EXERCICES

Exercice 1 :

Nous considérons un composite constitué de 45% de fibres longues et orientées d'aramide et 55% de polycarbonate, qui constitue la matrice. Les caractéristiques mécaniques des deux constituants sont reportées dans le tableau qui suit :

Composant	Module d'élasticité (GPa)	Résistance mécanique (MPa)
Fibres d'aramide	131	3600
Polycarbonate	2.4	65

Aussi la contrainte dans le polycarbonate à la rupture des fibres est de 35 MPa.

Calculer pour ce composite la résistance mécanique en traction, ainsi que le module d'élasticité longitudinal.

Exercice 2 :

Pour une application donnée, vous avez le choix de réaliser une pièce en composite ayant une matrice d'époxy pouvant être renforcée par des fibres continues alignées soit :

- Verre
- Carbone

On présente le tableau suivant :

Composant	E (GPa)	Re (MPa)	Rm (MPa)	A%
Epoxy	3	60	90	4
Verre	75	-	1800	?
Carbone	200	-	3000	?

Si on prend (Epoxy- Carbone), pour Vf = 20% on obtient une bonne rigidité mais le prix est élevé. Donc, on a décidé de réaliser la pièce en (Epoxy-verre). On demande de :

1. Calculer le module d'Young pour le composite.
2. Calculer (%) de la fibre de verre pour obtenir la rigidité du (Epoxy-Carbone).
3. Lequel de ces composites (Verre-Epoxy) ou (Carbone-Epoxy) se comporte d'une façon élastique jusqu'à sa rupture.
4. Qu'elle est sa résistance à la traction?

Exercice 3 :

Un composite est fait d'une matrice de polyester (E_m = 3.4 GPa) qui est renforcée de 40% volumique de fibres de verre continues alignées (E_f = 70 GPa).
1. Calculez le module d'Young longitudinal E_C (en GPa) de ce composite.
2. Si l'on applique une contrainte longitudinale de 60 MPa sur une section 300 mm^2 de ce composite, quelles sont les forces Fm et F_f (en kN) qui s'exercent respectivement sur la matrice et sur les fibres?
3. Quelle déformation ε (en %) subit la matrice et les fibres pour cette contrainte de 60 MPa?
4. Si la résistance à la traction des fibres et celle de la matrice sont respectivement égales à 3 GPa et 70 MPa, quelle est la résistance à la traction R_C (en MPa) du composite?

Solutions

Exercice 1 :

1. $R_c = V_f R_f + (1\text{-}V_f)\, \sigma_m = (0.45\text{x } 3600) + (0.55\text{x } 35) = 1639$ MPa.
2. $E_C = E_L = V_f E_f + (1\text{-}V_f)\, E_m = (0.45\text{x } 131) + (0.55\text{x } 2.4) = 60.27$ GPa.

Exercice 2 :

1. $E_C = E_L = V_f E_f + (1\text{-}V_f)\, E_m = (0.2\text{x } 200) + (0.8\text{x } 3) = 42.4$ GPa.

Fraction volumique requise des fibres de verre :

$E_C = V_{fv}E_{fv} + (1\text{-}V_{fv})\, E_m \Rightarrow V_{fv} = (E_C\text{- } E_m)/(E_{fv}\text{- } E_m) = (42.4 - 3)/(75\text{- } 3) = 0.547 = 54.7\%$.

2. **Composite ayant un comportement purement élastique** :

- Allongement à la rupture des fibres :

✓ $A_{fc} = R_{fc} / E_{fc} = 3/200 = 1.5\%$

✓ $A_{fv} = R_{fv} / E_{fv} = 1.8/75 = 2.4\%$.

- Allongement à la limite elastique de la matrice : $A_{em} = R_{em}/ E_m = 0.06/3 = 2\%$.

3. On constate que pour (Verre-Epoxy), la matrice entre en déformation plastique avant que les fibres ne soient rompues. Il y'a dans ce cas une partie élastique et une partie de déformation plastique. Pour le composite (Epoxy-Carbone) : $A_{em} > A_{fc} \Rightarrow$ Comportement purement élastique jusqu'à sa rupture.

4. On applique la règle des mélanges aux contraintes s'exerçant dans les composants à l'instant de la rupture des fibres de carbone : $R_c = V_{fc}R_{fc} + (1\text{-}V_{fc})\sigma_m$

$\sigma_m = E_m.A_{fc} = E_m.\,(R_{fc} / E_{fc}) = 3(3/200) = 45$ MPa.

$\Rightarrow R_c = (0.2\text{x } 3000) + (0.8\text{x } 45) = 636$ MPa.

Exercice 3 :

1. Module d'Young du composite

En utilisant l'équation de la loi des mélanges, on obtient cette grandeur :

$E_C = E_L = V_f E_f + (1\text{-}V_f)\, E_m = E_c = 0.4\text{x } 70 + 0.6\text{x } 3.4 = 30.04$ GPa.

2. Forces sur la matrice et sur les fibres pour une contrainte de 60 MPa

En utilisant les équations déduites de l'hypothèse d'une même déformation dans les fibres comme dans les matrices : $\varepsilon_f = \varepsilon_m$, d'où : $(\sigma_f/E_f) = (\sigma_m/E_m) \Rightarrow (F_f/F_m) = (V_fE_f/V_mE_m)$. Ce qui, dans le cas présent, donne la valeur suivante : $F_f/F_m = 13.73 \Rightarrow F_f = 13.73 \times F_m$............................ **(1)**

Sur la section supportant les charges, la force totale $\mathbf{F_t}$ ou force composite $\mathbf{F_C}$ qui s'y exerce est égale à la somme de la force $\mathbf{F_m}$ s'exerçant sur la matrice et de celle $\mathbf{F_f}$ s'exerçant sur les fibres :

$F_m + F_f = F_t = \sigma_C.S_C \Rightarrow F_m + F_f = 60 \times 300 = 18$ kN............................**(2)**

En tenant compte du résultat obtenu en (1) et des données du problème, nous écrivons :

$F_t = 18$ kN $= F_m + 13.73\ F_m = 14.73\ F_m$, soit $F_m = 1.22$ kN, et donc $F_f = 16.78$ kN.

3. Déformation de la matrice et des fibres pour une contrainte de 60 MPa

Dans un composite à fibres continues alignées soumis à une force longitudinale, la déformation $\boldsymbol{\varepsilon_f}$ des fibres, celle ε_m de la matrice et celle ε_C du composite sont toutes égales. Il suffit donc de calculer, grâce à la loi de Hooke, la déformation $\boldsymbol{\varepsilon_C}$ du composite pour la contrainte considérée:

$\varepsilon_C = \varepsilon_m = \varepsilon_f = \sigma_C/E_C = (60\ \text{MPa}/30.04\ \text{GPa}) \approx 2 \times 10^{-3} = 0.2\%$.

4. Résistance à traction du composite

Il faut tout d'abord vérifier lequel parmi le renfort ou la matrice qui se rompt en premier en calculant leur allongement respectif à la rupture, soient $\mathbf{A_f}$ et $\mathbf{A_m}$:

$A_f = R_f / E_f =$ (3 GPa / 70 GPa) $= 4.29 \times 10^{-2} = 4.29$ %

$A_m = R_m / E_m =$ (70 MPa /3.4 GPa) $= 2.06 \times 10^{-2} = 2.06$ %.

Par conséquent, c'est la matrice qui se rompt en premier lieu car $\mathbf{A_m < A_f}$. En utilisant la règle des mélanges qu'on applique aux contraintes, on en déduit la résistance à la traction du composite :

$R_C = (1 - V_f)R_m + V_f\sigma_f$

avec: $\sigma_f = E_fA_m = E_f(R_m/E_m) = 70\ \text{GPa} \times 2.06 \times 10^{-2} = 1.442$ GPa.

Donc : $R_C = (0.6 \times 70) + (0.4 \times 1442)$ MPa ≈ 619 MPa.