

Critères de rupture classique

1. Introduction

L'étude des critères résistance à la rupture des matériaux composites sont d'une complexité bien plus grande que l'analyse des propriétés d'élasticité ou de viscoélasticité. Ces critères sont généralement des expressions mathématiques reliant les contraintes dus aux sollicitations appliquées au matériau aux contraintes ultimes dénommées critère limite. Cette fonction permet de quantifier l'intensité de sollicitations appliquées. Lorsque ce critère est dépassé lors d'un chargement mécanique ou thermique, des microfissures apparaissent dans le matériau (des fibres se rompent (rupture fragile ou ductile), ou la création des décohésions aux interfaces matrice-fibres, ce qui entraîne une ruine locale du milieu. La grande majorité des critères de rupture pour les composites sont dits macroscopiques. L'échelle de référence est donc celle du pli ou de la couche.

Les critères de rupture pour les matériaux composites se décomposent en deux grandes familles :

- Les critères dits énergétiques,
- Les critères dits phénoménologiques.

Classiquement on utilise le critère de contrainte maximale, le critère de déformation maximale et les critères énergétiques (critères interactifs) de **Tsaï Wu** ou **Tsaï Hill** (TSAI, 1992), qui sont basés sur une généralisation des critères de plasticité de type Von Mises. Ils permettent d'avoir une première évaluation de la résistance mécanique du stratifié. Ces critères nécessitent la connaissance des contraintes ou déformations à rupture. L'inconvénient des critères énergétiques est la non distinction des modes de ruptures des composites. Cependant les critères phénoménologiques cherchent à donner une relation au critère par mode de rupture. Le critère le plus ancien est celui d'Hashin (HASHIN, 1980). Il s'applique aux composites unidirectionnels et est basé sur quatre modes principaux de rupture du matériau induits par des critères tensoriels de rang 2.

2. Critères de rupture des matériaux composites

L'approche du comportement d'un milieu par un critère stipule que ce milieu conserve sa propriété tant que les grandeurs motrices ne dépassent pas des valeurs ultimes. Souvent un critère de résistance à la rupture est caractérisé par une fonction scalaire du tenseur des contraintes $f(\sigma)$. Il n'y a pas rupture du matériau tant que les contraintes au sein de ce matériau ne dépassent pas les contraintes ultimes. Un critère de rupture est donc une condition de type $f(\sigma) \leq 1$

- $f(\sigma) \geq 1 \rightarrow$ rupture
- $f(\sigma) < 1 \rightarrow$ pas de rupture

Lorsque $f(\sigma) = 1$, la limite à la rupture est atteinte, d'où le nom de "surface limite" ou "enveloppe de rupture".

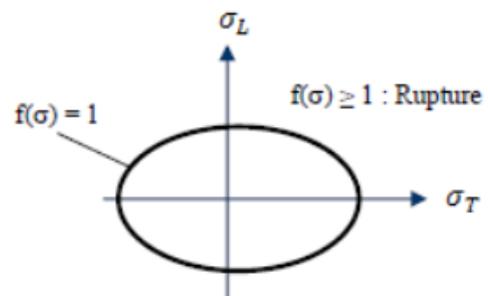


Fig. 1 Critère de rupture

L'application d'un critère de rupture nécessite la connaissance des contraintes ultimes, paramètres qui peuvent être déterminés uniquement par voie expérimentale

2.1 Critère énergétique de Hill

Ce critère est construit à base des remarques suivantes :

- Pour un matériau orthotrope, les directions principales pour les contraintes ne coïncident pas en général avec les directions d'orthotropie, contrairement au matériau isotrope ;
- Un essai uniaxial ne suffit plus pour préciser tous les termes de l'expression constitutive du critère car le comportement mécanique change avec la direction des sollicitations;
- Pour les composites fibres/ résine, la limite élastique correspond à la limite de rupture ;
- Les résistances à la rupture sont différentes en traction et en compression.

Cette formule s'écrit dans le repère d'orthotropie l, t, z . L'état limite de contraintes d'un matériau composite n'est pas atteint tant que l'inégalité suivante est vérifiée :

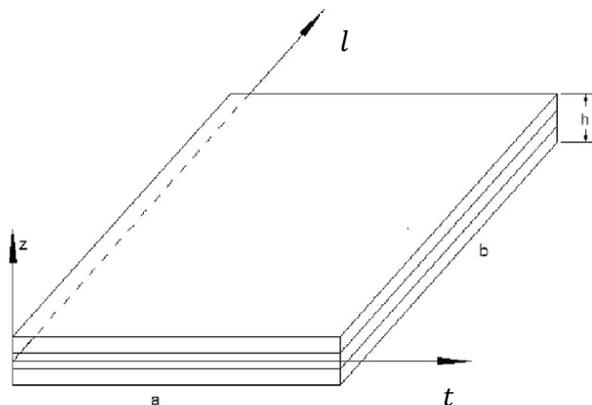


Fig.2 Orientation des axes dans un composites

$$a(\sigma_l - \sigma_t)^2 + b(\sigma_t - \sigma_z)^2 + c(\sigma_z - \sigma_l)^2 + d\tau_{tz}^2 + e\tau_{tz}^2 + f\tau_{lt}^2 \leq 1 \dots\dots\dots(1)$$

Avec :

- σ_l : la contrainte à la rupture en traction (ou compression) dans la direction (l).
- σ_t : la contrainte à la rupture en traction (ou compression) dans la direction (t).
- σ_z : la contrainte à la rupture en traction (ou compression) dans la direction (z).

Pour un matériau isotrope transverse, les constantes : a, b, c, d, e, f sont déterminées comme suit :

- sollicitation selon le sens long l : $a + c = \frac{1}{\sigma_l^2 \text{ rupture}}$
- sollicitation selon le sens travers t : $a + b = \frac{1}{\sigma_t^2 \text{ rupture}}$
- sollicitation selon le sens travers z : $b + c = \frac{1}{\sigma_t^2 \text{ rupture}}$ du fait de l'isotropie transverse.

d'où :

$$a = c = \frac{1}{2\sigma_l^2 \text{ rupture}}$$

$$b = \frac{1}{\sigma_t^2 \text{ rupture}} - \frac{1}{2\sigma_l^2 \text{ rupture}}$$

Dans le cas d'un essai de cisaillement dans le plan (l,t), le critère de Hill se réduit à :

- $\tau_{lt} \rightarrow f = \frac{1}{\tau_{lt}^2 \text{ rupture}}$

- $\tau_{tz} \rightarrow e = \frac{1}{\tau_{tz\ rupture}^2}$
- $\tau_{lz} \rightarrow d = \frac{1}{\tau_{lz\ rupture}^2}$ du fait de l'isotropie transverse

Avec :

τ_{lt} : la contrainte de rupture en cisaillement dans le plan (l,t).

τ_{tz} et τ_{lz} : sont les contraintes de rupture en cisaillement, respectivement dans les deux plans (t,z) et (l,z).

En remplaçant dans l'équation (1).

$$\frac{1}{\sigma_l^2\ rupture} \{(\sigma_l - \sigma_t)^2 + (\sigma_t - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_l)^2\} \dots$$

$$\dots - \left(\frac{1}{2\sigma_l^2\ rupture} - \frac{1}{\sigma_t^2\ rupture} \right) (\sigma_t - \sigma_z)^2 + \frac{1}{\tau_{lt}^2\ rupture} (\tau_{lt}^2 + \tau_{lz}^2) + \frac{\tau_{tz}^2}{\tau_{tz\ rupture}^2} \leq 1 \dots\dots(2)$$

2.1.1 Critère tensoriel de Hill-Tsai

Pour un pli unidirectionnel sous contraintes planes, on a :

$$\sigma_z = \tau_{lz} = \tau_{tz} = 0$$

La relation (2) se simplifie et donne la critère que le nomme critère de **Hill-Tsai** pour un pli qui travail dans son plan

$$\frac{\sigma_l^2}{\sigma_l^2\ rupture} + \frac{\sigma_t^2}{\sigma_t^2\ rupture} - \frac{\sigma_l\sigma_t}{\sigma_l^2\ rupture} + \frac{\tau_{lt}^2}{\tau_{lt}^2\ rupture} < 1 \dots\dots\dots(3)$$

Soit : $\alpha^2 = 1$

$$\alpha^2 = \frac{\sigma_l^2}{\sigma_l^2\ rupture} + \frac{\sigma_t^2}{\sigma_t^2\ rupture} - \frac{\sigma_l\sigma_t}{\sigma_l^2\ rupture} + \frac{\tau_{lt}^2}{\tau_{lt}^2\ rupture}$$

Avec :

σ_l , σ_t et τ_{lt} les contraintes appliquées correspondantes dans les sens fibres, transverse et cisaillement. Si

$\alpha < 1 \rightarrow$ il n'ya pas rupture du pli considéré.

$\alpha \geq 1 \rightarrow$ il y a rupture du pli considéré, en général cette détérioration est due à la rupture de la résine.

2.1.2 Critère tensoriel de Tsai-Wu

Ce critère tensoriel, tient compte de diverses inadéquations du critère précédent de Hill-Tsai, postule une surface de rupture dans l'espace des contraintes de la forme (SW.Tsai et E.M.Wu)

$$F_j \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j = 1 \quad i, j = 1..6$$

Cette surface est compliquée dans le cas général, cette théorie se ramène, dans le cas d'un matériau orthotrope sous chargement plan :

$$F_1 \sigma_l + F_2 \sigma_t + F_6 \tau_{lt} + F_{11} \sigma_l^2 + F_{22} \sigma_t^2 + F_{66} \tau_{lt}^2 + 2F_{12} \sigma_l \sigma_t = 1$$

Les paramètres F_i et F_{ij} peuvent être exprimés à l'aide des contraintes à la rupture, mesurées dans divers essais.

Dans le cas de la compression, il faut toute fois tenir compte des phénomènes d'instabilité, et les modes de rupture associés sont nombreux et complexes : flambage structural du composite, cisaillement des fibres en compression, fissuration de la matrice, suivie de l'instabilité des fibres,

micro flambage des fibres et délaminage d'une partie du composite, entraînant la ruine de l'ensemble. Le critère de Tsai-Wu en contraintes planes s'écrit :

2.2 Critère de la contrainte maximale

Les critères en contraintes maximales font intervenir:

X_t, X_c : les contraintes à la rupture suivant l'axe longitudinal respectivement en traction et en compression.

Y_t, Y_c : les contraintes à la rupture suivant l'axe transversal respectivement en traction et en compression.

S_{LT} : la contrainte à la rupture en cisaillement dans le plan de la couche.

Les grandeurs à la rupture sont les valeurs positives des contraintes à la rupture mesurées dans des essais de traction, compression ou cisaillement.

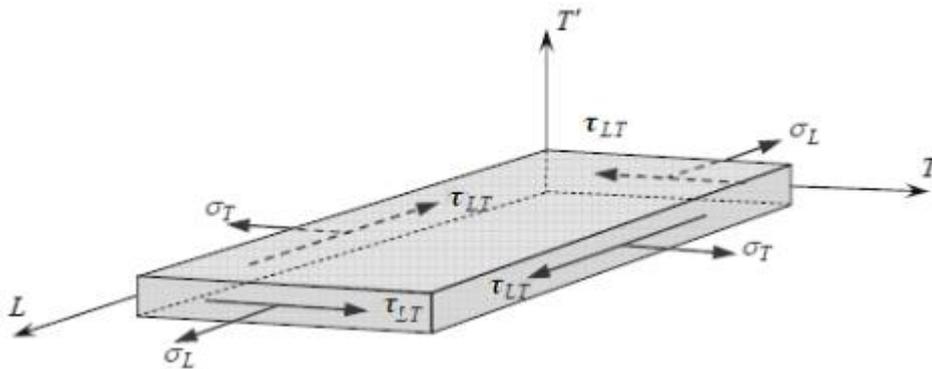


Fig. 3 Contraintes selon les axes principaux d'un pli

Dans le cas d'une couche soumise à un état de contraintes planes dans des axes principaux, **Fig.3**, les critères en contrainte maximale stipulent que la résistance mécanique de la couche est atteinte lorsque l'une des trois contraintes auxquelles la couche est soumise atteint la valeur de la contrainte à la rupture correspondante. Les critères de rupture s'écrivent ainsi sous la forme :

$$\begin{aligned} -X_c < \sigma_L < X_t \\ -Y_c < \sigma_T < Y_t \\ -S_{LT} < \tau_{LT} < S_{LT} \end{aligned}$$

• **Si les équations sont vérifiées**, l'état de contrainte limite n'est pas atteint et la **rupture de la couche ne se produit pas**.

• **Si l'une des équations n'est plus vérifiée**, l'état limite est atteint, **la rupture se produit** suivant le mécanisme correspondant à la contrainte de l'équation non vérifiée.

2.3 Critères en déformations maximales

D'une façon analogue l'état de déformation dans le plan des axes principaux

$$\begin{aligned} -X_{\epsilon c} < \epsilon_L < X_{\epsilon t} \\ -Y_{\epsilon c} < \epsilon_T < Y_{\epsilon t} \\ -S_{LT\epsilon} < \gamma_{LT} < S_{LT\epsilon} \end{aligned}$$

La résistance mécanique est alors considérée comme étant atteinte, lorsque l'une des déformations principales atteint la déformation à la rupture correspondante.

2.4 Le critère mixte

Il s'agit d'un couplage entre les deux critères précédents : déformation maximale appliquée dans la direction des fibres, et contraintes maximale appliquée dans la direction transverse et en cisaillement. Il ne distingue pas les différents modes de rupture de l'unidirectionnel.

2.5 Critère de Hashin

Ce critère présenté, par Hashin s'applique aux composites unidirectionnels et basé sur quatre modes principaux de rupture du matériau:

- Rupture de fibres en traction :

$$\sigma_L \geq 0 \quad \frac{\sigma_L}{X_t} \leq 1$$

- Rupture de fibres en compression :

$$\sigma_L < 0 \quad \frac{\sigma_L}{X_c} \leq 1$$

- Rupture de la matrice en traction :

$$\sigma_T \geq 0 \quad \left(\frac{\sigma_T}{Y_t}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{LT}}{S_{LT}}\right)^2 \leq 1$$

- Rupture de la matrice en compression :

$$\sigma_T < 0 \quad \left(\frac{\sigma_L}{Y_c}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{LT}}{S_{LT}}\right)^2 \leq 1$$

Bibliographie

Daniel Gay (2005). Matériaux composites édition Lavoisier ISBN 2-7462-1098-3

ALLIX O., LADEVEZE P., GORNET L. LEVEQUE D. PERRET L. A computational damage mechanics approach for laminates Damage mechanics in engineering Materials Amsterdam, 1998.

CARRERE N. and all, Efficient structural computations with parameters uncertainty for composite applications, Composite Science and Technology 2008

CHAMIS C.C. Large Deformation Non-Linear Response of Composite Structures, NASA Workshop on FEM & FEA, 2000.

CHEVALIER Y. Les critères de rupture des composites - approche macroscopique [Livre]. - [s.l.] : Techniques de l'Ingénieur. - A 7 755.

CHRISTENSEN R. M. «A critical evaluation for a class of micromechanics models».J. Mech. Phys. Solids, 38: 379-404, 1989.

HASHIN (Z.). Failure criteria for unidirectional fiber composites ASME, J. Applied Mechanics, vol. 47, p. 329-334 (1980).

HILL Critères de rupture des composites Techniques de l'Ingénieur Yvon CHEVALIER.

BREK SAMIR (2012). Modélisation numérique de la propagation de l'endommagement et de la rupture dans les matériaux composites stratifiés sous sollicitations thermomécaniques et cycliques. Thèse de doctorat, université Batna

Jean Marie Berthelot. Matériaux composites, comportement mécanique et analyse des structures, 4ème édition, TEC &DOC, 2005.

Reynaud. V, G. Subra, M. calderini. Les matériaux composites. ENSCM, 1993.