المحور الخامس : تسويق الخدمة: نظرية خطوط الانتظار

تعتبر نظرية خطوط الانتظار أو صفوف الانتظار من أحد أهم الأدوات في تخطيط ومراقبة العمليات الإنتاجية والمستخدمة على نطاق واسع في هذا المجال ومن الأمثلة على المشكلات التي يحتاج فيها متخذ القرار إلى الاستعانة بنظرية الصفوف ، مشكلة انتظار السيارات للإصلاح والصيانة في محطة خدمة ، مشكلة الكتب التي تنتظر دورها في الطباعة في المطبعة، مشكلة الآلات التي تنتظر دورها في الصيانة الوقائية أو الإجرائية في مصنع ما .

كما ويمكن الاستفادة من نظرية صفوف الانتظار في كل من التصنيع وتقديم الخدمات، ويساعد تحليل خطوط الانتظار من خلال تحليل طول خط الانتظار، ومتوسط وقت الانتظار إلى تحسين الأداء والخدمات المقدمة وتدنيه التكاليف أيضاً.

أولا: مفهوم و أهمية صفوف الانتظار

1- مفهوم صفوف الانتظار: تتكون نماذج صفوف الانتظار من معادلات وعلاقات رياضية يمكن توظيفها من أجل تحديد خصائص تشغيل (أو مقاييس أداء) لخط انتظار، ومن أهم خصائص التشغيل موضع الاهتمام في نطاق خطوط الانتظار ما يلي :

1-احتمال عدم وجود وحدات داخل النظام .

2-متوسط عدد الوحدات داخل خط الانتظار .

3-متوسط عدد الوحدات في النظام (عدد الوحدات في خط الانتظار مضافاً إليه عدد الوحدات التي تم خدمتها).

4-متوسط الوقت الذي تقضيه الوحدة الواحدة في خط الانتظار .

5-متوسط الوقت الذي تقتضيه الوحدة الواحدة في النظام(زمن الانتظار مضافاً إليه زمن الخدمة).

6-احتمال انتظار وحدة للحصول على الخدمة من بين الوحدات التي تم وصولها.

7-احتمال وجود (n) من الوحدات في النظام .

2- أسباب اهتمام الإدارة بصفوف الانتظار:

هناك عدد من الأسباب التي تبرز اهتمام الإدارة بخطوط الانتظار وهي:

1- تكلفة تهيئة مكان الانتظار.

2- احتمال فقدان مجال النشاط نظراً لمغادرة العملاء لخط الخدمة قبل حصولهم على الخدمة أو رفض الانتظار من أساسه.

3 احتمال فقدان السمعة.

4- احتمال انخفاض رضا العميل.

5- احتمال حدوث ارتباك في بقية أعمال المنشأة و/ أو العملاء .

ثانيا : التحليل الكمي و الاقتصادي لصفوف الانتظار

إن القرارات التي تشمل تصميم صفوف الانتظار سوف تعتمد على تقييم موضوعي لخواص عملية صف الانتظار، مثلا المدير قد يقرر أن متوسط وقت الانتظار دقيقة أو أقل وأن وجود عميلين أو أقل في النظام يعد من الأهداف المعقولة .

من جهة أخرى قد يرغب المدير في التعرف على تكلفة عملية نظام صف الانتظار ثم يحدد القرار الخاص بتصميم النظام على أساس أقل تكلفة ممكنة للساعة أو اليوم ، قبل أن يتم عمل

تحليل اقتصادي لصف الانتظار ، يجب أن يتم القيام بنموذج لإجمالي التكلفة يشمل تكلفة الانتظار وتكلفة الخدمة .

وللقيام بعمل هذا النموذج لإجمالي التكلفة لصف الانتظار ، سوف نبدأ بتحديد الرموز والمصطلحات المستخدمة .

C_w: تكلفة الانتظار لكل فترة زمنية لكل وحدة .

L: متوسط عدد الوحدات في النظام.

Cs : تكلفة الخدمة لكل فترة زمنية لكل فترة لكل قناة.

k : عدد القنوات .

TCU : إجمالي التكلفة لكل فترة زمنية.

إجمالي التكلفة هي مجموع تكلفة الانتظار وتكلفة الخدمة أي :

$$CL+CsK=Tc$$

يمكن التعبير عنها بطريقة أخرى كما يلي: التكلفة الكلية = تكلفة الانتظار + تكلفة الخدمة

التكلفة الكلية (تكلفة الانتظار لكل وحدة x متوسط عدد الوحدات في النظام)+ (تكلفة الخدمة لكل منفذ x عدد المنافذ)

لكي نقوم بعمل تحليل اقتصادي لصف الانتظار ، فإننا يجب أن نحصل على تحديدات معقولة لتكلفة الانتظار وتكلفة الخدمة ومن بين هاتين التكلفتين ، تكون تكلفة الانتظار هي الأصعب في التقييم ، ففي مشكلة المطعم الذي يقدم الوجبات السريعة تكلفة الانتظار لكل دقيقة ينتظرها العميل لكي يحصل على الخدمة ، هذه التكلفة ليست مباشرة بالنسبة للمطعم ، إذا تجاهل المطعم هذه التكلفة وسمح بوجود صفوف طويلة للانتظار ، سوف يحاول العملاء أن يحصلوا على الخدمة في مكان أخر ، وبالتالي سيعاني المطعم من نقص المبيعات وزيادة التكلفة .

يمكن القول بأن الهدف التقليدي لتحليل صفوف الانتظار هو تحقيق التوازن بين تكلفة تقديم مستوى معين من طاقة الخدمة وتكلفة انتظار العملاء لحين الحصول على الخدمة ، على سبيل المثال ، إنه في حالة تزايد طاقة الخدمة تزداد تكلفتها في شكل علاقة خطية . من جانب أخر إنه كلما زادت طاقة الخدمة(عدد منافذ تقديم الخدمة) كلما انخفض عدد العملاء المنتظرين لحين الحصول على الخدمة وكلما انخفض وقت انتظارهم ومن ثم انخفض تكاليف الانتظار. وبالتالي يكون الهدف من التحليل الاقتصادي لصفوف الانتظار هو تحديد مستوى معين من طاقة الخدمة يترتب عليه انخفاض التكلفة الكلية .

ثالثا : مقاييس الأداء و أنواع النماذج

1- مقاييس الأداء في نظام صفوف الانتظار

هناك خمسة مقاييس يمكن تحديدها لغرض تقييم نظم صفوف الانتظار وهي:

1- متوسط عدد العملاء المنتظرين إما في الصف أو في النظام.

2- متوسط زمن الانتظار للعملاء سواء في الصف أو في النظام.

3 معدل استغلال أو الاندفاع بالنظام، ويعبر عنه بنسبة الطاقة المستغلة

4 التكلفة الخاصة بمستوى معين من الطاقة وصف الانتظار المرتبط بها .

5- احتمال انتظار طالب الخدمة من أجل الحصول على الخدمة .

2- أنواع نماذج صفوف الانتظار

هناك العديد من نماذج صوف الانتظار المتاحة أمام المدير للاختيار من بينها .وفيما يلي أهم أربعة نماذج والتي تفترض معظمها أن معدل الوصول يتبع توزيع(بواسون) كما تفترض أن متوسط معدل الوصول ومعدل الخدمة ثابتين ومستقرين . وهذه النماذج هي :

1- مركز خدمة واحد ، وزمن خدمة يتبع التوزيع الأسى.

2- مركز خدمة واحد ، وزمن خدمة ثابت.

3- عدة مراكز للخدمة ، وزمن خدمة يتبع التوزيع الأسى.

4- عدة مراكز خدمة مع وجود أولويات ، وزمن خدمة يتبع التوزيع الأسى

رابعا: المعالجة الرياضية لنماذج صفوف الانتظار

1- حساب مقاييس الاداء:

وضع الباحثون في مجال نظرية صفوف الانتظار نماذج رياضية تهدف إلي دراسة سلوك أنظمة صفوف الانتظار و تحديد مؤشراتها بشكل سهل و مبسط، ونظرا للعدد الكبير من هذه النماذج الرياضية فإننا سنركز على النماذج التي تتبع توزيع بواسون في عملية الوصول للوحدات، والتوزيع الأسي لأوقات الخدمة، ومن أهم المؤشرات:

μ : معدل تقديم أو معالجة الخدمة (كم من شخص سيقدم الخدمة لهذا العدد من الاشخاص)

λ :معدل وصول الزبائن (عدد الاشخاص أو الزبائن لتلقي الخدمة)

L_Q :متوسط عدد الوحدات في الصف.

L_S :متوسط عدد الوحدات في النظام.

W_Q:متوسط وقت الانتظار في الصف للحصول على الخدمة.

W_S : متوسط وقت الانتظار في النظام للحصول على الخدمة.

لابد من تحقق الشرط التالي في صفوف الانتظار: $(\lambda < \mu)$

حيث P هو احتمال أن يكون النظام مشغول: $P = \dfrac{\lambda}{\mu}$ و $0 < P < 1$

واحتمال أن لا يكون النظام مشغولا (عكس الاحتمال السابق): $P_0 = 1 - P = 1 - \dfrac{\lambda}{\mu}$

- عدد الاشخاص في النظام $L_S = \dfrac{\lambda}{\mu - \lambda} = \dfrac{P}{1-P}$
- عدد الاشخاص المنتظرين في الصف $L_Q = L_S xP = \dfrac{\lambda}{\mu - \lambda} x \dfrac{\lambda}{\mu} = \dfrac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$
- متوسط الوقت الذي يقضيه الشخص في النظام : $W_S = \dfrac{L_S}{\lambda} = \dfrac{1}{\mu - \lambda}$
- متوسط الوقت الذي يقضيه الشخص في الصف : $W_Q = W_S xP = \dfrac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$

مثال1: في محطة نقل حضري كان معدل وصول الحافلة الى المحطة كل 5 دقائق ومعدل انتظار ركوب الركاب 7 دقائق ، ما هي مقاييس الاداء لهذا النظام ؟

$\mu = 7$: معدل تقديم أو معالجة الخدمة (معدل وقت ركوب الركاب)

$\lambda = 5$:معدل وصول الزبائن (معدل الانتظار بين حافلتين)

حيث P هو احتمال أن يكون النظام مشغول: $P = \dfrac{5}{7} = 0.714$ و $0 < P < 1$

واحتمال أن لا يكون النظام مشغولا (عكس الاحتمال السابق): $P_0 = 1 - P = 1 - \dfrac{5}{7} = 0.285$

- عدد الاشخاص في النظام $L_S = \dfrac{\lambda}{\mu - \lambda} = \dfrac{P}{1-P} = \dfrac{5}{7-5} = 2.5$
- عدد الاشخاص المنتظرين في الصف $L_Q = L_S xP = \dfrac{\lambda}{\mu - \lambda} x \dfrac{\lambda}{\mu} = \dfrac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = \dfrac{5^2}{7(7-5)} = 1.785$

- متوسط الوقت الذي يقضيه الشخص في النظام : من الساعة $W_S = \frac{L_S}{\lambda} = \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{1}{7-5} = 0.5$

أي : $W_S = 0.5x60 = 30$ حوالي 30 دقيقة.

- متوسط الوقت الذي يقضيه الشخص في الصف : من الساعة $W_Q = W_S xP = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{5}{7(7-5)} = 0.357$

أي : $W_Q = 0.357x60 = 21.42$ حوالي 22 دقيقة.

مثال2: في محطة نقل حضري أخرى كان معدل وصول الحافلة الى المحطة كل 3 دقائق ومعدل انتظار ركوب الركاب 6 دقائق ، ما هي مقاييس الاداء لهذا النظام ؟

$\mu = 6$: معدل تقديم أو معالجة الخدمة (معدل وقت ركوب الركاب)

$\lambda = 3$:معدل وصول الزبائن (معدل الانتظار بين حافلتين)

حيث P هو احتمال أن يكون النظام مشغول: $P = \frac{3}{6} = 0.5$ و $0 < P < 1$

واحتمال أن لا يكون النظام مشغولا (عكس الاحتمال السابق): $P_0 = 1 - P = 1 - \frac{3}{6} = 0.5$

- عدد الاشخاص في النظام $L_S = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{P}{1-P} = \frac{3}{6-3} = 1$

- عدد الاشخاص المنتظرين في الصف $L_Q = L_S xP = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} x \frac{\lambda}{\mu} = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{3^2}{6(6-3)} = 1$

- متوسط الوقت الذي يقضيه الشخص في النظام : من الساعة $W_S = \frac{L_S}{\lambda} = \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{1}{6-3} = 0.333$

أي : $W_S = 0.333x60 = 20$ حوالي 20 دقيقة.

- متوسط الوقت الذي يقضيه الشخص في الصف : من الساعة $W_Q = W_S xP = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{3}{6(6-3)} = 0.333$

أي : $W_Q = 0.333x60 = 20$ حوالي 20 دقيقة.

مقارنة مقاييس الاداء للمحطتين:

المؤشر	الشرح	المحطة الاولى	المحطة الثانية
$P = \frac{\lambda}{\mu}$	احتمال أن يكون النظام مشغول	0.714	0.5
$P_0 = 1 - P = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$	احتمال أن لا يكون النظام مشغولا	0.285	0.5
$L_S = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{P}{1-P}$	عدد الاشخاص في النظام	2.5	1
$L_Q = L_S xP = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} x \frac{\lambda}{\mu} = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$	عدد الاشخاص المنتظرين في الصف	1.785	1
$W_S = \frac{L_S}{\lambda} = \frac{1}{\mu - \lambda}$	متوسط الوقت الذي يقضيه الشخص في النظام	30 دقيقة	20
$W_Q = W_S xP = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$	متوسط الوقت الذي يقضيه الشخص في الصف	22 دقيقة	20

نلاحظ أن مقاييس الاداء للمحطة الثانية أفضل من المحطة الثانية، حيث أن الشخص في المحطة الاولى يقضي 30 دقيقة في المحطة كمتوسط 22 دقيقة منها في الصف و 8 دقائق للركوب، بينما في المحطة الثانية يقضي 20 دقيقة كمتوسط في المحطة ويركب مباشرة لما تأتي الحافلة أي لا ينتظر وقت الركوب.

في بعض الحالات يكون أكثر من مركز لتقديم الخدمة في نفس النظام، كل الصيغ السابقة تبقى كما هي ، ما عدا L_Q تصبح بالصيغة التالية:

$$L_Q = \frac{P^S \times \lambda \times \mu \times P_0}{(S-1)! \times (S \times \mu - \lambda)^2}$$

2- حساب التكلفة الاجمالية:

حساب التكلفة الاجمالية للنظام: TC يكون من خلال الصيغة السابقة:

$$TC = C_S + C_Q$$

بحيث : C_S تمثل تكلفة الاشخاص الذين يقدمون الخدمة: $C_S = C_1 \times S \times T$

حيث: C_1 تكلفة شخص واحد في صف الانتظار .

S : عدد مقدمي الخدمة في النظام.

T: عدد ساعات العمل للنظام.

C_Q تمثل تكلفة الاشخاص في صف الانتظار. $C_Q = C_2 \times T \times L_Q$

حيث: C_2 تكلفة شخص مقدم خدمة واحد في صف الانتظار .

L_Q : احتمال وجود الاشخاص في صف الانتظار.

T: عدد ساعات العمل للنظام.

مثال : ليكن لدينا المؤشرات التالية حول صف انتظار معين:

$\lambda = 25$ و $\mu = 35$ و يقدم الخدمة مركزان بشخص لكل مركز : $S = 2$

$C_1 = 30\ DA$ و $C_2 = 10\ DA/H$ معدل العمل الطبيعي 8 ساعات.

حساب التكلفة الكلية:

لدينا: $P = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{25}{35} = 0.714$ و $P_0 = 1 - 0.714 = 0.285$

$$L_Q = \frac{P^S \times \lambda \times \mu \times P_0}{(S-1)! \times (S \times \mu - \lambda)^2} = \frac{0.714^S \times 25 \times 35 \times 0.285}{(2-1)! \times (2 \times 35 - 25)^2} = 0.042$$

- تكلفة الاشخاص الذين يقدمون الخدمة: $C_S = 30 \times 2 \times 8 = 480\ DA$
- تكلفة الاشخاص في صف الانتظار. $C_Q = 10 \times 8 \times 0.042 = 3.36$
- التكلفة الاجمالية للنظام: $TC = C_S + C_Q = 480 + 3.36 = 483.36$