البرنامج السداسي لمقياس تحليل السلاسل الزمنية.

الفصل الأول: عموميات في السلاسل الزمنية.

المبحث الأول: مدخل للسلاسل الزمنية.

-ماهية السلسلة الزمنية.

-أهداف تحليل السلاسل الزمنية.

المبحث الثاني: مركبات السلسلة الزمنية.

-مركبات السلسلة الزمنية وأشكالها(الاتجاه العام، الدورية، الموسمية والعشوائية).

-العلاقة بين مركبات السلسلة الزمنية.

المبحث الثالث: كيفية الكشف عن مركبات السلسلة الزمنية-طرق الكشف-

-الكشف عن الاتجاه العام.

-الكشف عن الموسمية.

الفصل الثاني: التقنيات التقليدية للتنبؤ.

المبحث الأول: المتوسطات المتحركة.

-طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة.

-طريقة المتوسطات المتحركة المرجحة(الموزونة).

المبحث الثاني: طريقة التمهيد الآسي.

-طريقة التمهيد الأسي المبسطة.

-طريقة التمهيد الأسي المزدوجة.

-تقدير معاملات التمهيد الأسي.

المبحث الثالث: نماذج التنبؤ بمركبة الاتجاه العام(الخطي، الأسي، القطع المكافئ).

-النموذج الخطي

-النموذج الأسي

-نموذج القطع المكافئ.

الفصل الثالث: نماذج السلاسل الزمنية العشوائية المستقرة وغير المستقرة.

المبحث الأول: خصائص السلسلة الزمنية.

-العشوائية.

-الاستقرارية(التامة، الضعيفة).

المبحث الثاني: نماذج السلاسل الزمنية العشوائية والمستقرة(نماذج ARMA).

-نموذج الانحدار الذاتي AR(P).

-نماذج المتوسطات المتحركة MA(q).

-النماذج المختلطة ARMA(p،q).

المبحث الثالث: نماذج السلاسل الزمنية العشوائية غير المستقرة.

-أنواع السلاسل الزمنية غير المستقرة(النموذج TS، السيرورة DS).

-اختبارات الكشف عن استقرارية السلسلة الزمنية(DF، ADF، KPSS، PP،....).

-الامتداد إلى النماذج ARIMA و SARIMA.

الفصل الرابع: التنبؤ باستخدام منهجية Box-Jenkins.

المبحث الأول: استخراج خصائص السلسلة الزمنية.

المبحث الثاني: التعرف على النموذج.

المبحث الثالث: تقدير معالم النموذج AR(P)، السيرورة MA(q) والنموذج ARMA(p،q).

المبحث الرابع: اختيار جودة النموذج.

المبحث الخامس: القيام بعملية التنبؤ.

تمهيد:

لقد أصبح تحليل السلاسل الزمنية منذ النصف الثاني من القرن العشرين المرجعية الرئيسية لأغلب الباحثين، الخبراء والدارسين داخل وخارج أروقة الجامعات والمعاهد فضلا عن مراكز البحث التي تهتم بموضوع التنبؤ، ومؤكد أن تلك الأهمية تعزى إلى المنهجية التي قدمها العالمان بوكس وجينكنز في مطلع السبعينيات من نفس القرن، والتي أصبحت منذ ذلك الوقت الأداة الأكثر قبولا والوسيلة الأكثر شيوعا في الأوساط العلمية، حيث أثبتت هذه المنهجية كفاءة عالية في نمذجة البيانات الزمنية والتنبؤ بها.

المبحث الأول: مدخل للسلاسل الزمنية.

السلسلة الزمنية هي مجموعة من المشاهدات أو القياسات التي تأخذ على إحدى الظواهر (اقتصادية، اجتماعية، طبية، طبيعية،...)على فترات زمنية متباعدة عادة ما تكون متساوية الطول ومتتالية، أو هي مجموعة من المشاهدات المسجلة لمتغير ما، مرتبة وفق حدوثها في الزمن، والتي يكون في الغالب الهدف من دراستها تحديد كيفية تطور الظاهرة–العملية المولدة للسلسلة– عبر الزمن، والى تحديد دورات تلك المتغيرات ومعرفة أسبابها ونتائجها وكذا التخمين المستقبلي لتطورها، أو هي مجموعة من المشاهدات التي تتولد على التوالي خلال الزمن.

وتتميز بيانات السلسلة الزمنية عن بقية أنواع البيانات في التالي:

–تعتبر أن عامل الزمن هو المتغير الوحيد المؤثر على الظاهرة المدروسة.

–المشاهدات المتتالية عادة ما تكون غير مستقلة، أي تعتمد على بعضها البعض، الأمر الذي سيستغل فيما بعد للتوصل إلى تنبؤات موثوق بها، وهذا ما يجعل ترتيب قيم أو بيانات السلسلة الزمنية أمر ضروري(يستخدم دليل سفلي للإشارة إلى الترتيب).

–المشاهدات أو القراءات تأخذ عند فترات زمنية متساوية أو قريبة من التساوي.

ثانيا: أهداف تحليل السلاسل الزمنية: تحليل السلسلة الزمنية له عدة أهداف نذكر منها:

–الحصول على وصف دقيق للملامح الخاصة للعملية التي تتولد منها السلسلة الزمنية.

–إنشاء نموذج لتفسير وشرح سلوك السلسلة اعتماد على السلوك الماضي لها(استنادا لفكرة وجود قوة دافعة وكافية في النظام تؤكد أن سلوك الظاهرة في الماضي هو نفسه سلوكها في المستقبل).

-التحكم في العملية التي تتولد منها السلسلة الزمنية بفحص ما يمكن حدوثه عند تغيير بعض معالم النموذج، أو بالتوصل إلى سياسات تستخدم فقط للتدخل عندما تنحرف عملية السلسلة عن الهدف المحدد بأكثر من مقدار معين.

ثانيا: مركبات السلسلة الزمنية.

وصف الظواهر موضع الدراسة والتعرف فضلا عن رصد التغيرات المختلفة التي طرأت عليها خلال فترة الدراسة يعتبر احد أهداف دراسة السلاسل الزمنية، وفي واقع الأمر يمكن القول أن التغيرات التي تطرأ على الظاهرة من فترة زمنية لأخرى تحدث بسبب أربعة أنواع من العوامل (المؤثرات) المختلفة هي: الاتجاه العام، العوامل الموسمية، العوامل الدورية والعوامل العارضة، حيث يؤثر كل نوع من هذه العوامل على الظاهرة عند أي فترة زمنية بشكل معين وفي اتجاه معين وبدرجة معينة، وقد تتأثر السلسلة الزمنية بهذه العوامل أو المؤثرات مجتمعة أو ببعضها فقط، نشير هنا إلى أن العوامل الثلاثة الأولى (الاتجاه العام، الموسمية والدورية) تعرف بأنها العوامل الرئيسية أو المنتظمة في السلسلة، وهي التي يمكن دراستها واكتشاف أنماطها والتنبؤ بها في المستقبل، بينما تعرف العوامل العارضة بالعوامل غير الرئيسية أو غير المنتظمة في السلسلة، وهي التغيرات غير النمطية التي لا يمكن اكتشافها أو التنبؤ بها.

تأخذ التغيرات السابقة في أدبيات السلاسل الزمنية أسماء عديدة، فتارة تعرف بمؤثرات السلاسل الزمنية، وتارة أخرى تعرف بعناصر السلسلة الزمنية، وتارة ثالثة تعرف بمركبات السلسلة الزمنية، وهذا هو المصطلح الذي سنعتمده في هذا المقياس.

1-الاتجاه العام: يرمز له اختصارا بالرمز **Trend**، وهو يشير إلى الحركة المنتظمة الصاعدة أو النازلة لقيم الظاهرة خلال فترة زمنية طويلة نسبيا، أو هو التغير المنتظم في مستوى السلسلة الزمنية، وعلى الرغم من أن طول فترة الاتجاه العام الفعلية غير محددة، إلا انه يفضل أن تمتد في الحالات الاقتصادية والتجارية لتشمل دورتين اقتصاديتين على الأقل لنتمكن من تمييز الاتجاه العام في السلسلة الزمنية، لذلك يمكن تعريف الاتجاه العام في سلسلة زمنية بأنه التحركات الصاعدة أو الهابطة في مستوى السلسلة على المدى الطويل.

بالتالي نجد أن تغيرات الاتجاه العام تظهر في المدى الطويل نتيجة التغير التدريجي والطبيعي في حجم الظاهرة، وهو يقيس متوسط التغير لكل فترة زمنية، هذا الأخير يمكن تمثيله بخط مستقيم أو منحنى بناءا على بيانات السلسلة، مع العلم يمكن رصد ثلاثة أنواع مختلفة للاتجاه

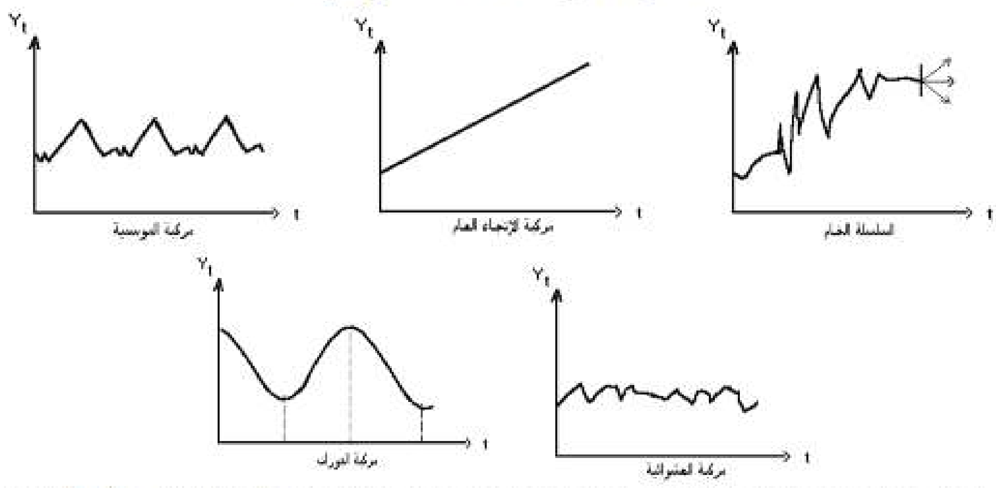
العام غير الخطي هي: المنحنى الأسي، ومنحنى من الدرجة الثانية وكذلك منحنى النمو الذي يأخذ عادة شكل حرف S والذي يصف نمو مؤسسة أو صناعة في الأجل الطويل.

2-المركبة الموسميةSeasonal Component: يرمز لها اختصارا بالرمز S، وهي التغيرات التي تؤدي إلى حدوث نمط دوري كامل في السلسلة الزمنية يتكرر بانتظام بعد عدد معين من الفترات الزمنية، والتي عادة ما تظهر من خلال التذبذبات الصغيرة فوق وتحت خط أو منحنى الاتجاه العام، ومن أهم الأسباب التي تؤدي إلى حدوث التغيرات الموسمية نجد: تغيرات الطقس، العادات والتقاليد، الاحتفالات الدينية....، فحالة الطقس من أهم العوامل التي تؤدي إلى حدوث تغيرات موسمية في الإنتاج الزراعي وكذلك الاستهلاك، النشاط السياحي وكذلك البناء.

3-مركبة التغيرات الدوريةCyclical Component: يرمز لها اختصارا بالرمز C، وهي تشبه لحد كبير التغيرات الموسمية، والتي يميزها عنها الفترة الطويلة اللازمة لملاحظتها، فالمركبة الدورية تغطي فترة طويلة نسبيا وهي تتعلق بالدورات الاقتصادية (حالة الركود وحالة الرخاء الاقتصادي)، هاتان الحالتان تتعاقبان بشيء من الانتظام خلال فترات متباعدة نسبيا، لهذا وبسبب كون التنبؤ عموما يتم في المدى المتوسط والبعيد فان الدورات تهمل دراستها.

4-المركبة العشوائية Irregular Component: تنشأ هذه التغيرات التي يرمز لها اختصارا بالرمز I نتيجة العوامل التي لا يمكن التحكم بها لأنها لا تحدث طبقا لقاعدة أو نظام أو قانون معين، فهي تغيرات غير عادية تسبب اهتزازات فجائية في الظاهرة بالارتفاع والانخفاض، وتتصف هذه التغيرات بكونها لا تستمر طويلا لذلك فهي تسمى بالتغيرات قصيرة الأجل، من أسباب هذه التغيرات الحروب، الزلازل والبراكين، السيول والفيضانات والإضرابات العمالية.

شكل1 مكونات السلسلة الزمنية



المصدر : مقتبس بتصرف من المرجع محمد أبوصالح وعدنان محمد عوض (مقدمة في الإحصاء) دار USA, A WILEY ARABOOK 1983 الصفحة 276.

ثانيا: العلاقة بين مركبات السلسلة الزمنية: إن القيم المشاهدة Y_t في اللحظة الزمنية t هي بدلالة المكونات السابقة الذكر، لذلك نكتب: $Y_t = \int (T.C.S.I)$ ولكن على اثر استبعاد اثر الدورات لأنه يحدث في السلاسل الزمنية الطويلة نسبيا يمكننا إعادة صياغة الدالة السابقة لتصبح: $Y_t = \int (T.S.I)$، نشير هنا إلى وجود ثلاثة أنواع من العلاقات التي يمكن أن تربط بين مركبات السلسلة الزمنية هي:

1-النموذج التجميعي: Additive Model: يعتبر الأسهل من حيث إجراء العمليات الحسابية، وهو يفترض أن قيم السلسلة الزمنية (Y_t) هي حاصل جمع مركبات السلسلة الزمنية الأربعة، مع العلم أن هذا النموذج يستخدم لما يثبت أن المركبات الأربعة للسلسلة الزمنية مستقلة عن بعضها البعض، رياضيا يكتب بالطريقة التالية:

$$Y_t = T + C + S + I$$

2-النموذج الضربي Multiplicative Model: النموذج الضربي هو الأكثر شيوعا بالنسبة للظواهر الاقتصادية والاجتماعية، ويفترض هذا النموذج أن قيم السلسلة الزمنية (Y_t) هي حاصل ضرب مركباتها، ويعتمد في حالة ثبوت كون المركبات الأربعة للسلسلة الزمنية غير مستقلة عن بعضها البعض، رياضيا يمكن التعبير عنه بالطريقة التالية:

$$Y_t = T * C * S * I$$

3-النموذج المختلط: هو الأنسب لأنه يجمع بين عناصر النموذجين السابقين بعدة طرق، فلو افترضنا أن المركبتين الموسمية والدورية تتأثران بالاتجاه العام ومستقلتان عن بعضهما البعض والعامل العشوائي هو الآخر مستقل، فان النموذج يكتب على الشكل التالي:

$$Y_t = T * C + T * S + I \Rightarrow Y_t = T(C + S) + I$$

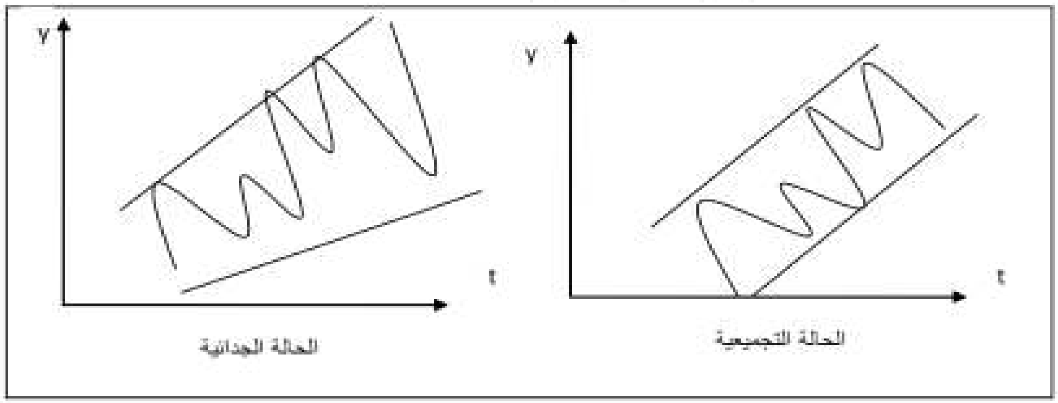
ملاحظة: عند إدخال اللوغاريتم على النموذج الجدائي أو المختلط فإننا نتحصل على النموذج التجميعي.

لمعرفة أي حالة تربط بين مركبات السلسلة الزمنية يتم اعتماد احد الأسلوبين:

أولا: الأسلوب البياني: حسب هذا الأسلوب تكون السلسلة ذات:

-**عناصر تجميعية:** في حالة كون تذبذباتها تنحصر بين خطين متوازيين.

-عناصر جدائية: عندما تكون ذبذبات السلسلة غير ثابتة في الشدة (تباين متزايد)، بالتالي تقع بين خطين منفرجين.



المصدر: مولود حشمان، السلاسل الزمنية وتقنيات التنبؤ القصير المدى ، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2010،

ثانيا: الأسلوب الانحداري: يتم عن طريق تقدير معلمة الانحدار في المعادلة التالية:

$$\sigma_i = a + b\bar{Y}_i$$
$$i = 1.2.3..........n$$

حيث أن: σ_i و $\bar{Y}_i$ يحسبان استنادا للعبارات الرياضية التالية:

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{P}\sum_{j=1}^{P}\left(Y_{ij} - \bar{Y}_i\right)^2}$$

$$\bar{Y}_i = \frac{\sum_{j=1}^{P} Y_{ij}}{P}.................j = 1.2.3.......P$$

مع العلم أن: (i) السنوات، (j) الفصول، $\left(\bar{Y}_i\right)$ يشير لمتوسط الفصول، المتوسط الحسابي لكل سنة، بالنسبة لمعلمة الانحدار السابق (b) فتحسب استنادا للمعادلة التالية:

$$\hat{b} = \frac{n\sum_{i=}^{n} Y_i\sigma_i - \sum_{i=1}^{n}\bar{Y}_i\sum_{i=1}^{n}\sigma_i}{n\sum_{i=1}^{n}\left(\bar{Y}_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n}\bar{Y}_i\right)^2}$$

فإذا كان:

$\hat{b} \prec 0.05$: السلسلة تجميعية.

$0.05 \leq \hat{b} \leq 0.1$: السلسلة مختلطة.

$\hat{b} \succ 0.1$: السلسلة جدائية.

مثال: لتكن لدينا البيانات الموالية والمتعلقة بالاستهلاك الموسمي خلال الفترة 2017-2019.

السنة	2017				2018				2019			
الفصل	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
الاستهلاك	155	158	163	171	153	156	162	172	162	164	173	181

المطلوب: تحديد العلاقة بين مركبات السلسلة الزمنية.

الحل: تقدير معامل الانحدار من المعادلة الخطية البسيطة:

$$\sigma_i = a + b\bar{Y}_i$$
$$i = 1.2.3..........n$$

السنة / الفصل	1	2	3	4	$\left(\bar{Y}_i\right)$	σ_i	$\left(\bar{Y}_i * \sigma_i\right)$	$\left(\bar{Y}^2{}_i\right)$
2017	155	158	163	171	161.75	6.06	979.72	26163.06
2018	153	156	162	172	160.75	7.26	1166.82	25840.56
2019	162	164	173	181	170	7.58	1289.09	28900
$\sum$					492.5	20.9	3435.63	80903.62

$$\bar{Y}_1 = \frac{\sum_{j=1}^{P} Y_{1j}}{P} = \frac{155+158+163+171}{4} = 161.75$$ باقي القيم تحسب بنفس الطريقة

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{1}{4}\sum_{j=1}^{4}\left(Y_{1j} - \bar{Y}_1\right)^2} = \sqrt{\frac{(155-161.75)^2 + (158-161.75)^2 + (163-161.75) + (171-161.75)^2}{4}} = 6.06$$

$$\hat{b} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} Y_i\sigma_i - \sum_{i=1}^{n}\bar{Y}_i \sum_{i=1}^{n}\sigma_i}{n\sum_{i=1}^{n}\left(\bar{Y}_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n}\bar{Y}\right)^2} = \frac{(3*3435.63)-(492.5*20.9)}{(3*80903.62)-(492.5)^2} = 0.093$$

$0.05 \leq \hat{b} \leq 0.1 \Rightarrow$ النموذج المختلط هو ما يوافق السلسلة المدروسة

المبحث الثاني: الكشف عن مركبات السلسلة الزمنية.

قبل الشروع في عملية التنبؤ يجب أولا الكشف عن وجود مركبات السلسلة الزمنية المشار إليها سابقا من عدمه (مركبة الاتجاه العام، الموسمية وكذلك المركبة الدورية)، في هذا الإطار يمكن أن نشير أن عملية الكشف السابقة تتم: عن طريق اختبارات إحصائية وهي التي تعطي قرارات قاطعة، وكذلك عن طريق تحليل المعلومات بيانيا، من خلال تمثيل المعلومات أو البيانات الرقمية في شكل بياني وملاحظة تغيراتها، فنجد أن الاتجاه العام هو تلك المركبة التي تدفع بالمنحنى نحو الزيادة إذا كان ميلها موجب، أو إلى الأسفل إذا كان ميلها سالب، بينما تنعكس المركبة الدورية أو الموسمية في الشكل البياني على هيئة قمم أو انخفاضات (نتوءات) بشكل منتظم، في حين تظهر المركبة العشوائية مثل المركبة الموسمية لكن بشكل غير منتظم.

إلا انه وللأسف ، وفي كثير من الحالات لا يكون الاختبار البياني لوحده كافيا، حيث لا يسمح بكشف مركبات السلسلة الزمنية بشكل دقيق مما يستلزم استعمال أدوات إحصائية لهذا الغرض نطلق عليها اسم الاختبارات الإحصائية Statistical Tests وهي موضوع دراستنا في التالي.

أولا: اختبارات الكشف عن مركبة الاتجاه العام: في هذا الإطار نشير إلى أن اختبارات الكشف عن مركبة الاتجاه العام تنقسم إلى قسمين: اختبارات حرة Non Parametric Tests وهي التي لا تخضع لأي توزيع احتمالي، فهي إذا حرة التوزيع أي لا تتطلب أي فرضية حول التوزيع الاحتمالي للأخطاء ε_t، واختبارات غير حرة Parametric Tests ، وهي التي تفرض معرفة التوزيع الاحتمالي للأخطاء، تتمثل اختبارات النوع الأول في:

1-اختبار التوالي (تعاقب الإشارات): Run Test.

يصلح هذا الاختبار لكشف مدى عشوائية السلسلة الزمنية، لهذا يسمى في الغالب باختبار العشوائية Test of Randomness، كذلك يستعمل في التحقق من وجود مركبة الاتجاه العام في السلسلة الزمنية، ويتم بناءه اعتمادا على الفرضيات التالية:

H_0 : السلسلة عشوائية.

H_1 : السلسلة ذات اتجاه عام.

يتم تكوين الاختبار بإتباع الخطوات التالية:

1-ترتيب المشاهدات من اصغر قيمة إلى اكبر قيمة (ترتيب تصاعدي)، وإرفاقها بالدليل السفلي.

2-تحديد الوسيط M_d وهي المشاهدة المقابلة للرتبة (الدليل السفلي) m، حيث:

* n عدد المشاهدات فردي $m=\frac{n+1}{2} \Leftarrow M_d = Y_m$.

* n عدد المشاهدات زوجي $m=\frac{n}{2} \Leftarrow M_d = \frac{Y_m + Y_{m+1}}{2}$.

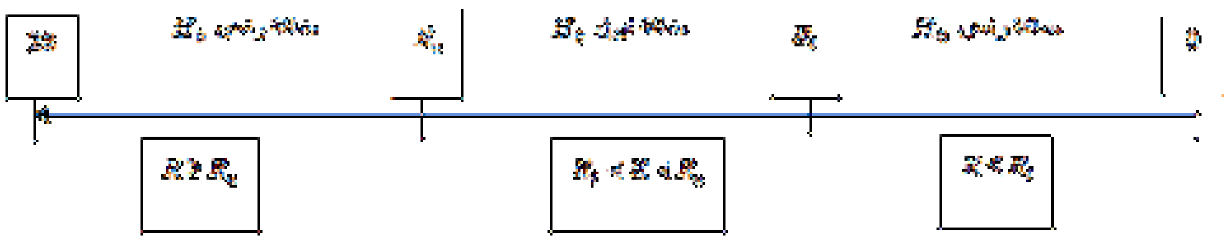
3-إعطاء إشارة سالبة للقيم التي هي اقل تماما من M_d وموجبة لمن هي اكبر.

4-حساب R والذي يمثل عدد مرات توالي الإشارة من الموجب إلى السالب أو العكس.

5-اتخاذ القرار بقبول أو رفض فرضية العدم، فإذا كان:

* $m \prec 20$: **يعني حالة العينة صغيرة،** في هذه الحالة يتم اتخاذ القرار اعتمادا على مخطط التوالي الذي يوضحه الشكل الموالي:

الشكل(01): مخطط التوالي.



$R_l;R_u$: تمثل القيم الحرجة المجدولة العليا والدنيا على الترتيب، وتستخرج من الجداول الإحصائية، ما تجدر الإشارة له هنا هو أننا نتوقع أن تكون R ضعيفة في حالة وجود مركبة الاتجاه العام، وتكون معتبرة في حالة عدم وجودها .

* $m \succ 20$: **يعني حالة العينة كبيرة:** في هذه الحالة يتم اتخاذ القرار اعتمادا على قانون التوزيع الطبيعي، حيث يتم رفض فرضية العدم (السلسلة تحتوي على مركبة الاتجاه العام) إذا كان:

$$|Z| \succ Z_{\frac{1-\alpha}{2}}$$

والعكس صحيح، حيث أن:

$$|Z| = \frac{R - u_R}{\sigma_R}$$
$$u_R = m + 1$$
$$\sigma_R = \sqrt{\frac{m(m+1)}{2m-1}}$$

أما قيمة $Z_{\frac{1-\alpha}{2}}$ يتم الحصول عليها من جدول التوزيع الطبيعي، في الغالب القيم التي درج المختصون على استخدامها والخاصة بمستوى المعنوية 1%، 5% و10% تكون قيم $Z_{\frac{1-\alpha}{2}}$ الموافقة لها هي:

$$\alpha = 10\% \Rightarrow Z_{0.4495} = 1.64$$
$$\alpha = 5\% \Rightarrow Z_{0.4750} = 1.96$$
$$\alpha = 1\% \Rightarrow Z_{0.4949} = 2.57$$

مثال02: لتكن لدينا معطيات الاستهلاك الفصلية التي يوضحها الجدول الموالي:

السنة	2019				2020				2021			
الفصل	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
الاستهلاك	155	158	163	171	153	156	162	172	162	164	173	181

-هل تحتوي السلسلة على مركبة الاتجاه العام؟

الحل: للكشف عن وجود مركبة الاتجاه العام في السلسلة الزمنية السابقة باستخدام اختبار التوالي فإننا نتبع الخطوات التالية:

1-صياغة الفرضيات:

H_0 : السلسلة عشوائية.

H_1 : السلسلة ذات اتجاه عام.

2-ترتيب المعطيات ترتيب تصاعدي (من أصغر قيمة إلى أكبر قيمة)، وهذا ما يوضحه الجدول الموالي:

الدليل السفلي m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
القيمة	153	155	156	158	162	162	163	164	171	172	173	181

3-تحديد قيمة الوسيط: لان عدد المشاهدات زوجي فإننا نستعمل العلاقة الموالية:

$$m = \frac{12}{2} = 6$$
$$\Rightarrow M_d = \frac{Y_6 + Y_7}{2} = \frac{162+163}{2} = 162.5$$

4-إعطاء قيم سالبة للقيم التي هي أقل تماما من الوسيط، وإشارة موجبة للقيم الأكبر من أو تساوي قيمة الوسيط، وهذا ما يوضحه الجدول الموالي:

السنة	2019				2020				2021			
الفصل	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
الاستهلاك	155	158	163	171	153	156	162	172	162	164	173	181
الإشارة	−	−	+	+	−	−	−	+	−	+	+	+

ومنه نستنتج أن عدد مرات تعاقب الإشارة هو $R = 6$.

5-اتخاذ القرار، لان $m = 6 \leq 20$ وعليه نستنتج أننا نتعامل مع عينة صغيرة، وعند الاطلاع على القيم الحرجة لمخطط التوالي نجد أن: $R_l = 3 . R_u = 11$، وهذا ما يتركنا نستنتج أن $R = 6$ تقع بينهما، يعني $R_l = 3 \prec R = 6 \prec R_u = 11$، وهذا ما يتركنا نقبل فرضية العدم، ومنه السلسلة عشوائية وبالتالي لا تحتوي على مركبة الاتجاه العام.

2-اختبار نقطة الانعطاف: Turning Point

الاختبار في تكوينه لا يهتم بنقاط الانعطاف بحد ذاتها التي تعكس اتجاه تغير السلسلة، وإنما تعتبر نقطة انعطاف تلك الفترة التي تكون فيها إشارة الفرق $Y_t - Y_{t-1}$ مختلفة عن إشارة الفترة السابقة، فإذا كانت السلسلة الزمنية بدون مركبة الاتجاه العام فان توزيع عدد مرات تغير الإشارة يتبع التوزيع الطبيعي حتى بالنسبة للعينات الصغيرة، مما يعني ضرورة الاعتماد على جدول التوزيع الطبيعي لاستخراج القيم الحرجة (الجدولية)، أما إجراءات الاختبار فتكون كما يلي:

1-حساب الفرق من الدرجة الأولى للسلسلة الزمنية، أي: $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$.

2-إعطاء إشارة موجبة للفرق الموجب وسالبة لنظيره الفرق السالب.

3-يرمز بالرمز u، والذي يمثل عدد مرات تغير الإشارة في $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$، مع العلم أن الاختبار يستخدم لما يكون عدد المشاهدات n اكبر من 10، وتصاغ الفرضية العدمية فيه والبديلة كما يلي:

H_0 : السلسلة عشوائية.

H_1 : السلسلة ذات اتجاه عام.

ترفض في هذا الاختبار فرضية العدم H_0 إذا كان:

$$|Z| \succ Z_{\frac{\alpha}{2}}$$

وتقبل في الحالة العكسية،حيث أن Z تحسب استنادا للعلاقة التالية:

$$Z = \frac{u - u_n}{\sigma_n}$$

$$u_n = \frac{2(n-2)}{3}$$

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{16n - 29}{90}}$$

مثال: خذ نفس معطيات المثال السابق وباستخدام اختبار نقطة الانعطاف قرر فيما إذا كانت السلسلة عشوائية أو تحتوي على مركبة الاتجاه العام.

الحل: في البداية نحتاج إلى حساب الفروق من الدرجة الأولى لمعرفة قيمة u، وهي التي يظهرها الجدول الموالي:

السنة	2019				2020				2021			
الفصل	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
الاستهلاك	155	158	163	171	153	156	162	172	162	164	173	181
الفرق	/	3	5	8	18−	3	6	10	10−	2	9	8
الإشارة	/	+	+	+	−	+	+	+	−	+	+	+

ومنه نستنتج أن قيمة $u=5$، ولان عدد المشاهدات $n=12$، يعني يفوق 10 مشاهدات، وعليه يمكننا إجراء اختبار نقطة الانعطاف، ومنه:

$$u_n = \frac{2(12-2)}{3} = \frac{20}{3} = 6.66$$

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{16(12)-29}{90}} = 1.34$$

$$Z = \frac{5-6.66}{1.34} = -1.238$$

من جدول التوزيع الطبيعي نجد:

$$Z_{\frac{1-0.05}{2}} = 1.96$$
$$\Rightarrow |Z=-1.238| \prec Z_{\frac{1-0.05}{2}} = 1.96$$

ومنه القرار هو: قبول فرضية العدم، بمعنى أن السلسلة عشوائية، أي لا تحتوي على مركبة الاتجاه العام.

3-اختبار الإشارة: يشار له اختصارا باختبار (v)، والذي يستخدم عندما يكون عدد الفروق غير الصفرية من الدرجة الأولى $w \geq 20$، وهذا الاختبار يعتمد على إشارة الفرق $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$ الذي قد يكون سالبا أو موجبا أو معدوم، تتلخص إجراءاته في:

*صياغة الفرض الصفري والبديل، والتي تكون مشابهة تماما للاختبارات السابقة، أي:

H_0 : السلسلة عشوائية.

H_1 : السلسلة ذات اتجاه عام.

*تحديد عدد الفروق الموجبة (v)، وعدد الفروق غير الصفرية (w).

*اتخاذ القرار، حيث يتم رفض فرضية العدم (H_0) إذا تحقق التالي:

$$|Z| \succ Z_{\frac{1-\alpha}{2}}$$

حيث أن Z تحسب اعتمادا على العلاقة التالية:

$$Z = \frac{v - u_v}{\sigma_v}$$

أما قيمة $u_v.\sigma_v$ فتحسب كالتالي:

$$u_v = \frac{w}{2} .... \sigma_v = \sqrt{\frac{w}{4}}$$

مثال: البيانات الموضحة في الجدول الموالي تعكس مبيعات إحدى المؤسسات خلال ستة سنوات:

الفصل	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
y_t	10	19	64	32	12	12	68	29	7	18	60	36
الفصل	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
y_t	6	11	64	50	11	19	69	20	9	20	54	30

-اعتمادا على اختبار الإشارة حدد في ما إذا كانت السلسلة تحتوي على مركبة الاتجاه العام؟

الحل: للكشف عن وجود مركبة الاتجاه العام في السلسلة بالاعتماد على اختبار الإشارة نتبع التالي:

*نحسب الفروق باعتماد العلاقة $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$ وهي التي يوضحها الجدول الموالي:

الفصل	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
y_t	10	19	64	32	12	12	68	29	7	18	60	36
ΔY_t	-	9	45	32-	20-	0	56	39-	22-	11	42	24

الفصل	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
y_t	6	11	64	50	11	19	69	20	9	20	54	30
ΔY_t	−30	5	53	−14	−39	8	50	−49	−11	11	34	−24

ومنه نجد أن عدد الفروق الموجبة $v=11$، أما عدد الفروق غير الصفرية فهو $w=22$ ،وعليه فان:

$$u_v = \frac{22}{2} = 11$$

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{22}{4}} = 2.35$$

ومنه فان:

$$z = \frac{11-11}{2.35} = 0$$

ومن جدول التوزيع الطبيعي يتضح أن $Z_{\frac{1-5\%}{2}} = 1.96$، وعليه:

ومنه فالقرار هو قبول فرضية العدم بمعنى أن السلسلة لا تحتوي على مركبة الاتجاه العام:

$$|Z| = 0 \prec Z_{\frac{1-\alpha}{2}} = 1.96$$

4-اختبار دانيال: Daniel Test

يعتبر أقوى وأحسن اختبار، وهو يستعين بمعامل الارتباط الرتبي لسبيرمان، أي على قياس الارتباط الخطي بين ترتيبين (الترتيب التصاعدي R_t والزمن t)، إجراءاته تتمثل في:

*صياغة الفرضية العدمية H_0 والفرضية البديلة H_1 كالتالي:

H_0 : السلسلة عشوائية.

H_1 : السلسلة ذات اتجاه عام.

*حساب معامل الارتباط لسبيرمان باستعمال الصيغة الرياضية الموالية:

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_{t=1}^{n} d_t^2}{n\left(n^2 - 1\right)}$$

d_t هو الفرق بين الترتيب التصاعدي والزمن، أي $d_t^2 = \left(R_t - t\right)^2$، أما n فيشير لعدد المشاهدات، ونتيجة لكون r_s معامل ارتباط خطي فان قيمته تكون محصورة بين $-1 \leq r_s \leq 1$.

ملاحظة: في حالة الرتب مكررة المشاهدات فإننا نعوض الرتب المكررة بوسطها الحسابي.

*اتخاذ القرار يتوقف على حجم العينة كما يلي:

-**حالة العينات الصغيرة:** أي لما $n \prec 30$، في هذه الحالة نرفض الفرضية الصفرية لما:

$$\left|r_s\right| \succ r_{\frac{\alpha}{2}}$$

-**حالة العينات الكبيرة:** أي لما $n \geq 30$، في هذه الحالة نرفض الفرضية الصفرية لما:

$$\left|Z\right| \succ Z_{\frac{1-\alpha}{2}}$$

حيث أن:

$$\left.\begin{aligned} Z &= \frac{r_s - u_r}{\sigma_r} \\ u_r &= 0 \\ \sigma_r &= \frac{1}{\sqrt{n-1}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow Z = r_s\sqrt{n-1}$$

مثال: لتكن لدينا معطيات الاستهلاك الفصلية التي يوضحها الجدول الموالي:

السنة	2019				2020				2021			
الفصل	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
الاستهلاك	155	158	163	171	153	156	162	172	162	164	173	181

-باستعمال اختبار دانيال، قرر في ما إذا كانت السلسلة السابقة تحتوي على مركبة الاتجاه العام علما أن: $r_{\frac{\alpha}{2}} = 0.5804$.

الحل:

-لحساب معامل الارتباط الرتبي لسبيرمان نحتاج للترتيب التصاعدي R_t الذي يوضحه الجدول الموالي:

السنة	2019				2020				2021			
الفصل	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
الاستهلاك	155	158	163	171	153	156	162	172	162	164	173	181
t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
R_t	2	4	7	9	1	3	5.5	10	5.5	8	11	12
d_t^2	1	4	16	25	16	9	2.25	4	12.25	4	0	0

ومنه نستنتج أن:

$$\sum_{t=1}^{12} d_t^2 = 93.5$$

$$\Rightarrow r_s = 1 - \frac{6 * 93.5}{12(12^2 - 1)} = 0.67$$

بما أن $|r| = 0.67 \succ r_{\frac{\alpha}{2}} = 0.5804$، فان الفرضية الصفرية مرفوضة، وهذا ما يعني أن السلسلة تحتوي على مركبة الاتجاه العام.

ثانيا: الكشف عن الموسمية: على العموم يمكن معرفة احتواء السلسلة على المركبة الموسمية بكل بساطة، وهذا إذا كنا نعرف موضوع السلسلة الزمنية، فيمكن على سبيل المثال توقع وجود المركبة الفصلية في معطيات فصلية خاصة بموضوع الطلب على غاز التدفئة، هذا الأخير سنجده مرتفع وقت معين على حساب فترات أخرى، كما يمكن كشف هذه المركبة بيانيا، حيث نسجل قمم وانخفاضات في فترات منتظمة، ورغم ذلك فانه قد يتعذر كشفها في بعض السلاسل الشديدة التذبذب، وخاصة عند توفر كم هائل من المعطيات، وفي حالات مثل هذه نلجأ إلى استخدام بعض المقاييس الإحصائية لكشفها لعل أهمها:

1-اختبار Kruskal-Wallis : يرمز له اختصارا بالرمز KW ، وهذا الأخير يعتبر من أهم الاختبارات التي تستعمل في كشف الموسمية في السلسلة الزمنية، وهو يقوم على الفرضيتين التاليتين:

H_0 : لا توجد موسمية في السلسلة الزمنية.

H_1 : السلسلة الزمنية تحتوي على مركبة موسمية.

1-حساب إحصائية KW وفق الصيغة الرياضية التالية:

$$KW = \frac{12}{n(n+1)}\sum_{i=1}^{p}\frac{R_i^2}{m_i} - 3(n+1) \rightarrow x_{p-1}^2$$

حيث أن:

R_i : تمثل مجموع رتب المشاهدات المقابلة للفصل i.

m_i : تمثل عدد القيم أو المشاهدات المقابلة للفصل i.

P : الدورية، وهي تساوي 4 في المشاهدات الفصلية و12 في الشهرية وهكذا، ومن اجل تطبيق هذا الاختبار فإننا نتبع الخطوات التالية:

1-إزالة مركبة الاتجاه العام من السلسلة.

2-تحديد وجود أو عدم وجود الموسمية من خلال تحديد الرتب R_i ثم تعديل هذه الرتب.

3-تحديد القيمة الجدولية لإحصائية كاي-مربع x^2 عند مستوى معنوية α ودرجة حرية $p-1$.

4-مقارنة القيمة المحسوبة لإحصائية KW مع القيمة الجدولية لإحصائية كاي-مربع، فإذا كان: $KW \succ x_{(\alpha.p-1)}^2$نرفض فرضية العدم لصالح الفرضية البديلة(السلسلة تحتوي على المركبة الموسمية).

مثال: لتكن لدينا المعطيات التالية حول متغير اجتماعي ما من 2017/01 الى 2021/04:

السنة الفصل	2017	2018	2019	2020	2021
1	14	10	12	7	6
2	20	19	12	18	11
3	44	64	68	60	64
4	21	32	29	36	50

بافتراض أن السلسلة لا تحتوي على مركبة الاتجاه العام والمطلوب الكشف عن المركبة الموسمية باستخدام اختبار KW.

الحل:

-كشف المركبة الموسمية باستخدام اختبار **Kruskal–Wallis**، وبعد ترتيب المشاهدات ترتيب تصاعدي نحصل على الجدول الموالي:

الزمن	**1**	**2**	**3**	**4**	5	6	7	8	**9**	**10**
مشاهدة	14	20	44	21	10	19	64	32	12	12
الترتيب	7	10	15	11	3	9	18.5	13	5.5	5.5
الزمن	**11**	**12**	13	14	15	16	**17**	**18**	**19**	**20**
مشاهدة	68	29	7	18	60	36	6	11	64	50
الترتيب	20	12	2	8	17	14	1	4	18.5	16

ومنه يكون الترتيب حسب كل فصل (ترتيب الرتب) كالتالي:

السنة **الفصل**	**2017**	**2018**	**2019**	**2020**	**2021**	**المجموع**
1	7	**3**	**5.5**	**2**	**1**	**18.5**
2	**10**	**9**	**5.5**	**8**	**4**	**36.5**
3	**15**	**18.5**	**20**	**17**	**18.5**	**89**
4	**11**	**13**	**12**	**14**	**16**	**66**

ومنه نجد أن:

-مجموع رتب المشاهدات المقابلة للفصل: الأول هو $R_1 = 18.5$، الثاني $R_2 = 36.5$، الثالث هو $R_3 = 89$ والرابع هو $R_4 = 66$.

-عدد المشاهدات أو القيم المقابلة: للفصل الأول هو $m_1 = 5$، للفصل الثاني هو $m_1 = 5$، للفصل الثالث هو $m_1 = 5$ وللفصل الرابع هو $m_1 = 5$.

ومنه نجد إحصائية KW تساوي:

$$KW = \frac{12}{20(20+1)} * \left[\frac{(18.5)^2}{5} + \frac{(36.5)^2}{5} + \frac{(89)^2}{5} + \frac{(66)^2}{5} \right] - 3(20+1)$$
$$\Rightarrow KW = 16.46$$

انطلاقا من الجدول الإحصائي x^2 تم تحديد القيمة الجدولية عند مستوى معنوية 5% ودرجات حرية $(p-1) = 4-1 = 3$ فكانت $x_{(5\%,3)} = 7.815$، ولان $KW = 16.46$ كانت اكبر من $x_{(5\%,3)} = 7.815$، فإننا نرفض الفرضية العدمية لصالح الفرضية البديلة، ومنه نستنتج أن السلسلة المدروسة تحتوي على المركبة الموسمية.

2-تحليل التباين Analyse of Variance واختبار فيشر: ويتم إجراء هذا الاختبار بإنشاء جدول Buys-Ballot، والذي يحتوي على: البيانات المحققة خلال عدة سنوات، ومتوسطها وانحرافها المعياري لكل سنة من جهة، ومن جهة أخرى على متوسطها وانحرافها المعياري لكل فصل إذا كانت البيانات فصلية، ومتوسطها وانحرافها لكل شهر إذا كانت البيانات شهرية، وأخيرا يحتوي على متوسطها العام وانحرافها المعياري العام.

ليكن لدينا:

n : عدد المشاهدات.

p : عدد الملاحظات في السنة ($p=4$ إذا كانت البيانات فصلية، $p=12$ إذا كانت البيانات شهرية).

بافتراض انه يمكن كتابة السلسلة الزمنية كالتالي:

$$x_{ij} = m_{ij} + e_{ij}$$

حيث:

$$i = 1,2,3,........n$$
$$j = 1,2,3,.......p$$

$m_{ij} =$ أثر السنة+اثر الدورة

التباين الكلي(مجموع المربعات الكلية) يأخذ الصيغة التالية:

$$S_T = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}\left(x_{ij} - \overline{\overline{x}}\right)^2$$

المتوسط العام:

$$\overline{\overline{x}} = \frac{1}{n*p}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}x_{ij}$$

متوسط السنة i:

$$\overline{x}_{i*} = \frac{1}{p}\sum_{j=1}^{p}x_{ij}$$

متوسط الفصل(الدورة) j:

$$\overline{x}_{*j} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_{ij}$$

تحليل التباين:

$$S_T = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}\left(x_{ij} - \overline{\overline{x}}\right)^2$$

$$\Rightarrow S_T = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}\left[\left(\overline{x}_{i*} - \overline{\overline{x}}\right) + \left(\overline{x}_{*j} - \overline{\overline{x}}\right) + \left(x_{ij} - \overline{x}_{i*} - \overline{x}_{*j} + \overline{\overline{x}}\right)\right]^2$$

$$\Rightarrow S_T = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}\left(\overline{x}_{i*} - \overline{\overline{x}}\right)^2 + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}\left(\overline{x}_{*j} - \overline{\overline{x}}\right)^2 + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}\left(x_{ij} - \overline{x}_{i*} - \overline{x}_{*j} + \overline{\overline{x}}\right)^2$$

$$\Rightarrow S_T = p\sum_{i=1}^{n}\left(\overline{x}_{i*} - \overline{\overline{x}}\right)^2 + n\sum_{j=1}^{p}\left(\overline{x}_{*j} - \overline{\overline{x}}\right)^2 + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}\left(x_{ij} - \overline{x}_{i*} - \overline{x}_{*j} + \overline{\overline{x}}\right)^2$$

$$\Rightarrow S_T = \overbrace{S_A}^{\text{السنة}} + \underbrace{S_B}_{\text{الدورة}} + \overbrace{S_R}^{\text{البواقي}}$$

ومنه نستنتج جدول تحليل التباين للكشف عن التغيرات الموسمية والاتجاه العام الموالي:

مجموع المربعات	درجة الحرية	التباين	العناصر
$S_B = n\sum_{j=1}^{p}\left(\overline{x}_{*j} - \overline{\overline{x}}\right)^2$	$p-1$	$V_B = \frac{S_B}{p-1}$	الفترة

السنة	$V_A = \frac{S_A}{n-1}$	$n-1$	$S_A = P\sum_{i=1}^{n}\left(\bar{x}_{i*} - \bar{\bar{x}}\right)^2$
البواقي	$V_R = \frac{S_R}{(p-1)*(n-1)}$	$(n-1)*(p-1)$	$S_R = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{p}\left(x_{ij} - \bar{x}_{i*} - \bar{x}_{*j} + \bar{\bar{x}}\right)^2$
المجموع	$V_T = \frac{S_T}{n*p-1}$	$(n*p)-1$	S_T

أ-اختبار وجود تأثير الاتجاه العام: بالنسبة للفرضيات تكون كالتالي:

H_0 : لا يوجد اتجاه عام.

H_1 : يوجد اتجاه عام.

من جدول تحليل التباين يتم حساب معلمة فيشر F_{CAL}، حيث:

$$F_{CAL} = \frac{V_A}{V_R}$$

نقارن المعلمة السابقة مع إحصائية فيشر الجدولية F_{TAB} عند مستوى معنوية α، ودرجات حرية $(n-1)$ للبسط و $(n-1)*(p-1)$ للمقام، فإذا كان $F_{TAB} \prec F_{CAL}$ نرفض الفرضية العدمية H_0، وبالتالي يكون القرار السلسلة تتأثر بمركبة الاتجاه العام.

ب-اختبار تأثير التغيرات الموسمية: بالنسبة للفرضيات في هذه الحالة تكون كالتالي:

H_0 : لا يوجد تغيرات موسمية.

H_1 : يوجد تغيرات موسمية.

من جدول تحليل التباين يتم حساب معلمة فيشر F_{CAL}، حيث:

$$F_{CAL} = \frac{V_B}{V_R}$$

نقارن المعلمة السابقة مع إحصائية فيشر الجدولية F_{TAB} عند مستوى معنوية α، ودرجات حرية $(p-1)$ للبسط و $(n-1)*(p-1)$ للمقام، فإذا كان $F_{TAB} \prec F_{CAL}$ نرفض الفرضية العدمية H_0، وبالتالي يكون القرار السلسلة تتأثر بالتغيرات الموسمية.

مثال: لتكن لدينا البيانات التالية:

	الفصل1	الفصل2	الفصل3	الفصل4
2017	14	20	44	21
2018	10	19	64	32
2019	12	12	68	29
2020	07	18	60	36
2021	06	11	64	50

-والمطلوب الكشف عن المركبة الفصلية ومركبة الاتجاه العام باستخدام اختبار فيشر وتحليل التباين عند مستوى معنوية $\alpha = 5\,\%$.

الحل:

1-حساب المتوسطات السنوية والفصلية للسلسلة.

	الفصل1	الفصل2	الفصل3	الفصل4	المتوسط السنوي	التباين
2017	14	20	44	21	24.75	174.25
2018	10	19	64	32	31.25	558.25
2019	12	12	68	29	30.25	697.58
2020	07	18	60	36	30.25	536.25
2021	06	11	64	50	23.75	820.91
المتوسط الفصلي	9.8	16	60	33.6	$\bar{\bar{x}} = 29.85$	
التباين	11.2	17.5	88	114.3		

ومنه نجد:

$$S_A = 146.8 \Rightarrow V_A = \frac{S_A}{n-1} = \frac{146.8}{5-1} = 36.7$$

$$S_B = 7584.55 \Rightarrow V_B = \frac{S_B}{P-1} = \frac{7584.55}{4-1} = 2528.18$$

$$S_R = 777.2 \Rightarrow V_R = \frac{S_R}{(p-1)(n-1)} = \frac{777.2}{(4-1)(5-1)} = 64.77$$

$$S_T = 8508.55 \Rightarrow V_T = \frac{S_T}{n*p-1} = \frac{8508.55}{(4*5)-1} = 447.81$$

يمكننا تلخيص ما سبق في جدول تحليل التباين الموالي:

مجموع المربعات	درجة الحرية	التباين	العناصر
$S_B = n\sum_{j=1}^{p}\left(\bar{x}_{*j} - \bar{\bar{x}}\right)^2 = 7584.55$	$p-1=3$	$V_B = \frac{S_B}{p-1} = 2528.18$	الفترة
$S_A = P\sum_{i=1}^{n}\left(\bar{x}_{i*} - \bar{\bar{x}}\right)^2 = 146.8$	$n-1=4$	$V_A = \frac{S_A}{n-1} = 36.7$	السنة
$\sum_{j=1}^{p}\left(x_{ij} - \bar{x}_{i*} - \bar{x}_{*j} + \bar{\bar{x}}\right)^2 = 777.2$	$(n-1)*(p-1)=12$	$V_R = \frac{S_R}{(p-1)*(n-1)}$ $\Rightarrow V_R = 64.77$	البواقي
$S_T = 8508.55$	$(n*p)-1=19$	$V_T = \frac{S_T}{n*p-1} = 447.81$	المجموع

2-الكشف عن الاتجاه العام: من الجدول السابق يتضح أن:

$F_{CAL} = \frac{V_A}{V_R} = \frac{36.7}{64.77} = 0.57 \prec F_{(4.12)}^{5\%} = 3.26$ ومنه نقبل الفرضية العدمية– السلسلة لا تحوي اتجاه عام

3-الكشف عن الموسمية: من الجدول السابق نجد:

$F_{CAL} = \frac{V_B}{V_R} = \frac{2528.12}{64.77} = 39.03 \succ F_{(3.12)}^{5\%} = 3.49$ ومنه نرفض فرضية العدم–يوجد تغيرات موسمية