435) - 0,5 \cdot (13,41)}{2} \simeq 5,6\,m/s^2 \qquad \boxed{a_T = 5,6\,m/s^2}$$