

## TD - Matériaux Composites

### Exercice 1

On prélève un échantillon d'un composite carbone/epoxy qui est constitué de couche identiques de tissu équilibré. On pyrolyse complètement la matrice époxy dans un four. Le poids des fibres résiduelles est rapporté au poids initial de l'échantillon afin de déterminer la teneur en poids de fibre  $w_f$ .

Déterminer,  $v_f, v_m, v_v$  en fonction de  $\rho_c, \rho_f, \rho_m$  et  $\omega_f$ .

### Solution 1

$$v_f? \quad v_f = \frac{V_f}{V_c} = \frac{\frac{W_f}{\rho_f}}{\frac{W_c}{\rho_c}} = \frac{W_f \cdot \rho_c}{W_c \cdot \rho_f} = \frac{W_f}{W_c} \cdot \frac{\rho_c}{\rho_f} = \omega_f \cdot \frac{\rho_c}{\rho_f}$$

$$v_f = \omega_f \cdot \frac{\rho_c}{\rho_f}$$

$$v_m? \quad v_m = \omega_m \cdot \frac{\rho_c}{\rho_m} = (1 - \omega_f) \cdot \frac{\rho_c}{\rho_m}$$

$v_v?$  La teneur en volume des vides est:

$$v_v = 1 - \rho_c \left( \frac{\omega_f}{\rho_f} + \frac{1-\omega_f}{\rho_m} \right) = 1 - \rho_c \left( \frac{\rho_c}{\rho_m} + \frac{1-\omega_f}{\rho_m} \right)$$

**AN**  $\rho_c = 1500 \text{kg/m}^3 \quad \rho_f = 1750 \text{kg/m}^3 \quad \rho_m = 1200 \text{kg/m}^3 \quad \omega_f = 0.7$

$$v_f = \omega_f \cdot \frac{\rho_c}{\rho_f} = 0.7 \times \frac{1500}{1750} = 0.6 = 60\%$$

$$v_m = \omega_m \cdot \frac{\rho_c}{\rho_m} = (1 - \omega_f) \cdot \frac{\rho_c}{\rho_m} = (1 - 0.7) \times \frac{1500}{1200} = 0.375 = 37.5\%$$

$$v_v = 1 - \rho_c \left( \frac{\omega_f}{\rho_f} + \frac{\omega_m}{\rho_m} \right) = 1 - \rho_c \left( \frac{\omega_f}{\rho_f} + \frac{1-\omega_f}{\rho_m} \right) = 1 - 1500 \left( \frac{0.7}{1750} + \frac{1-0.7}{1200} \right)$$

$$v_v = 0.025 = 2.5\%$$

### Exercice 2

Une éprouvette de composite de dimensions  $2.54\text{cm} \times 2.54\text{cm} \times 0.3\text{cm}$ , pèse  $2.98\text{g}$ . Le poids des fibres de carbone obtenu après la dissolution) de la résine par une solution d'acide est de  $1.863\text{g}$ . Sachant que les masses volumiques des fibres de carbone et de résine époxyde sont respectivement  $1.9\text{g/cm}^3$  et  $1.2\text{g/cm}^3$ .

Déterminer la teneur en volume des fibres, de la matrice et des vides dans cette éprouvette.

### Solution 2

$$\rho_c = \frac{W_c}{V_c} = \frac{2.98}{2.54 \times 2.54 \times 0.3} = 1.54 \text{g/cm}^3$$

$$v_v = 1 - \rho_c \left( \frac{\omega_f}{\rho_f} + \frac{\omega_m}{\rho_m} \right) = 1 - \rho_c \left( \frac{W_f}{W_c} + \frac{1 - \frac{W_f}{W_c}}{\rho_m} \right)$$

$$v_v = 1 - 1.54 \left( \frac{1.863}{1.9} + \frac{1 - \frac{1.863}{1.9}}{1.2} \right) = 0.0144 = 1.44\%$$

$$U_m = \omega_m \cdot \frac{\rho_c}{\rho_m} = (1 - \omega_f) \cdot \frac{\rho_c}{\rho_m} = \left(1 - \frac{W_f}{W_c}\right) \cdot \frac{\rho_c}{\rho_m} = \left(1 - \frac{1.863}{2.98}\right) \cdot \frac{1.54}{1.2} = 0.481$$

$$U_f = \omega_f \cdot \frac{\rho_c}{\rho_f} = \frac{W_f}{W_c} \times \frac{\rho_c}{\rho_f} = \frac{1.863}{2.98} \times \frac{1.54}{1.2} = 0.507$$

**Exercice 3**

Est-il possible de produire un composite époxy-fibre d'aramide (131 GPa) de modules longitudinal et transversal respectifs de 35 GPa et 5.17GPa ? Justifier votre réponse ? Nous supposons que le module d'élasticité de l'époxy vaut 3.5 GPa

**Solution 3**

Pour vérifier il suffit de calculer les fractions nécessaires pour chaque module et de les comparer, s'il y a égalité donc c'est possible sinon c'est impossible.

$$V_{f_l} = \frac{E_l - E_m}{E_f - E_m} \quad \text{et} \quad V_{f_t} = \frac{E_t - E_m}{E_f - E_m} \times \frac{E_f}{E_t}$$

**AN:**  $V_{f_l} = \frac{35 - 3.5}{131 - 3.5} = 0.247$

$$V_{f_t} = \frac{5.17 - 3.5}{131 - 3.5} \times \frac{131}{5.17} = 0.332$$

D'où  $V_{f_l} \neq V_{f_t}$ , donc on ne peut pas produire un composite époxy-fibre d'aramide.

**Exercice 4**

Soit un composite représenté sur la Figure 1. Appelons  $E_f$  le module des fibres et  $E_m$  celui de la matrice. Soit, de plus,  $\varphi_f$  la fraction de volume de fibres.



Figure 1 : Composite à fibres continues unidirectionnel mince ; en gris les fibres, en blanc la matrice.

Donnez une estimation des deux modules, longitudinal et transverse, du composite.

**Solution 4**

➤ **Module longitudinal,  $E_{cl}$**

Admettons que fibres, matrice et composite se déforment de la même façon, soit :

$$\epsilon_f = \epsilon_c = \epsilon_m$$

Chaque phase est le siège d'une contrainte image de son module :

$$\begin{cases} \sigma_f = E_f \times \epsilon_f \\ \sigma_m = E_m \times \epsilon_f \end{cases} \quad (1)$$

La contrainte moyenne dans le composite est alors :

$$\sigma_c = \varphi_f \cdot \sigma_f + (1 - \varphi_f) \sigma_m = E_{cl} \cdot \epsilon_c \quad (2)$$

Des équations (1) et (2) on déduit que :

$$E_{cl} = \varphi_f \cdot E_f + (1 - \varphi_f) E_m \quad (3)$$

**C'est la borne de Kelvin-Voigt**

➤ **Module transverse,  $E_{cT}$**

Admettons que la contrainte est homogène dans le composite :

$$\begin{cases} \sigma_f = \sigma_m = \sigma_c \\ \epsilon_c = \varphi_f \times \epsilon_f + (1 - \varphi_f)\varphi_m \end{cases} \quad (4)$$

Des équations (1) et (4) on déduit que :

$$\frac{1}{E_{ct}} = \frac{\varphi_f}{E_f} + \frac{(1-\varphi_f)}{E_m} \quad (5)$$

**C'est la borne de Reuss**

**Exercice 5**

Dans le but d'augmenter la conductivité électrique et thermique d'un panneau stratifié en carbone/époxyde, on utilise pour le revêtement externe des fibres de carbone sur lesquelles on a déposé par métallisation électrique une mince couche de nickel d'épaisseur  $e$ .

1- Calculer le module d'élasticité longitudinal d'une fibre revêtue ( $E_f$ ).

**Solution 5**

1- La loi de Hooke appliquée à une fibre de longueur  $l$  soumise à un effort  $F$  s'écrit :

$$F = E_f S \frac{\Delta l}{l}$$

Où  $E_f$  est le module de la fibre revêtue à déterminer.

Avec,  $S = \pi\left(\frac{d}{2} + e\right)^2$

L'effort  $F$  se propage en  $F_c$  sur la fibre de carbone, et  $F_n$  ( $F_{nickel}$ ) sur l'enrobage de nickel.

L'égalité des allongements des deux composantes permet d'écrire :

$$F_c = E_c \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \times \frac{\Delta l}{l}$$

Et  $F_n = E_n \pi \left[\left(\frac{d}{2} + e\right)^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2\right] \times \frac{\Delta l}{l}$

Or,  $F = F_c + F_n$

$$E_f \pi \left(\frac{d}{2} + e\right)^2 = E_c \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 + E_n \pi \left[\left(\frac{d}{2} + e\right)^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2\right]$$

$$E_f = E_c \frac{1}{\left(1 + \frac{2e}{d}\right)^2} + E_n \left[1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{2e}{d}\right)^2}\right]$$

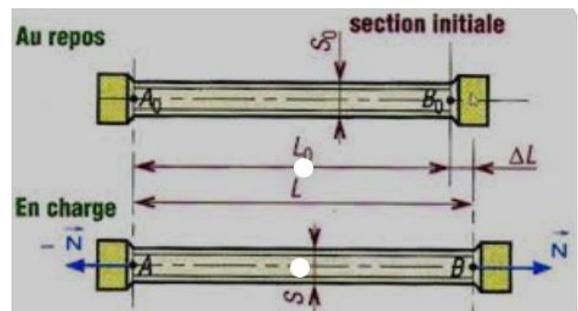
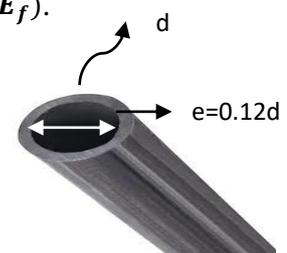
**AN:**  $E_c = 390\,000\text{MPa}$ ;  $E_n = 220\,000\text{MPa}$ ,  $d = 6.5\mu\text{m}$

$$E_f = 390000c \frac{1}{\left(1 + \frac{2 \times 0.12d}{d}\right)^2} + 220000 \left[1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{2 \times 0.12d}{d}\right)^2}\right] = 330561.91\text{MPa}$$

**Exercice 6**

On considère un pli unidirectionnel en carbone HR /époxyde). Quel pourcentage de fibres en volume faut-il prévoir pour obtenir un module d'élasticité dans le sens long comparable à celui du duralumin (AU4G-2024).

Carbone HR :  $E_f = 230000\text{MPa}$ ; époxyde  $E_f = 4500\text{MPa}$ ; duralumin :  $E_f = 230000\text{MPa}$



**Solution 6**

Dans le sens des fibres, le module d'élasticité  $E_l$  est donné par la relation :

$$E_l = E_f \cdot V_f + E_m(1 - V_f)$$

Le pourcentage en volume  $V_f$  doit être tel que :

$$E_{AU4G} = E_f \cdot V_f + E_m(1 - V_f)$$

D'où 
$$V_f = \frac{E_{AU4G} - E_m}{E_f - E_m} = \frac{75000 - 4500}{230000 - 4500} = 0.3126 = 31.26\%$$