## البرنامج السداسي لمقياس تحليل السلاسل الزمنية.

### الفصل الأول: عموميات في السلاسل الزمنية.

المبحث الأول: مدخل للسلاسل الزمنية.

-ماهية السلسلة الزمنية.

-أهداف تحليل السلاسل الزمنية.

المبحث الثاني: مركبات السلسلة الزمنية.

-مركبات السلسلة الزمنية وأشكالها(الاتجاه العام، الدورية، الموسمية والعشوائية).

-العلاقة بين مركبات السلسلة الزمنية.

المبحث الثالث: كيفية الكشف عن مركبات السلسلة الزمنية-طرق الكشف-

-الكشف عن الاتجاه العام.

-الكشف عن الموسمية.

### الفصل الثاني: التقنيات التقليدية للتنبؤ.

المبحث الأول: المتوسطات المتحركة.

-طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة.

-طريقة المتوسطات المتحركة المرجحة(الموزونة).

المبحث الثاني: طريقة التمهيد الآسي.

-طريقة التمهيد الأسي المبسطة.

-طريقة التمهيد الأسي المزدوجة.

-تقدير معاملات التمهيد الأسي.

المبحث الثالث: نماذج التنبؤ بمركبة الاتجاه العام( الخطي، الأسي، القطع المكافئ).

-النموذج الخطي

-النموذج الأسي

-نموذج القطع المكافئ.

**الفصل الثالث: نماذج السلاسل الزمنية العشوائية المستقرة وغير المستقرة.**

المبحث الأول: خصائص السلسلة الزمنية.

-العشوائية.

-الاستقرارية(التامة، الضعيفة).

المبحث الثاني: نماذج السلاسل الزمنية العشوائية والمستقرة(نماذج ARMA).

-نموذج الانحدار الذاتي AR(P).

-نماذج المتوسطات المتحركة MA(q).

-النماذج المختلطة ARMA(p،q).

المبحث الثالث: نماذج السلاسل الزمنية العشوائية غير المستقرة.

-أنواع السلاسل الزمنية غير المستقرة(النموذج TS، السيرورة DS).

-اختبارات الكشف عن استقرارية السلسلة الزمنية(DF، ADF، KPSS، PP،....).

-الامتداد إلى النماذج ARIMA و SARIMA.

**الفصل الرابع: التنبؤ باستخدام منهجية Box-Jenkins.**

المبحث الأول: استخراج خصائص السلسلة الزمنية.

المبحث الثاني: التعرف على النموذج.

المبحث الثالث: تقدير معالم النموذج AR(P)، السيرورة MA(q) والنموذج ARMA(p،q).

المبحث الرابع: اختيار جودة النموذج.

المبحث الخامس: القيام بعملية التنبؤ.

**تمهيد:**

لقد أصبح تحليل السلاسل الزمنية منذ النصف الثاني من القرن العشرين المرجعية الرئيسية لأغلب الباحثين، الخبراء والدارسين داخل وخارج أروقة الجامعات والمعاهد فضلا عن مراكز البحث التي تهتم بموضوع التنبؤ، ومؤكد أن تلك الأهمية تعزى إلى المنهجية التي قدمها العالمان بوكس وجينكنز في مطلع السبعينيات من نفس القرن، والتي أصبحت منذ ذلك الوقت الأداة الأكثر قبولا والوسيلة الأكثر شيوعا في الأوساط العلمية، حيث أثبتت هذه المنهجية كفاءة عالية في نمذجة البيانات الزمنية والتنبؤ بها.

**المبحث الأول: مدخل للسلاسل الزمنية.**

السلسلة الزمنية هي مجموعة من المشاهدات أو القياسات التي تأخذ على إحدى الظواهر (اقتصادية، اجتماعية، طبية، طبيعية،...)على فترات زمنية متباعدة عادة ما تكون متساوية الطول ومتتالية، أو هي مجموعة من المشاهدات المسجلة لمتغير ما، مرتبة وفق حدوثها في الزمن، والتي يكون في الغالب الهدف من دراستها تحديد كيفية تطور الظاهرة–العملية المولدة للسلسلة– عبر الزمن، والى تحديد دورات تلك المتغيرات ومعرفة أسبابها ونتائجها وكذا التخمين المستقبلي لتطورها، أو هي مجموعة من المشاهدات التي تتولد على التوالي خلال الزمن.

وتتميز بيانات السلسلة الزمنية عن بقية أنواع البيانات في التالي:

–تعتبر أن عامل الزمن هو المتغير الوحيد المؤثر على الظاهرة المدروسة.

–المشاهدات المتتالية عادة ما تكون غير مستقلة، أي تعتمد على بعضها البعض، الأمر الذي سيستغل فيما بعد للتوصل إلى تنبؤات موثوق بها، وهذا ما يجعل ترتيب قيم أو بيانات السلسلة الزمنية أمر ضروري(يستخدم دليل سفلي للإشارة إلى الترتيب).

–المشاهدات أو القراءات تأخذ عند فترات زمنية متساوية أو قريبة من التساوي.

**ثانيا: أهداف تحليل السلاسل الزمنية:** تحليل السلسلة الزمنية له عدة أهداف نذكر منها:

–الحصول على وصف دقيق للملامح الخاصة للعملية التي تتولد منها السلسلة الزمنية.

–إنشاء نموذج لتفسير وشرح سلوك السلسلة اعتماد على السلوك الماضي لها(استنادا لفكرة وجود قوة دافعة وكافية في النظام تؤكد أن سلوك الظاهرة في الماضي هو نفسه سلوكها في المستقبل).

–التحكم في العملية التي تتولد منها السلسلة الزمنية بفحص ما يمكن حدوثه عند تغيير بعض معالم النموذج، أو بالتوصل إلى سياسات تستخدم فقط للتدخل عندما تنحرف عملية السلسلة عن الهدف المحدد بأكثر من مقدار معين.

**ثانيا: مركبات السلسلة الزمنية.**

وصف الظواهر موضع الدراسة والتعرف فضلا عن رصد التغيرات المختلفة التي طرأت عليها خلال فترة الدراسة يعتبر احد أهداف دراسة السلاسل الزمنية، وفي واقع الأمر يمكن القول أن التغيرات التي تطرأ على الظاهرة من فترة زمنية لأخرى تحدث بسبب أربعة أنواع من العوامل (المؤثرات) المختلفة هي: الاتجاه العام، العوامل الموسمية، العوامل الدورية والعوامل العارضة، حيث يؤثر كل نوع من هذه العوامل على الظاهرة عند أي فترة زمنية بشكل معين وفي اتجاه معين وبدرجة معينة، وقد تتأثر السلسلة الزمنية بهذه العوامل أو المؤثرات مجتمعة أو ببعضها فقط، نشير هنا إلى أن العوامل الثلاثة الأولى (الاتجاه العام، الموسمية والدورية) تعرف بأنها العوامل الرئيسية أو المنتظمة في السلسلة، وهي التي يمكن دراستها واكتشاف أنماطها والتنبؤ بها في المستقبل، بينما تعرف العوامل العارضة بالعوامل غير الرئيسية أو غير المنتظمة في السلسلة، وهي التغيرات غير النمطية التي لا يمكن اكتشافها أو التنبؤ بها.

تأخذ التغيرات السابقة في أدبيات السلاسل الزمنية أسماء عديدة، فتارة تعرف بمؤثرات السلاسل الزمنية، وتارة أخرى تعرف بعناصر السلسلة الزمنية، وتارة ثالثة تعرف بمركبات السلسلة الزمنية، وهذا هو المصطلح الذي سنعتمده في هذا المقياس.

**1–الاتجاه العام:** يرمز له اختصارا بالرمز **Trend**، وهو يشير إلى الحركة المنتظمة الصاعدة أو النازلة لقيم الظاهرة خلال فترة زمنية طويلة نسبيا، أو هو التغير المنتظم في مستوى السلسلة الزمنية، وعلى الرغم من أن طول فترة الاتجاه العام الفعلية غير محددة، إلا انه يفضل أن تمتد في الحالات الاقتصادية والتجارية لتشمل دورتين اقتصاديتين على الأقل لنتمكن من تمييز الاتجاه العام في السلسلة الزمنية، لذلك يمكن تعريف الاتجاه العام في سلسلة زمنية بأنه التحركات الصاعدة أو الهابطة في مستوى السلسلة على المدى الطويل.

بالتالي نجد أن تغيرات الاتجاه العام تظهر في المدى الطويل نتيجة التغير التدريجي والطبيعي في حجم الظاهرة، وهو يقيس متوسط التغير لكل فترة زمنية، هذا الأخير يمكن تمثيله بخط مستقيم أو منحنى بناءا على بيانات السلسلة، مع العلم يمكن رصد ثلاثة أنواع مختلفة للاتجاه

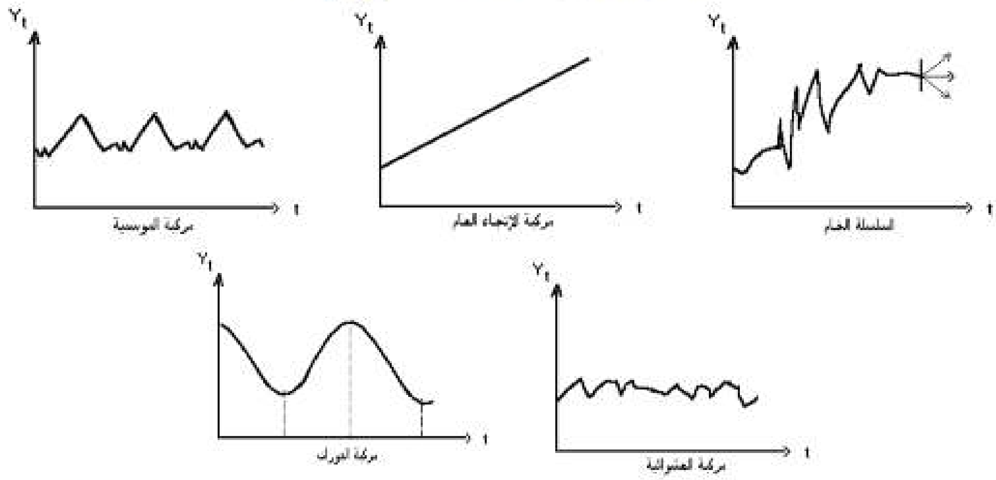
العام غير الخطي هي: المنحنى الأسي، ومنحنى من الدرجة الثانية وكذلك منحنى النمو الذي يأخذ عادة شكل حرف S والذي يصف نمو مؤسسة أو صناعة في الأجل الطويل.

**2-المركبة الموسمية Seasonal Component**: يرمز لها اختصارا بالرمز S، وهي التغيرات التي تؤدي إلى حدوث نمط دوري كامل في السلسلة الزمنية يتكرر بانتظام بعد عدد معين من الفترات الزمنية، والتي عادة ما تظهر من خلال التذبذبات الصغيرة فوق وتحت خط أو منحنى الاتجاه العام، ومن أهم الأسباب التي تؤدي إلى حدوث التغيرات الموسمية نجد: تغيرات الطقس، العادات والتقاليد، الاحتفالات الدينية....، فحالة الطقس من أهم العوامل التي تؤدي إلى حدوث تغيرات موسمية في الإنتاج الزراعي وكذلك الاستهلاك، النشاط السياحي وكذلك البناء.

**3-مركبة التغيرات الدورية Cyclical Component**: يرمز لها اختصارا بالرمز C، وهي تشبه لحد كبير التغيرات الموسمية، والتي يميزها عنها الفترة الطويلة اللازمة لملاحظتها، فالمركبة الدورية تغطي فترة طويلة نسبيا وهي تتعلق بالدورات الاقتصادية (حالة الركود وحالة الرخاء الاقتصادي)، هاتان الحالتان تتعاقبان بشيء من الانتظام خلال فترات متباعدة نسبيا، لهذا وبسبب كون التنبؤ عموما يتم في المدى المتوسط والبعيد فان الدورات تهمل دراستها.

**4-المركبة العشوائية Irregular Component**: تنشأ هذه التغيرات التي يرمز لها اختصارا بالرمز I نتيجة العوامل التي لا يمكن التحكم بها لأنها لا تحدث طبقا لقاعدة أو نظام أو قانون معين، فهي تغيرات غير عادية تسبب اهتزازات فجائية في الظاهرة بالارتفاع والانخفاض، وتتصف هذه التغيرات بكونها لا تستمر طويلا لذلك فهي تسمى بالتغيرات قصيرة الأجل، من أسباب هذه التغيرات الحروب، الزلازل والبراكين، السيول والفيضانات والإضرابات العمالية.

**شكل 1 مكونات السلسلة الزمنية**




المصدر : مقتبس بتصرف من المرجع محمد أبوصالح وعدنان محمد عوض (مقدمة في الإحصاء) دار A WILEY ARABOOK USA, 1983 الصفحة 276.

**ثانيا: العلاقة بين مركبات السلسلة الزمنية:** إن القيم المشاهدة $Y_t$ في اللحظة الزمنية $t$ هي بدلالة المكونات السابقة الذكر، لذلك نكتب: $Y_t = \int (T.C.S.I)$ ولكن على اثر استبعاد اثر الدورات لأنه يحدث في السلاسل الزمنية الطويلة نسبيا يمكننا إعادة صياغة الدالة السابقة لتصبح: $Y_t = \int (T.S.I)$، نشير هنا إلى وجود ثلاثة أنواع من العلاقات التي يمكن أن تربط بين مركبات السلسلة الزمنية هي:

**1-النموذج التجميعي: Additive Model:** يعتبر الأسهل من حيث إجراء العمليات الحسابية، وهو يفترض أن قيم السلسلة الزمنية $(Y_t)$ هي حاصل جمع مركبات السلسلة الزمنية الأربعة، مع العلم أن هذا النموذج يستخدم لما يثبت أن المركبات الأربعة للسلسلة الزمنية مستقلة عن بعضها البعض، رياضيا يكتب بالطريقة التالية:

$$Y_t = T + C + S + I$$

**2-النموذج الضربي Multiplicative Model:** النموذج الضربي هو الأكثر شيوعا بالنسبة للظواهر الاقتصادية والاجتماعية، ويفترض هذا النموذج أن قيم السلسلة الزمنية $(Y_t)$ هي حاصل ضرب مركباتها، ويعتمد في حالة ثبوت كون المركبات الأربعة للسلسلة الزمنية غير مستقلة عن بعضها البعض، رياضيا يمكن التعبير عنه بالطريقة التالية:

$$Y_t = T * C * S * I$$

**3-النموذج المختلط:** هو الأنسب لأنه يجمع بين عناصر النموذجين السابقين بعدة طرق، فلو افترضنا أن المركبتين الموسمية والدورية تتأثران بالاتجاه العام ومستقلتان عن بعضهما البعض والعامل العشوائي هو الآخر مستقل، فان النموذج يكتب على الشكل التالي:

$$Y_t = T * C + T * S + I \Rightarrow Y_t = T(C + S) + I$$

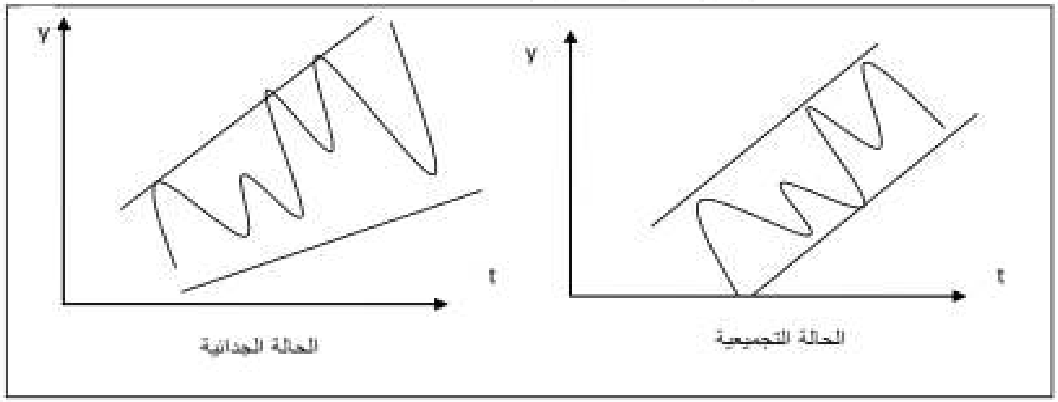
**ملاحظة:** عند إدخال اللوغاريتم على النموذج الجدائي أو المختلط فإننا نتحصل على النموذج التجميعي.

لمعرفة أي حالة تربط بين مركبات السلسلة الزمنية يتم اعتماد احد الأسلوبين:

**أولا: الأسلوب البياني:** حسب هذا الأسلوب تكون السلسلة ذات:

-**عناصر تجميعية:** في حالة كون تذبذباتها تنحصر بين خطين متوازيين.

-**عناصر جدائية:** عندما تكون ذبذبات السلسلة غير ثابتة في الشدة (تباين متزايد)، بالتالي تقع بين خطين منفرجين.




**المصدر:** مولود حشمان، *السلاسل الزمنية وتقنيات التنبؤ القصير المدى*، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2010.

**ثانيا: الأسلوب الانحداري:** يتم عن طريق تقدير معلمة الانحدار في المعادلة التالية:

$$\sigma_i = a + b\bar{Y}_i$$
$$i = 1.2.3..........n$$

حيث أن: $\sigma_i$ و $\bar{Y}_i$ يحسبان استنادا للعبارات الرياضية التالية:

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{P}\sum_{j=1}^{P}\left(Y_{ij} - \bar{Y}_i\right)^2}$$

$$\bar{Y}_i = \frac{\sum_{j=1}^{P} Y_{ij}}{P} .................. j = 1.2.3.......P$$

مع العلم أن: $(i)$ السنوات، $(j)$ الفصول، $\left(\bar{Y}_i\right)$ يشير لمتوسط الفصول، المتوسط الحسابي لكل سنة، بالنسبة لمعلمة الانحدار السابق $(b)$ فتحسب استنادا للمعادلة التالية:

$$\hat{b} = \frac{n\sum_{i=}^{n} Y_i\sigma_i - \sum_{i=1}^{n}\bar{Y}_i\sum_{i=1}^{n}\sigma_i}{n\sum_{i=1}^{n}\left(\bar{Y}_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n}\bar{Y}_i\right)^2}$$

فإذا كان:

$\hat{b} \prec 0.05$ : السلسلة تجميعية.

$0.05 \le \hat{b} \le 0.1$ : السلسلة مختلطة.

$\hat{b} \succ 0.1$ : السلسلة جدائية.

**مثال:** لتكن لدينا البيانات الموالية والمتعلقة بالاستهلاك الموسمي خلال الفترة 2017–2019.

| السنة | 2017 | | | | 2018 | | | | 2019 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| الفصل | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| الاستهلاك | 155 | 158 | 163 | 171 | 153 | 156 | 162 | 172 | 162 | 164 | 173 | 181 |

**المطلوب:** تحديد العلاقة بين مركبات السلسلة الزمنية.

**الحل:** تقدير معامل الانحدار من المعادلة الخطية البسيطة:

$$\sigma_i = a + b\bar{Y}_i$$
$$i = 1.2.3..........n$$

| السنة / الفصل | 1 | 2 | 3 | 4 | $\left(\bar{Y}_i\right)$ | $\sigma_i$ | $\left(\bar{Y}_i * \sigma_i\right)$ | $\left(\bar{Y}^2{}_i\right)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2017 | 155 | 158 | 163 | 171 | 161.75 | 6.06 | 979.72 | 26163.06 |
| 2018 | 153 | 156 | 162 | 172 | 160.75 | 7.26 | 1166.82 | 25840.56 |
| 2019 | 162 | 164 | 173 | 181 | 170 | 7.58 | 1289.09 | 28900 |
| $\sum$ | | | | | 492.5 | 20.9 | 3435.63 | 80903.62 |

$$\bar{Y}_1 = \frac{\sum_{j=1}^{P} Y_{1j}}{P} = \frac{155+158+163+171}{4} = 161.75$$ باقي القيم تحسب بنفس الطريقة

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{1}{4}\sum_{j=1}^{4}\left(Y_{1j} - \bar{Y}_1\right)^2} = \sqrt{\frac{(155-161.75)^2 + (158-161.75)^2 + (163-161.75) + (171-161.75)^2}{4}} = 6.06$$

$$\hat{b} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} Y_i\sigma_i - \sum_{i=1}^{n}\bar{Y}_i \sum_{i=1}^{n}\sigma_i}{n\sum_{i=1}^{n}\left(\bar{Y}_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n}\bar{Y}\right)^2} = \frac{(3*3435.63)-(492.5*20.9)}{(3*80903.62)-(492.5)^2} = 0.093$$

$0.05 \le \hat{b} \le 0.1 \Rightarrow$ النموذج المختلط هو ما يوافق السلسلة المدروسة

**المبحث الثاني: الكشف عن مركبات السلسلة الزمنية.**

قبل الشروع في عملية التنبؤ يجب أولا الكشف عن وجود مركبات السلسلة الزمنية المشار إليها سابقا من عدمه (مركبة الاتجاه العام، الموسمية وكذلك المركبة الدورية)، في هذا الإطار يمكن أن نشير أن عملية الكشف السابقة تتم: عن طريق اختبارات إحصائية وهي التي تعطي قرارات قاطعة، وكذلك عن طريق تحليل المعلومات بيانيا، من خلال تمثيل المعلومات أو البيانات الرقمية في شكل بياني وملاحظة تغيراتها، فنجد أن الاتجاه العام هو تلك المركبة التي تدفع بالمنحنى نحو الزيادة إذا كان ميلها موجب، أو إلى الأسفل إذا كان ميلها سالب، بينما تنعكس المركبة الدورية أو الموسمية في الشكل البياني على هيئة قمم أو انخفاضات (نتوءات) بشكل منتظم، في حين تظهر المركبة العشوائية مثل المركبة الموسمية لكن بشكل غير منتظم.

إلا انه وللأسف ، وفي كثير من الحالات لا يكون الاختبار البياني لوحده كافيا، حيث لا يسمح بكشف مركبات السلسلة الزمنية بشكل دقيق مما يستلزم استعمال أدوات إحصائية لهذا الغرض نطلق عليها اسم الاختبارات الإحصائية Statistical Tests وهي موضوع دراستنا في التالي.

**أولا: اختبارات الكشف عن مركبة الاتجاه العام:** في هذا الإطار نشير إلى أن اختبارات الكشف عن مركبة الاتجاه العام تنقسم إلى قسمين: اختبارات حرة Non Parametric Tests وهي التي لا تخضع لأي توزيع احتمالي، فهي إذا حرة التوزيع أي لا تتطلب أي فرضية حول التوزيع الاحتمالي للأخطاء $\varepsilon_t$، واختبارات غير حرة Parametric Tests ، وهي التي تفرض معرفة التوزيع الاحتمالي للأخطاء، تتمثل اختبارات النوع الأول في:

**1-اختبار التوالي (تعاقب الإشارات): Run Test.**

يصلح هذا الاختبار لكشف مدى عشوائية السلسلة الزمنية، لهذا يسمى في الغالب باختبار العشوائية Test of Randomness، كذلك يستعمل في التحقق من وجود مركبة الاتجاه العام في السلسلة الزمنية، ويتم بناءه اعتمادا على الفرضيات التالية:

$H_0$ : السلسلة عشوائية.

$H_1$ : السلسلة ذات اتجاه عام.

يتم تكوين الاختبار بإتباع الخطوات التالية:

1-ترتيب المشاهدات من اصغر قيمة إلى اكبر قيمة (ترتيب تصاعدي)، وإرفاقها بالدليل السفلي.

2-تحديد الوسيط $M_d$ وهي المشاهدة المقابلة للرتبة (الدليل السفلي) $m$، حيث:

* $n$ عدد المشاهدات فردي $m=\frac{n+1}{2} \Leftarrow M_d=Y_m$.

* $n$ عدد المشاهدات زوجي $m=\frac{n}{2} \Leftarrow M_d=\frac{Y_m+Y_{m+1}}{2}$.

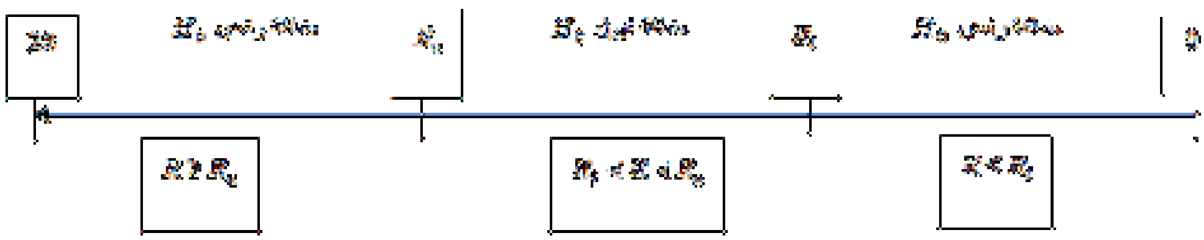
3-إعطاء إشارة سالبة للقيم التي هي اقل تماما من $M_d$ وموجبة لمن هي اكبر.

4-حساب $R$ والذي يمثل عدد مرات توالي الإشارة من الموجب إلى السالب أو العكس.

5-اتخاذ القرار بقبول أو رفض فرضية العدم، فإذا كان:

* $m \prec 20$: **يعني حالة العينة صغيرة**، في هذه الحالة يتم اتخاذ القرار اعتمادا على مخطط التوالي الذي يوضحه الشكل الموالي:

**الشكل(01): مخطط التوالي.**



$R_l;R_u$: تمثل القيم الحرجة المجدولة العليا والدنيا على الترتيب، وتستخرج من الجداول الإحصائية، ما تجدر الإشارة له هنا هو أننا نتوقع أن تكون $R$ ضعيفة في حالة وجود مركبة الاتجاه العام، وتكون معتبرة في حالة عدم وجودها .

* $m \succ 20$ : **يعني حالة العينة كبيرة:** في هذه الحالة يتم اتخاذ القرار اعتمادا على قانون التوزيع الطبيعي، حيث يتم رفض فرضية العدم (السلسلة تحتوي على مركبة الاتجاه العام) إذا كان:

$$|Z| \succ Z_{\frac{1-\alpha}{2}}$$

والعكس صحيح، حيث أن:

$$|Z| = \frac{R - u_R}{\sigma_R}$$
$$u_R = m + 1$$
$$\sigma_R = \sqrt{\frac{m(m+1)}{2m-1}}$$

أما قيمة $Z_{\frac{1-\alpha}{2}}$ يتم الحصول عليها من جدول التوزيع الطبيعي، في الغالب القيم التي درج المختصون على استخدامها والخاصة بمستوى المعنوية 1%، 5% و10% تكون قيم $Z_{\frac{1-\alpha}{2}}$ الموافقة لها هي:

$$\alpha = 10\%_0 \Rightarrow Z_{0.4495} = 1.64$$
$$\alpha = 5\%_0 \Rightarrow Z_{0.4750} = 1.96$$
$$\alpha = 1\%_0 \Rightarrow Z_{0.4949} = 2.57$$

**مثال02:** لتكن لدينا معطيات الاستهلاك الفصلية التي يوضحها الجدول الموالي:

| السنة | 2019 | | | | 2020 | | | | 2021 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| الفصل | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| الاستهلاك | 155 | 158 | 163 | 171 | 153 | 156 | 162 | 172 | 162 | 164 | 173 | 181 |

-هل تحتوي السلسلة على مركبة الاتجاه العام؟

**الحل:** للكشف عن وجود مركبة الاتجاه العام في السلسلة الزمنية السابقة باستخدام اختبار التوالي فإننا نتبع الخطوات التالية:

1-صياغة الفرضيات:

$H_0$ : السلسلة عشوائية.

$H_1$ : السلسلة ذات اتجاه عام.

2-ترتيب المعطيات ترتيب تصاعدي (من أصغر قيمة إلى أكبر قيمة)، وهذا ما يوضحه الجدول الموالي:

| الدليل السفلي $m$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| القيمة | 153 | 155 | 156 | 158 | 162 | 162 | 163 | 164 | 171 | 172 | 173 | 181 |

3-تحديد قيمة الوسيط: لان عدد المشاهدات زوجي فإننا نستعمل العلاقة الموالية:

$$m=\frac{12}{2}=6$$
$$\Rightarrow M_d=\frac{Y_6+Y_7}{2}=\frac{162+163}{2}=162.5$$

4-إعطاء قيم سالبة للقيم التي هي أقل تماما من الوسيط، وإشارة موجبة للقيم الأكبر من أو تساوي قيمة الوسيط، وهذا ما يوضحه الجدول الموالي:

| **السنة** | 2019 | | | | 2020 | | | | 2021 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **الفصل** | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| **الاستهلاك** | 155 | 158 | 163 | 171 | 153 | 156 | 162 | 172 | 162 | 164 | 173 | 181 |
| **الإشارة** | − | − | + | + | − | − | − | + | − | + | + | + |

ومنه نستنتج أن عدد مرات تعاقب الإشارة هو $R=6$.

5-اتخاذ القرار، لان $m=6\leq 20$ وعليه نستنتج أننا نتعامل مع عينة صغيرة، وعند الاطلاع على القيم الحرجة لمخطط التوالي نجد أن: $R_l=3.R_u=11$، وهذا ما يتركنا نستنتج أن $R=6$ تقع بينهما، يعني $R_l=3\prec R=6\prec R_u=11$، وهذا ما يتركنا نقبل فرضية العدم، ومنه السلسلة عشوائية وبالتالي لا تحتوي على مركبة الاتجاه العام.

**2-اختبار نقطة الانعطاف: Turning Point**

الاختبار في تكوينه لا يهتم بنقاط الانعطاف بحد ذاتها التي تعكس اتجاه تغير السلسلة، وإنما تعتبر نقطة انعطاف تلك الفترة التي تكون فيها إشارة الفرق $Y_t - Y_{t-1}$ مختلفة عن إشارة الفترة السابقة، فإذا كانت السلسلة الزمنية بدون مركبة الاتجاه العام فان توزيع عدد مرات تغير الإشارة يتبع التوزيع الطبيعي حتى بالنسبة للعينات الصغيرة، مما يعني ضرورة الاعتماد على جدول التوزيع الطبيعي لاستخراج القيم الحرجة (الجدولية)، أما إجراءات الاختبار فتكون كما يلي:

1-حساب الفرق من الدرجة الأولى للسلسلة الزمنية، أي: $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$ .

2-إعطاء إشارة موجبة للفرق الموجب وسالبة لنظيره الفرق السالب.

3-يرمز بالرمز $u$، والذي يمثل عدد مرات تغير الإشارة في $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$، مع العلم أن الاختبار يستخدم لما يكون عدد المشاهدات $n$ اكبر من 10، وتصاغ الفرضية العدمية فيه والبديلة كما يلي:

$H_0$ : السلسلة عشوائية.

$H_1$ : السلسلة ذات اتجاه عام.

ترفض في هذا الاختبار فرضية العدم $H_0$ إذا كان:

$$|Z| \succ Z_{\frac{\alpha}{2}}$$

وتقبل في الحالة العكسية،حيث أن $Z$ تحسب استنادا للعلاقة التالية:

$$Z = \frac{u - u_n}{\sigma_n}$$

$$u_n = \frac{2(n-2)}{3}$$

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{16n - 29}{90}}$$

**مثال:** خذ نفس معطيات المثال السابق وباستخدام اختبار نقطة الانعطاف قرر فيما إذا كانت السلسلة عشوائية أو تحتوي على مركبة الاتجاه العام.

الحل: في البداية نحتاج إلى حساب الفروق من الدرجة الأولى لمعرفة قيمة $u$، وهي التي يظهرها الجدول الموالي:

| السنة | 2019 | | | | 2020 | | | | 2021 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| الفصل | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| الاستهلاك | 155 | 158 | 163 | 171 | 153 | 156 | 162 | 172 | 162 | 164 | 173 | 181 |
| الفرق | / | 3 | 5 | 8 | 18− | 3 | 6 | 10 | 10− | 2 | 9 | 8 |
| الإشارة | / | + | + | + | − | + | + | + | − | + | + | + |

ومنه نستنتج أن قيمة $u=5$، ولان عدد المشاهدات $n=12$، يعني يفوق 10 مشاهدات، وعليه يمكننا إجراء اختبار نقطة الانعطاف، ومنه:

$$u_n=\frac{2(12-2)}{3}=\frac{20}{3}=6.66$$

$$\sigma_n=\sqrt{\frac{16(12)-29}{90}}=1.34$$

$$Z=\frac{5-6.66}{1.34}=-1.238$$

من جدول التوزيع الطبيعي نجد:

$$Z_{\frac{1-0.05}{2}}=1.96$$
$$\Rightarrow |Z=-1.238|\prec Z_{\frac{1-0.05}{2}}=1.96$$

ومنه القرار هو: قبول فرضية العدم، بمعنى أن السلسلة عشوائية، أي لا تحتوي على مركبة الاتجاه العام.

**3-اختبار الإشارة:** يشار له اختصارا باختبار $(v)$، والذي يستخدم عندما يكون عدد الفروق غير الصفرية من الدرجة الأولى $w\geq 20$، وهذا الاختبار يعتمد على إشارة الفرق $\Delta Y_t=Y_t-Y_{t-1}$ الذي قد يكون سالبا أو موجبا أو معدوم، تتلخص إجراءاته في:

*صياغة الفرض الصفري والبديل، والتي تكون مشابهة تماما للاختبارات السابقة، أي:

$H_0$ : السلسلة عشوائية.

$H_1$ : السلسلة ذات اتجاه عام.

*تحديد عدد الفروق الموجبة $(v)$، وعدد الفروق غير الصفرية $(w)$.

*اتخاذ القرار، حيث يتم رفض فرضية العدم $(H_0)$ إذا تحقق التالي:

$$|Z| \succ Z_{\frac{1-\alpha}{2}}$$

حيث أن $Z$ تحسب اعتمادا على العلاقة التالية:

$$Z = \frac{v - u_v}{\sigma_v}$$

أما قيمة $u_v.\sigma_v$ فتحسب كالتالي:

$$u_v = \frac{w}{2} ............ \sigma_v = \sqrt{\frac{w}{4}}$$

**مثال:** البيانات الموضحة في الجدول الموالي تعكس مبيعات إحدى المؤسسات خلال ستة سنوات:

| الفصل | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_t$ | 10 | 19 | 64 | 32 | 12 | 12 | 68 | 29 | 7 | 18 | 60 | 36 |
| الفصل | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| $y_t$ | 6 | 11 | 64 | 50 | 11 | 19 | 69 | 20 | 9 | 20 | 54 | 30 |

-اعتمادا على اختبار الإشارة حدد في ما إذا كانت السلسلة تحتوي على مركبة الاتجاه العام؟

**الحل:** للكشف عن وجود مركبة الاتجاه العام في السلسلة بالاعتماد على اختبار الإشارة نتبع التالي:

*نحسب الفروق باعتماد العلاقة $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$ وهي التي يوضحها الجدول الموالي:

| الفصل | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_t$ | 10 | 19 | 64 | 32 | 12 | 12 | 68 | 29 | 7 | 18 | 60 | 36 |
| $\Delta Y_t$ | - | 9 | 45 | -32 | -20 | 0 | 56 | -39 | -22 | 11 | 42 | 24 |

| الفصل | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_t$ | 6 | 11 | 64 | 50 | 11 | 19 | 69 | 20 | 9 | 20 | 54 | 30 |
| $\Delta Y_t$ | 30− | 5 | 53 | 14− | 39− | 8 | 50 | 49− | 11− | 11 | 34 | 24− |

ومنه نجد أن عدد الفروق الموجبة $v=11$، أما عدد الفروق غير الصفرية فهو $w=22$ ،وعليه فان:

$$u_v=\frac{22}{2}=11$$
$$\sigma_v=\sqrt{\frac{22}{4}}=2.35$$

ومنه فان:

$$z=\frac{11-11}{2.35}=0$$

ومن جدول التوزيع الطبيعي يتضح أن $Z_{\frac{1-5\%}{2}}=1.96$ ، وعليه:

ومنه فالقرار هو قبول فرضية العدم بمعنى أن السلسلة لا تحتوي على مركبة الاتجاه العام:

$$|Z|=0\prec Z_{\frac{1-\alpha}{2}}=1.96$$

### 4-اختبار دانيال: Daniel Test

يعتبر أقوى وأحسن اختبار، وهو يستعين بمعامل الارتباط الرتبي لسبيرمان، أي على قياس الارتباط الخطي بين ترتيبين (الترتيب التصاعدي $R_t$ والزمن $t$)، إجراءاته تتمثل في:

*صياغة الفرضية العدمية $H_0$ والفرضية البديلة $H_1$ كالتالي:

$H_0$ : السلسلة عشوائية.

$H_1$ : السلسلة ذات اتجاه عام.

*حساب معامل الارتباط لسبيرمان باستعمال الصيغة الرياضية الموالية:

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_{t=1}^{n} d_t^2}{n\left(n^2 - 1\right)}$$

$d_t$ هو الفرق بين الترتيب التصاعدي والزمن، أي $d_t^2 = (R_t - t)^2$، أما $n$ فيشير لعدد المشاهدات، ونتيجة لكون $r_s$ معامل ارتباط خطي فان قيمته تكون محصورة بين $-1 \le r_s \le 1$.

**ملاحظة:** في حالة الرتب مكررة المشاهدات فإننا نعوض الرتب المكررة بوسطها الحسابي.

*اتخاذ القرار يتوقف على حجم العينة كما يلي:

-**حالة العينات الصغيرة:** أي لما $n \prec 30$، في هذه الحالة نرفض الفرضية الصفرية لما:

$$|r_s| \succ r_{\frac{\alpha}{2}}$$

-**حالة العينات الكبيرة:** أي لما $n \ge 30$، في هذه الحالة نرفض الفرضية الصفرية لما:

$$|Z| \succ Z_{\frac{1-\alpha}{2}}$$

حيث أن:

$$\left.\begin{array}{l} Z = \dfrac{r_s - u_r}{\sigma_r} \\ u_r = 0 \\ \sigma_r = \dfrac{1}{\sqrt{n-1}} \end{array}\right\} \Rightarrow Z = r_s\sqrt{n-1}$$

**مثال:** لتكن لدينا معطيات الاستهلاك الفصلية التي يوضحها الجدول الموالي:

| **السنة** | 2019 | | | | 2020 | | | | 2021 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **الفصل** | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| **الاستهلاك** | 155 | 158 | 163 | 171 | 153 | 156 | 162 | 172 | 162 | 164 | 173 | 181 |

-باستعمال اختبار دانيال، قرر في ما إذا كانت السلسلة السابقة تحتوي على مركبة الاتجاه العام

علما أن: $r_{\frac{\alpha}{2}} = 0.5804$.

**الحل:**

-لحساب معامل الارتباط الرتبي لسبيرمان نحتاج للترتيب التصاعدي $R_t$ الذي يوضحه الجدول الموالي:

| السنة | 2019 | | | | 2020 | | | | 2021 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| الفصل | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| الاستهلاك | 155 | 158 | 163 | 171 | 153 | 156 | 162 | 172 | 162 | 164 | 173 | 181 |
| $t$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| $R_t$ | 2 | 4 | 7 | 9 | 1 | 3 | 5.5 | 10 | 5.5 | 8 | 11 | 12 |
| $d_t^2$ | 1 | 4 | 16 | 25 | 16 | 9 | 2.25 | 4 | 12.25 | 4 | 0 | 0 |

ومنه نستنتج أن:

$$\sum_{t=1}^{12} d_t^2 = 93.5$$

$$\Rightarrow r_s = 1 - \frac{6 * 93.5}{12(12^2 - 1)} = 0.67$$

بما أن $|r| = 0.67 \succ r_{\frac{\alpha}{2}} = 0.5804$، فان الفرضية الصفرية مرفوضة، وهذا ما يعني أن السلسلة تحتوي على مركبة الاتجاه العام.

**ثانيا: الكشف عن الموسمية:** على العموم يمكن معرفة احتواء السلسلة على المركبة الموسمية بكل بساطة، وهذا إذا كنا نعرف موضوع السلسلة الزمنية، فيمكن على سبيل المثال توقع وجود المركبة الفصلية في معطيات فصلية خاصة بموضوع الطلب على غاز التدفئة، هذا الأخير سنجده مرتفع وقت معين على حساب فترات أخرى، كما يمكن كشف هذه المركبة بيانيا، حيث نسجل قمم وانخفاضات في فترات منتظمة، ورغم ذلك فانه قد يتعذر كشفها في بعض السلاسل الشديدة التذبذب، وخاصة عند توفر كم هائل من المعطيات، وفي حالات مثل هذه نلجأ إلى استخدام بعض المقاييس الإحصائية لكشفها لعل أهمها:

**1-اختبار Kruskal-Wallis** : يرمز له اختصارا بالرمز KW ، وهذا الأخير يعتبر من أهم الاختبارات التي تستعمل في كشف الموسمية في السلسلة الزمنية، وهو يقوم على الفرضيتين التاليتين:

$H_0$ : لا توجد موسمية في السلسلة الزمنية.

$H_1$ : السلسلة الزمنية تحتوي على مركبة موسمية.

1-حساب إحصائية KW وفق الصيغة الرياضية التالية:

$$KW = \frac{12}{n(n+1)}\sum_{i=1}^{p}\frac{R_i^2}{m_i} - 3(n+1) \rightarrow x_{p-1}^2$$

حيث أن:

$R_i$ : تمثل مجموع رتب المشاهدات المقابلة للفصل $i$.

$m_i$ : تمثل عدد القيم أو المشاهدات المقابلة للفصل $i$.

$P$ : الدورية، وهي تساوي 4 في المشاهدات الفصلية و12 في الشهرية وهكذا، ومن اجل تطبيق هذا الاختبار فإننا نتبع الخطوات التالية:

1-إزالة مركبة الاتجاه العام من السلسلة.

2-تحديد وجود أو عدم وجود الموسمية من خلال تحديد الرتب $R_i$ ثم تعديل هذه الرتب.

3-تحديد القيمة الجدولية لإحصائية كاي-مربع $x^2$ عند مستوى معنوية $\alpha$ ودرجة حرية $p-1$.

4-مقارنة القيمة المحسوبة لإحصائية $KW$ مع القيمة الجدولية لإحصائية كاي-مربع، فإذا كان: $KW \succ x_{(\alpha.p-1)}^2$ نرفض فرضية العدم لصالح الفرضية البديلة(السلسلة تحتوي على المركبة الموسمية).

**مثال:** لتكن لدينا المعطيات التالية حول متغير اجتماعي ما من 2017/01 إلى 2021/04:

| السنة / الفصل | 2017 | 2018 | 2019 | 2020 | 2021 |
|---|---|---|---|---|---|
| **1** | **14** | **10** | **12** | **7** | **6** |
| **2** | **20** | **19** | **12** | **18** | **11** |
| **3** | **44** | **64** | **68** | **60** | **64** |
| **4** | **21** | **32** | **29** | **36** | **50** |

بافتراض أن السلسلة لا تحتوي على مركبة الاتجاه العام والمطلوب الكشف عن المركبة الموسمية باستخدام اختبار KW.

**الحل:**

-كشف المركبة الموسمية باستخدام اختبار **Kruskal-Wallis**، وبعد ترتيب المشاهدات ترتيب تصاعدي نحصل على الجدول الموالي:

| الزمن | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| مشاهدة | 14 | 20 | 44 | 21 | 10 | 19 | 64 | 32 | 12 | 12 |
| الترتيب | 7 | 10 | 15 | 11 | 3 | 9 | 18.5 | 13 | 5.5 | 5.5 |
| الزمن | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| مشاهدة | 68 | 29 | 7 | 18 | 60 | 36 | 6 | 11 | 64 | 50 |
| الترتيب | 20 | 12 | 2 | 8 | 17 | 14 | 1 | 4 | 18.5 | 16 |

ومنه يكون الترتيب حسب كل فصل (ترتيب الرتب) كالتالي:

| السنة<br>الفصل | 2017 | 2018 | 2019 | 2020 | 2021 | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 7 | 3 | 5.5 | 2 | 1 | 18.5 |
| 2 | 10 | 9 | 5.5 | 8 | 4 | 36.5 |
| 3 | 15 | 18.5 | 20 | 17 | 18.5 | 89 |
| 4 | 11 | 13 | 12 | 14 | 16 | 66 |

ومنه نجد أن:

-مجموع رتب المشاهدات المقابلة للفصل: الأول هو $R_1 = 18.5$، الثاني $R_2 = 36.5$، الثالث هو $R_3 = 89$ والرابع هو $R_4 = 66$.

-عدد المشاهدات أو القيم المقابلة: للفصل الأول هو $m_1 = 5$، للفصل الثاني هو $m_1 = 5$، للفصل الثالث هو $m_1 = 5$ وللفصل الرابع هو $m_1 = 5$.

ومنه نجد إحصائية $KW$ تساوي:

$$KW = \frac{12}{20(20+1)} * \left[ \frac{(18.5)^2}{5} + \frac{(36.5)^2}{5} + \frac{(89)^2}{5} + \frac{(66)^2}{5} \right] - 3(20+1)$$
$$\Rightarrow KW = 16.46$$

انطلاقا من الجدول الإحصائي $x^2$ تم تحديد القيمة الجدولية عند مستوى معنوية 5% ودرجات حرية $(p-1) = 4-1 = 3$ فكانت $x_{(5\%,3)} = 7.815$، ولان $KW = 16.46$ كانت اكبر من $x_{(5\%,3)} = 7.815$، فإننا نرفض الفرضية العدمية لصالح الفرضية البديلة، ومنه نستنتج أن السلسلة المدروسة تحتوي على المركبة الموسمية.

**2-تحليل التباين Analyse of Variance واختبار فيشر:** ويتم إجراء هذا الاختبار بإنشاء جدول Buys-Ballot، والذي يحتوي على: البيانات المحققة خلال عدة سنوات، ومتوسطها وانحرافها المعياري لكل سنة من جهة، ومن جهة أخرى على متوسطها وانحرافها المعياري لكل فصل إذا كانت البيانات فصلية، ومتوسطها وانحرافها لكل شهر إذا كانت البيانات شهرية، وأخيرا يحتوي على متوسطها العام وانحرافها المعياري العام.

ليكن لدينا:

$n$ : عدد المشاهدات.

$p$ : عدد الملاحظات في السنة ($p = 4$ إذا كانت البيانات فصلية، $p = 12$ إذا كانت البيانات شهرية).

بافتراض انه يمكن كتابة السلسلة الزمنية كالتالي:

$$x_{ij} = m_{ij} + e_{ij}$$

حيث:

$$i = 1,2,3,.........n$$
$$j = 1,2,3,.......p$$

$m_{ij} =$ أثر السنة+اثر الدورة

التباين الكلي(مجموع المربعات الكلية) يأخذ الصيغة التالية:

$$S_T=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}\left(x_{ij}-\overline{\overline{x}}\right)^2$$

المتوسط العام:

$$\overline{\overline{x}}=\frac{1}{n*p}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}x_{ij}$$

متوسط السنة $i$:

$$\overline{x}_{i*}=\frac{1}{p}\sum_{j=1}^{p}x_{ij}$$

متوسط الفصل(الدورة) $j$:

$$\overline{x}_{*j}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_{ij}$$

تحليل التباين:

$$S_T=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}\left(x_{ij}-\overline{\overline{x}}\right)^2$$

$$\Rightarrow S_T=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}\left[\left(\overline{x}_{i*}-\overline{\overline{x}}\right)+\left(\overline{x}_{*j}-\overline{\overline{x}}\right)+\left(x_{ij}-\overline{x}_{i*}-\overline{x}_{*j}+\overline{\overline{x}}\right)\right]^2$$

$$\Rightarrow S_T=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}\left(\overline{x}_{i*}-\overline{\overline{x}}\right)^2+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}\left(\overline{x}_{*j}-\overline{\overline{x}}\right)^2+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}\left(x_{ij}-\overline{x}_{i*}-\overline{x}_{*j}+\overline{\overline{x}}\right)^2$$

$$\Rightarrow S_T=p\sum_{i=1}^{n}\left(\overline{x}_{i*}-\overline{\overline{x}}\right)^2+n\sum_{j=1}^{p}\left(\overline{x}_{*j}-\overline{\overline{x}}\right)^2+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}\left(x_{ij}-\overline{x}_{i*}-\overline{x}_{*j}+\overline{\overline{x}}\right)^2$$

$$\Rightarrow S_T=\overbrace{S_A}^{\text{السنة}}+\underbrace{S_B}_{\text{الدورة}}+\overbrace{S_R}^{\text{البواقي}}$$

ومنه نستنتج جدول تحليل التباين للكشف عن التغيرات الموسمية والاتجاه العام الموالي:

| مجموع المربعات | درجة الحرية | التباين | العناصر |
|---|---|---|---|
| $S_B=n\sum_{j=1}^{p}\left(\overline{x}_{*j}-\overline{\overline{x}}\right)^2$ | $p-1$ | $V_B=\frac{S_B}{p-1}$ | الفترة |

| السنة | $V_A = \frac{S_A}{n-1}$ | $n-1$ | $S_A = P\sum_{i=1}^{n}\left(\bar{x}_{i*} - \bar{\bar{x}}\right)^2$ |
|---|---|---|---|
| البواقي | $V_R = \frac{S_R}{(p-1)*(n-1)}$ | $(n-1)*(p-1)$ 1 | $S_R = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}\left(x_{ij} - \bar{x}_{i*} - \bar{x}_{*j} + \bar{\bar{x}}\right)^2$ |
| المجموع | $V_T = \frac{S_T}{n*p-1}$ | $(n*p)-1$ | $S_T$ |

**أ-اختبار وجود تأثير الاتجاه العام:** بالنسبة للفرضيات تكون كالتالي:

$H_0$ : لا يوجد اتجاه عام.

$H_1$ : يوجد اتجاه عام.

من جدول تحليل التباين يتم حساب معلمة فيشر $F_{CAL}$ ، حيث:

$$F_{CAL} = \frac{V_A}{V_R}$$

نقارن المعلمة السابقة مع إحصائية فيشر الجدولية $F_{TAB}$ عند مستوى معنوية $\alpha$، ودرجات حرية $(n-1)$ للبسط و $(n-1)*(p-1)$ للمقام، فإذا كان $F_{CAL} \succ F_{TAB}$نرفض الفرضية العدمية $H_0$، وبالتالي يكون القرار السلسلة تتأثر بمركبة الاتجاه العام.

**ب-اختبار تأثير التغيرات الموسمية:** بالنسبة للفرضيات في هذه الحالة تكون كالتالي:

$H_0$ : لا يوجد تغيرات موسمية.

$H_1$ : يوجد تغيرات موسمية.

من جدول تحليل التباين يتم حساب معلمة فيشر $F_{CAL}$ ، حيث:

$$F_{CAL} = \frac{V_B}{V_R}$$

نقارن المعلمة السابقة مع إحصائية فيشر الجدولية $F_{TAB}$ عند مستوى معنوية $\alpha$، ودرجات حرية $(p-1)$ للبسط و $(n-1)*(p-1)$ للمقام، فإذا كان $F_{CAL} \succ F_{TAB}$نرفض الفرضية العدمية $H_0$، وبالتالي يكون القرار السلسلة تتأثر بالتغيرات الموسمية.

**مثال:** لتكن لدينا البيانات التالية:

| | الفصل1 | الفصل2 | الفصل3 | الفصل4 |
|---|---|---|---|---|
| **2017** | 14 | 20 | 44 | 21 |
| **2018** | 10 | 19 | 64 | 32 |
| **2019** | 12 | 12 | 68 | 29 |
| **2020** | 07 | 18 | 60 | 36 |
| **2021** | 06 | 11 | 64 | 50 |

-والمطلوب الكشف عن المركبة الفصلية ومركبة الاتجاه العام باستخدام اختبار فيشر وتحليل التباين عند مستوى معنوية $\alpha = 5\,\%$.

**الحل:**

1-حساب المتوسطات السنوية والفصلية للسلسلة.

| | الفصل1 | الفصل2 | الفصل3 | الفصل4 | المتوسط السنوي | التباين |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **2017** | 14 | 20 | 44 | 21 | 24.75 | 174.25 |
| **2018** | 10 | 19 | 64 | 32 | 31.25 | 558.25 |
| **2019** | 12 | 12 | 68 | 29 | 30.25 | 697.58 |
| **2020** | 07 | 18 | 60 | 36 | 30.25 | 536.25 |
| **2021** | 06 | 11 | 64 | 50 | 32.75 | 820.91 |
| المتوسط الفصلي | 9.8 | 16 | 60 | 33.6 | $\bar{\bar{x}} = 29.85$ | |
| التباين | 11.2 | 17.5 | 88 | 114.3 | | |

ومنه نجد:

$$S_A = 146.8 \Rightarrow V_A = \frac{S_A}{n-1} = \frac{146.8}{5-1} = 36.7$$

$$S_B = 7584.55 \Rightarrow V_B = \frac{S_B}{P-1} = \frac{7584.55}{4-1} = 2528.18$$

$$S_R = 777.2 \Rightarrow V_R = \frac{S_R}{(p-1)(n-1)} = \frac{777.2}{(4-1)(5-1)} = 64.77$$

$$S_T = 8508.55 \Rightarrow V_T = \frac{S_T}{n*p-1} = \frac{8508.55}{(4*5)-1} = 447.81$$

يمكننا تلخيص ما سبق في جدول تحليل التباين الموالي:

| العناصر | التباين | درجة الحرية | مجموع المربعات |
|---|---|---|---|
| الفترة | $V_B = \frac{S_B}{p-1} = 2528.18$ | $p-1=3$ | $S_B = n\sum_{j=1}^{p}\left(\bar{x}_{*j} - \bar{\bar{x}}\right)^2 = 7584.55$ |
| السنة | $V_A = \frac{S_A}{n-1} = 36.7$ | $n-1=4$ | $S_A = P\sum_{i=1}^{n}\left(\bar{x}_{i*} - \bar{\bar{x}}\right)^2 = 146.8$ |
| البواقي | $V_R = \frac{S_R}{(p-1)*(n-1)}$ $\Rightarrow V_R = 64.77$ | $(n-1)*(p-1)=12$ | $\sum_{j=1}^{p}\left(x_{ij} - \bar{x}_{i*} - \bar{x}_{*j} + \bar{\bar{x}}\right)^2 = 777.2$ |
| المجموع | $V_T = \frac{S_T}{n*p-1} = 447.81$ | $(n*p)-1=19$ | $S_T = 8508.55$ |

**2-الكشف عن الاتجاه العام:** من الجدول السابق يتضح أن:

$F_{CAL} = \frac{V_A}{V_R} = \frac{36.7}{64.77} = 0.57 \prec F_{(4.12)}^{5\%} = 3.26$ ومنه نقبل الفرضية العدمية- السلسلة لا تحوي اتجاه عام

**3-الكشف عن الموسمية:** من الجدول السابق نجد:

$F_{CAL} = \frac{V_B}{V_R} = \frac{2528.12}{64.77} = 39.03 \succ F_{(3.12)}^{5\%} = 3.49$ ومنه نرفض فرضية العدم-يوجد تغيرات موسمية

**الفصل الثاني: طرق معالجة مركبات السلسلة الزمنية.**

لتحديد مدى تأثير كل جزء من العناصر المكونة للظاهرة المدروسة على القيمة الكلية للظاهرة يستوجب تفكيكها إلى مكوناتها الأساسية (الاتجاه العام، الموسمية، الدورية والمركبة العشوائية)، وهذا ما يتطلب عزل تأثيرات العامل الموسمي وكذلك الدوري لتصبح سلسلة زمنية معدلة (Adjusted Time Série)، هذه العملية تسمى تحليل السلاسل الزمنية والناتج عنها يسمى السلاسل المعدلة أو الممهدة، وهي النوع الذي يفضل الكثير من الباحثين التعامل معها بالدراسة لمعرفة الكيفية التي يتطور بها الاتجاه العام بدل دراسة السلاسل الأصلية، وذلك لان الأولى (المعدلة) تكون خالية من التغيرات (التأرجحات) الموسمية أو الدورية ومن ثم يكون الاتجاه العام أوضح.

من الأساليب البسيطة لتحليل السلاسل الزمنية وبالتالي تقدير الاتجاه العام **تمهيد** البيانات المشاهدة بتخليصها من التغيرات قصيرة الأجل التي تحدث بسبب التغيرات الفجائية غير المنتظمة والتغيرات الموسمية إن وجدت عن طريق ما يعرف بالمتوسطات المتحركة.

**أولا: المتوسطات المتحركة: Moving Averages.**

من الناحية الإحصائية طريقة المتوسطات المتحركة هي عبارة عن عملية حسابية تستخدم لتحليل نقاط البيانات عن طريق إنشاء سلسلة من المتوسطات لمجموعات فرعية مختلفة من مجموعة البيانات الكاملة للسلسلة الزمنية الأصلية، حيث يساعد حساب المتوسط لكل مجموعة على تخفيف آثار التقلبات العشوائية قصيرة الأجل، كما تعطي هذه الطريقة فكرة مسبقة عن التقلبات الاتجاهية على المدى القصير والمتوسط، وهو ما يجعل البيانات المعدلة للسلسلة الزمنية أكثر مصداقية لاعتمادها في عملية التقدير وبالتالي التنبؤ خاصة في المدى الطويل.

لحساب المتوسط المتحرك لا بد أولا من تحديد عدد معين من الوحدات الزمنية– $p$ –يطلق عليه طول الدورة ويكون أساسا لحساب المتوسطات، يعني انه لا يتم حساب المتوسط بصورة مباشرة على كل مشاهدات السلسلة، ولكن يتم ذلك على مجموعة جزئية تتكون من عدد من القيم قدرها $p$ ، وبالتالي نكون بصدد التكلم عن متوسط متحرك من الدرجة $p$ والذي نرمز له بالرمز $MM_{p.t}$ ، حيث أن $t$ يمثل الزمن الذي تم حساب المتوسط عنده.

العدد $p$ يمثل دورية السلسلة الزمنية، وهو يساوي $p=4$ إذا كانت السلسلة ممثلة في ثلاثيات، ويساوي $p=12$ إذا كانت السلسلة شهرية، $p=5$ في المعطيات الأسبوعية....الخ، وعلى الرغم من إجماع اغلب المراجع على أن تحديده يتوقف على خبرة مصمم النموذج، فانه توجد طريقة التجريب والتي يمكن استخدامها في هذا الصدد، من خلال اختيار الدورية التي تدني مجموع مربعات الأخطاء العشوائية، بعد هذا يتم حساب المتوسطات المتحرك والتي تختلف باختلاف كون الدورية $p$ عدد زوجي أو فردي.

**1-إذا كان $p$ عدد فردي:** أي يمكن كتابة بالطريقة التالية: $p=2m+1$ في هذه الحالة نتبع الخطوات التالية لحساب المتوسطات المتحركة:

أ-حساب متوسط الحسابي لأول $p$ مشاهدة من البيانات وهي: $y_1, y_2, \dots\dots, y_p$.

ب-إحلال القيمة التالية $y_{p+1}$ مكان القيمة الأولى $y_1$ في البيانات التي حسب لها المتوسط الحسابي في الخطوة السابقة، ثم حساب المتوسط الحسابي لمجموعة البيانات الجديدة $y_2, y_3, \dots, y_p, y_{p+1}$.

ج-إحلال القيمة $y_{p+2}$ مكان القيمة $y_2$ في مجموعة البيانات التي حسب لها المتوسط الحسابي في الخطوة السابقة وحساب المتوسط الحسابي لمجموعة البيانات الجديدة $y_3, y_4, \dots\dots, y_{p+1}, y_{p+2}$، وهكذا يتم حساب باقي المتوسطات المتحركة.

د-يوضع كل متوسط متحرك $MM_{p,t}$ أمام منتصف الفترة التي حسب لها المتوسط الحسابي، فيوضع المتوسط المتحرك الأول $MM_{p,\frac{p+1}{2}}$ أمام القيمة $y_{\frac{p+1}{2}}$، ويوضع المتوسط الحسابي $MM_{p,\frac{p+3}{2}}$ أمام القيمة $y_{\frac{p+3}{2}}$،....وهكذا، وتمثل هذه المتوسطات تقديرات الاتجاه العام للقيم المناظرة.

**مثال:** لنفترض أننا اعتمدنا طولا للدورة مقداره $p=3$ لحساب المتوسطات المتحركة للبيانات الواردة في الجدول الموالي:

| $t$ | $y_t$ | $MM_{p,t}$ |
|---|---|---|
| 1 | 102 | - |
| 2 | 104 | $MM_{3,2}=\frac{102+104+106}{3}=104$ |
| 3 | 106 | $MM_{33}=\frac{104+106+108}{3}=106$ |
| 4 | 108 | $MM_{3,4}=108$ |
| 5 | 110 | - |

**ملاحظة:**

**1**-نتوقف عن حساب المتوسطات عند $(t=4)$ لأنه لم تعد تتوفر لدينا ثلاث مشاهدات لمواصلة حساب المتوسطات الحسابية.

2-هناك طريقة أخرى لحساب المتوسطات المتحركة بطريقة مباشرة إذا كان $p$ فرديا، أي لما يكتب على الشكل: $p=2m+1$ ، وهي الطريقة التي يستند فيها للعلاقة الموالية لإجراء الحساب:

$$MM_{P,t}=\frac{1}{2m+1}\sum_{i=-m}^{m}y_{t+i};avec...m=\frac{p-1}{2}$$

تطبيق العلاقة أعلاه على المثال السابق من اجل $m=\frac{3-1}{2}=1$ يعطي النتائج الموالية:

$$MM_{3,2}=\frac{1}{2(1)+1}(y_{2-1}+y_{2+0}+y_{2+1})$$

$$MM_{3,2}=\frac{1}{3}(y_1+y_2+y_3)=\frac{1}{3}(102+104+106)=104$$

$$MM_{3,3}=\frac{1}{2(1)+1}(y_{3-1}+y_{3+0}+y_{3+1})$$

$$MM_{3,3}=\frac{1}{3}(y_2+y_3+y_4)=\frac{1}{3}(104+106+108)=106$$

$$MM_{3,4}=\frac{1}{2(1)+1}\left(y_{4-1}+y_{4+0}+y_{4+1}\right)$$

$$MM_{3,3}=\frac{1}{3}\left(y_3+y_4+y_5\right)=\frac{1}{3}(106+108+110)=108$$

**2-إذا كان $p$ عدد زوجي:** وهي الحالة التي توافق كتابة الدورية على الشكل $p=2m$ ، وفي هذه الحالة بالإضافة لإشكالية الحساب فإننا نواجه إشكالية عدم إمكانية وضع المتوسط المتحرك أمام قيم إحدى المشاهدات وإنما يوضع بين قيمتين معينتين، ومن ثمة لا بد من مركزة المتوسطات المتحركة حتى يكون بالإمكان وضعها مقابل القيم الفعلية، ومنه يتم حساب المتوسط المتحرك الممركز في حالة الدورية زوجي كما يلي:

أ-نحسب المتوسط الحسابي للمشاهدات $y_{t-\frac{p}{2}},y_{t-\frac{p}{2}+1},.......,y_{t+\frac{p}{2}-1}$ لنحصل على $MM_{p,1}$.

ب-نحسب المتوسط الحسابي لنفس المشاهدات السابقة بعد إحلال القيمة $y_{t+\frac{p}{2}}$ مكان القيمة $p_{t-\frac{p}{2}}$ لنحصل على المتوسط المتحرك $MM_{P,2}$.

ج-نحصل على المتوسط المتحرك المناظر للقيمة $y_1$ بأخذ المتوسط الحسابي للمتوسطين $MM_{p,1},MM_{p,2}$ .

في الواقع فان حساب المتوسطات المتحركة عمليا يبدو أسهل من الصورة النظرية السابقة، كما يتضح في المثال التالي.

**مثال:** لنفترض أننا اعتمدنا طولا للدورة $p=4$ لحساب المتوسطات المتحركة في الجدول الموالي:

| $t$ | $y_t$ | $MM_{p,t}$ | $MMC_{p,t}$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 3 | | - |
| 2 | 3 | $\Rightarrow \frac{3+3+4+5}{4}=3.75$ | - |
| 3 | 4 | $\rightarrow \frac{3+4+5+5}{4}=4.25$ | $MMC_{4,3}=\frac{3.75+4.25}{2}=4$ |
| 4 | 5 | $\Rightarrow \frac{4+5+5+6}{4}=5$ | $MMC_{4,4}=\frac{4.25+5}{2}=4.625$ |
| 5 | 5 | $\Rightarrow \frac{5+5+6+7}{4}=5.75$ | $MMC_{4,5}=\frac{5+5.75}{2}=5.375$ |
| 6 | 6 | | - |
| 7 | 7 | | - |

لاحظ أن $MM_{p,t}$ ينسب للتاريخ الذي يقع في وسط المشاهدات التي حسب على أساسها المتوسط المتحرك، في حالتنا هذه توضع قيمة $MM_{p,t}$ على السطر بين تاريخين فوقها وتاريخين تحتها لان $p=4$، فلو كان مثلا $p=6$ فستوضع قيمة $MM_{p,t}$ على السطر بين ثلاثة تواريخ قبلها وثلاثة تواريخ بعدها، وهكذا في حالة كون $p$ زوجي.

هناك طريقة أخرى لحساب المتوسطات المتحركة المركزية بطريقة مباشرة إذا كان $p$ زوجيا، أي لما يكتب على الشكل: $p=2m$، وهي الطريقة التي يستند فيها للعلاقة الموالية لإجراء الحساب:

$$MMC_{p,t}=\frac{1}{2m}\left(\frac{1}{2}y_{t-m}+\sum_{i=-m+1}^{m-1}y_{t+i}+\frac{1}{2}y_{t+m}\right)avec....m=\frac{p}{2}$$

تطبيق العلاقة أعلاه على المثال السابق من اجل $m=\frac{4}{2}=2$ يعطي النتائج الموالية:

$$MMC_{4,3}=\frac{1}{2(2)}\left(\frac{1}{2}y_{3-2}+\sum_{i=-2+1}^{2-1}y_{3+i}+\frac{1}{2}y_{3+2}\right)$$

$$MMC_{4,3}=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}y_1+y_2+y_3+y_4+\frac{1}{2}y_5\right)$$

$$MMC_{4,3}=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}(3)+3+4+5+\frac{1}{2}(5)\right)=\frac{1}{4}(16)=4$$

$$MMC_{4,4}=\frac{1}{2(2)}\left(\frac{1}{2}y_{4-2}+\sum_{i=-2+1}^{2-1}y_{4+i}+\frac{1}{2}y_{4+2}\right)$$
$$MMC_{4,3}=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}y_2+y_3+y_4+y_5+\frac{1}{2}y_6\right)$$
$$MMC_{4,3}=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}(3)+4+5+5+\frac{1}{2}(6)\right)=\frac{1}{4}(18.5)=4.625$$

$$MMC_{4,5}=\frac{1}{2(2)}\left(\frac{1}{2}y_{5-2}+\sum_{i=-2+1}^{2-1}y_{5+i}+\frac{1}{2}y_{5+2}\right)$$
$$MMC_{4,3}=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}y_3+y_4+y_5+y_6+\frac{1}{2}y_7\right)$$
$$MMC_{4,3}=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}(4)+5+5+6+\frac{1}{2}(7)\right)=\frac{1}{4}(21.5)=5.375$$

**ثانيا: تقدير التأثيرات الموسمية:** يتوقف هذا الأمر على الكيفية التي يتم بها نمذجة مركبات السلسلة الزمنية الأربعة، يعني على الشكل الذي يجمع المركبات الأربعة والذي تم الإشارة له سابقا (النموذج الضربي أو الجمعي):

**1-تقدير التأثيرات الموسمية للنماذج الضربية:** يعتبر النموذج الضربي الأكثر استخداما وشيوعا بالنسبة للظواهر الاقتصادية، ويعتبر أن قيمة الظاهرة $y_t$ هي حاصل ضرب المركبات الأربعة خلال الزمن $t$ أي $y_t=C*I*T*S$، والتي تكون غير مستقلة عن بعضها البعض، وفي هذه الحالة أي عند استخدام النموذج الضربي في تقدير التأثيرات الموسمية نتبع الخطوات الموالية والخاصة بطريقة المتوسطات المتحركة(توجد أيضا طريقة النسب للاتجاه العام):

أ-الحصول على المتوسطات المتحركة باستخدام الطول الحقيقي للدورة الموسمية في البيانات(البيانات الربع سنوية تكون $p=4$، أما البيانات الشهرية فتكون الدورية مساوية $p=12$ وهكذا)، وبحساب المتوسط المتحرك نكون قد تخلصنا من مركبتي: الموسم وغير المنتظمة، وبالتالي فان المتوسطات تمثل توليفة من عاملي الاتجاه العام $T$ والدورية $C$، أي:

$$MM_{p,t}=(T_t.C_t)$$

ب-قسمة قيم الظاهرة الأصلية $y_t$ والتي تتكون من حاصل ضرب المركبات الأربعة على المتوسطات المتحركة نحصل على تقديري المركبتين الأخيرتين الموسمية وغير المنتظمة، أي:

$$(S_t.I_t)=\frac{y_t}{MM_{p,t}}$$

ج-نحذف اثر العوامل غير المنتظمة من التوليفة $(S_t.I_t)$ بإيجاد المتوسط الحسابي لها وبالتالي نحصل على متوسطات المعاملات الموسمية $\bar{S}_t$.

د-عادة ما يتم تعديل التقديرات بحيث يساوي مجموعها عدد المواسم $(p)$، ومن ثم يمكن مقارنة كل معامل موسمي بالواحد الصحيح، ويعرف معامل التصحيح Correction Factor على الصورة:

$$CF=\frac{P}{\sum_{t=1}^{p}\bar{S}_t}$$

هـ-نحسب تقديرات المعاملات الموسمية كما يلي:

$$S_t=CF*\bar{S}_t \;......t=1,2,3,....,p$$

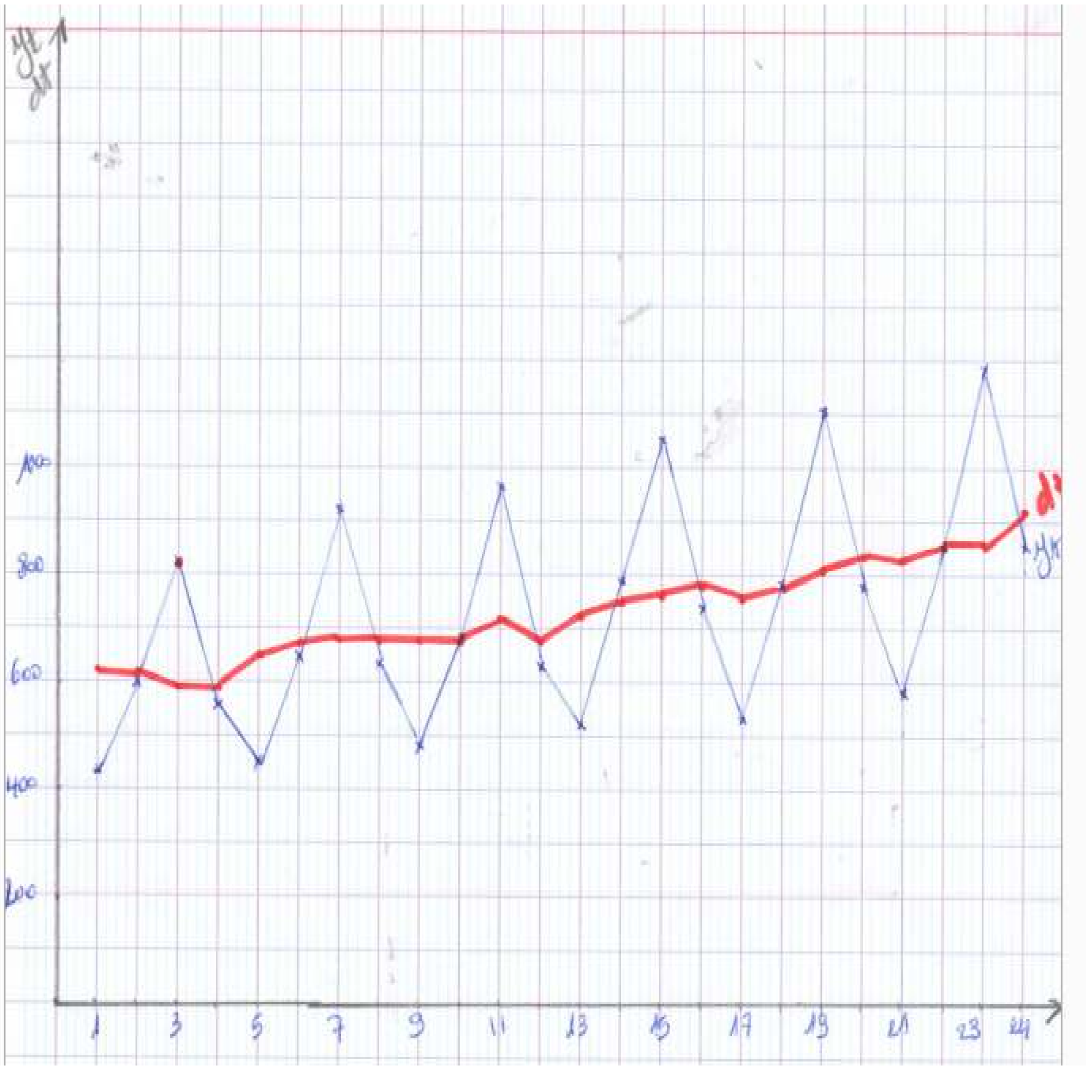
**مثال:** الجدول الموالي يظهر عدد زوار حديقة الحيوانات خلال ستة سنوات ماضية، والمطلوب تقدير المعاملات الموسمية:

| السنوات | الفصول | $y_t$ | $MMC_{4,t}$ | $y_t/MMC_{4,t}$ | $S_t$ | $d_t=y_t/S_t$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 2013 | 1 | 430 | – | – | 0.699 | 615.16 |
| | 2 | 600 | – | – | 0.995 | 603.01 |
| | 3 | 820 | 602.5 | 1.360 | 1.373 | 597.23 |
| | 4 | 550 | 611.25 | 0.899 | 0.932 | 590.12 |
| 2014 | 1 | 450 | 630 | 0.714 | 0.699 | 643.77 |
| | 2 | 650 | 652.5 | 0.996 | 0.995 | 653.26 |
| | 3 | 920 | 666.25 | 1.380 | 1.373 | 670.06 |
| | 4 | 630 | 675 | 0.933 | 0.932 | 675.96 |
| 2015 | 1 | 480 | 686.25 | 0.699 | 0.699 | 686.69 |
| | 2 | 690 | 692.5 | 0.996 | 0.995 | 693.46 |
| | 3 | 970 | 697.5 | 1.390 | 1.373 | 706.48 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 4 | 630 | 710 | 0.887 | 0.932 | 675.96 |
| 2016 | 1 | 520 | 727.5 | 0.714 | 0.699 | 743.91 |
| | 2 | 750 | 750 | 1.000 | 0.995 | 753.76 |
| | 3 | 1050 | 763.75 | 1.374 | 1.373 | 764.74 |
| | 4 | 730 | 770 | 0.948 | 0.932 | 783.26 |
| 2017 | 1 | 530 | 781.25 | 0.678 | 0.699 | 758.22 |
| | 2 | 790 | 793.75 | 0.995 | 0.995 | 793.96 |
| | 3 | 1100 | 806.25 | 1.364 | 1.373 | 801.16 |
| | 4 | 780 | 820 | 0.951 | 0.932 | 836.9 |
| 2018 | 1 | 580 | 837.5 | 0.692 | 0.699 | 829.75 |
| | 2 | 850 | 856.25 | 0.992 | 0.995 | 854.27 |
| | 3 | 1180 | - | - | 1.373 | 859.43 |
| | 4 | 850 | - | - | 0.932 | 912.01 |

الشكل الموالي يمثل قيم الظاهرة الأصلية $y_t$ وقيم الظاهرة بعد تخليصها من اثر الموسم $d_t$، أي :

$$d_t = y_t / S_t = T_t * C_t * I_t$$




***الخطوة الثالثة:** نقوم بحساب المؤشرات الموسمية لكل فصل وذلك بحساب المتوسطات الحسابية للنسب $y_t / MMC_{4,t}$ وهذا بالنسبة لكل فصل، بحيث تنتج أربعة مؤشرات موسمية بحسب عدد فصول السنة $(S_1, S_2, S_3, S_4)$، هذه الخطوة يلخصها الجدول الموالي:

| الفصل<br>السنة | الفصل الأول | الفصل الثاني | الفصل الثالث | الفصل الرابع |
|---|---|---|---|---|
| 2013 | – | – | 1.360 | 0.899 |
| 2014 | 0.714 | 0.996 | 1.380 | 0.933 |
| 2015 | 0.699 | 0.996 | 1.390 | 0.887 |
| 2016 | 0.714 | 1.000 | 1.374 | 0.948 |
| 2017 | 0.678 | 0.995 | 1.364 | 0.995 |
| 2018 | 0.692 | 0.992 | – | – |

| 0.932 | 1.373 | 0.995 | 0.699 | المتوسط |
|---|---|---|---|---|

لا حظ أن مجموع المعاملات الموسمية يساوي الدورية $p=4$ .

***تفسير المعاملات الموسمية:** إذا كان المعامل الموسمي المناظر لموسم معين يساوي الواحد الصحيح فان هذا يعني أن هذا الموسم ليس له اثر موسمي على الظاهرة، وان كان المعامل الموسمي أكبر من الواحد الصحيح فان هذا يعني أن هذا الموسم يؤثر على الظاهرة بالزيادة، أما إذا كان المعامل الموسمي اقل من الواحد الصحيح فان معنى هذا ينصرف لكون الموسم يؤثر على الظاهرة بالنقصان، ففي المثال الذي بين أيدينا يمكن القول أن الموسم الأول ينقص من مستوى السلسلة بنسبة 30.1%، فإذا كانت قيمة الاتجاه العام في هذا الموسم 100 فان المعامل الموسمي $S_1$ يجذب هذه القيمة للأسفل لتصبح 69.9 فقط، في نفس الصياغ يمكن القول أن الموسم الثالث يزيد من مستوى السلسلة بنسبة 37.3% تقريبا، فإذا كانت قيمة الاتجاه العام في هذا الموسم 100 فان المعامل الموسمي $S_3$ يزيد من هذه القيمة لتصبح 137.3.

***الخطوة الرابعة: تقدير معادلة الاتجاه العام للسلسلة المصححة من التغيرات الموسمية:** وهنا نستخدم طريقة المربعات الصغرى العادية للحصول على مقدرات النموذج الموالي:

$$d_t = b_0 + b_1 t + \varepsilon_t$$

حيث نستند للعلاقات الموالية لتقدير $b_0, b_1$ حيث:

$$b_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n} t.d_t - \bar{d}\sum_{t=1}^{n} t}{\sum_{t=1}^{n} t^2 - \bar{t}\sum_{t=1}^{n} t}$$

$$b_0 = \bar{d} - b_1 \bar{t}$$

العمليات الحسابية وفق الصيغة أعلاه يلخصها الجدول الموالي:

| $d.t$ | $t^2$ | $d$ | $t$ | الصيغة |
|---|---|---|---|---|
| 615.16 | 1 | 615.16 | 1 | 2013 |
| 1206.02 | 4 | 603.01 | 2 | |
| 1791.69 | 9 | 597.23 | 3 | |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 4 | 590.12 | 16 | 2360.48 |
| 2014 | 5 | 643.77 | 25 | 3218.85 |
| | 6 | 653.26 | 36 | 3919.56 |
| | 7 | 670.06 | 49 | 4690.42 |
| | 8 | 675.96 | 64 | 5407.68 |
| 2015 | 9 | 686.69 | 81 | 6180.21 |
| | 10 | 693.46 | 100 | 6934.60 |
| | 11 | 706.48 | 121 | 7771.28 |
| | 12 | 675.96 | 144 | 8111.52 |
| 2016 | 13 | 743.91 | 169 | 9670.83 |
| | 14 | 753.76 | 196 | 10552.6 |
| | 15 | 764.74 | 225 | 11471.1 |
| | 16 | 783.26 | 256 | 12532.1 |
| 2017 | 17 | 758.22 | 289 | 12889.7 |
| | 18 | 793.96 | 324 | 14291.3 |
| | 19 | 801.16 | 361 | 15222.04 |
| | 20 | 836.9 | 400 | 16738 |
| 2018 | 21 | 829.75 | 441 | 17424.7 |
| | 22 | 854.27 | 484 | 18793.9 |
| | 23 | 859.43 | 529 | 19766.9 |
| | 24 | 912.01 | 576 | 21888.2 |
| المجموع | 300 | 18145.8 | 4900 | 233448.8 |
| المتوسط | 12.5 | 756.07 | − | − |

ومنه قيمة الميل $b_1$ والحد الثابت $b_0$ تحسب كما يلي:

$$b_1 = \frac{233448.8 - (756.07)(300)}{4900 - (12.5)(300)} = \frac{6627.8}{1150} = 5.76$$

$$\Rightarrow b_0 = 756.07 - (5.76)(12.5) = 684.07$$

ومنه تكتب معادلة OLS الجديدة(المصححة من تأثير الموسم) كما يلي(وهي معادلة الاتجاه العام):

$d_t = 5.76t + 684.07$

**الخطوة الخامسة: القيام بعملية التنبؤ:** للتنبؤ بعدد زوار حديقة الحيوان خلال كل ثلاثي نستخدم المعادلة الموالية:

$y_{2019,i} = (5.76t + 684.07)S_i$

وعليه سيبلغ عدد زوار الحديقة خلال:

*الثلاثي الأول من سنة 2019 العدد:

$y_{19,1} = (5.76 * 25 + 684.07)0.699 = 578.82$

*الثلاثي الثاني من سنة 2019 العدد:

$y_{19,1} = (5.76 * 26 + 684.07)0.995 = 829.66$

*الثلاثي الثالث من سنة 2019 العدد:

$y_{19,1} = (5.76 * 27 + 684.07)1.373 = 1152.75$

*الثلاثي الرابع من سنة 2019 العدد:

$y_{19,1} = (5.76 * 28 + 684.07)0.932 = 787.87$

**2-تقدير التأثيرات الموسمية للنماذج الجمعية:** إجراءات الحصول على بيانات خالية من التغيرات الموسمية (سلسلة منزوعة الموسمية أو سلسلة معدلة موسميا) بالنسبة للنماذج الجمعية هي نفسها كما في النماذج الضربية، الاختلاف بينهما يكمن في إجراءات الحساب فقط، بالنسبة للنوع الأول يمكن تلخيص إجراءات ذلك في:

أ-حساب المتوسطات المتحركة من الرتبة $p$.

ب-طرح من قيم الظاهرة الأصلية $y_t$ والتي تتكون من حاصل جمع المركبات الأربعة قيم المتوسطات المتحركة المقابل لها والمحسوب في الخطوة السابقة، لنتحصل على الفروق الموسمية.

ج- نحسب متوسطات المعاملات الموسمية $\bar{S}_t$ غير المصححة، والتي تمثل المتوسط الحسابي للفروقات الموسمية الخاصة بكل فصل.

د-نلجأ عادة إلى تعديل المعاملات الموسمية غير المصححة في حالة كان مجموعها لا يساوي الصفر $\sum_{t=1}^{p} S_t \neq 0 \Leftrightarrow \bar{S} = \frac{\sum_{t=1}^{p} S_t}{p} \neq 0$ من خلال استخدام الصيغة الموالية:

$$S_t^* = S_t - \bar{S}$$

هـ-ننزع الموسمية من السلسلة الزمنية الأصلية من خلال طرح من كل قيمة أساسية معامل الموسمية (معامل الموسمية المصحح) المقابل لها.

**مثال:** البيانات التي يظهرها الجدول الموالي تمثل مبيعات إحدى الشركات بملايين الدينارات:

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| الفصل | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| $t$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| $y_t$ | **120** | **181** | **71** | **119** | **128** | **190** | **73** | **124** |
| الفصل | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| $t$ | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| $y_t$ | **140** | **196** | **84** | **133** | **145** | **206** | **96** | **142** |

**الخطوة الأولى:** تحديد نوع النموذج الذي ينطبق على السلسلة(تم التأكد من انه تجميعي).

**الخطوة الثانية:** حساب المتوسطات المتحركة من الدرجة الرابعة ($p=4$)، وهي التي يظهرها العمود الثالث في الجدول الموالي.

**الخطوة الثالثة:** حساب الفروق الموسمية من خلال طرح المتوسطات المتحركة $MM_{p,t}$ من قيم الظاهرة المقابلة لها $y_t$، وهي التي يظهرها العمود الرابع من الجدول الموالي.

| الزمن $t$ | $y_t$ | $MM_{p,t}$ | $(y_t - MM_{p,t})$ |
|---|---|---|---|
| 1 | **120** | – | – |
| 2 | **181** | – | – |
| 3 | **71** | 123.75 | 52.75- |
| 4 | **119** | 125.88 | 6.88- |
| 5 | **128** | 127.25 | 0.75 |
| 6 | **190** | 128.13 | 61.88 |
| 7 | **73** | 130.25 | 57.25- |
| 8 | **124** | 132.5 | 8.5- |
| 9 | **140** | 134.63 | 5.38 |
| 10 | **196** | 137.13 | 58.88 |
| 11 | **84** | 138.88 | 54.88- |
| 12 | **133** | 140.75 | 7.75- |
| 13 | **145** | 143.5 | 1.5 |
| 14 | **206** | 146.13 | 59.88 |
| 15 | **96** | – | – |
| 16 | **142** | – | – |

**الخطوة الرابعة:** حساب المعاملات الموسمية: والتي تساوي المتوسط الحسابي للفروق الموسمية لكل فصل، كالتالي:

$$\bar{S}_1 = \frac{0.75+5.38+1.5}{3} = 2.54$$

$$\bar{S}_2 = \frac{61.88+58.88+59.88}{3} = 60.21$$

$$\bar{S}_3 = \frac{-52.75-57.25-54.88}{3} = -54.96$$

$$\bar{S}_4 = \frac{-6.88-8.5-7.75}{3} = -7.71$$

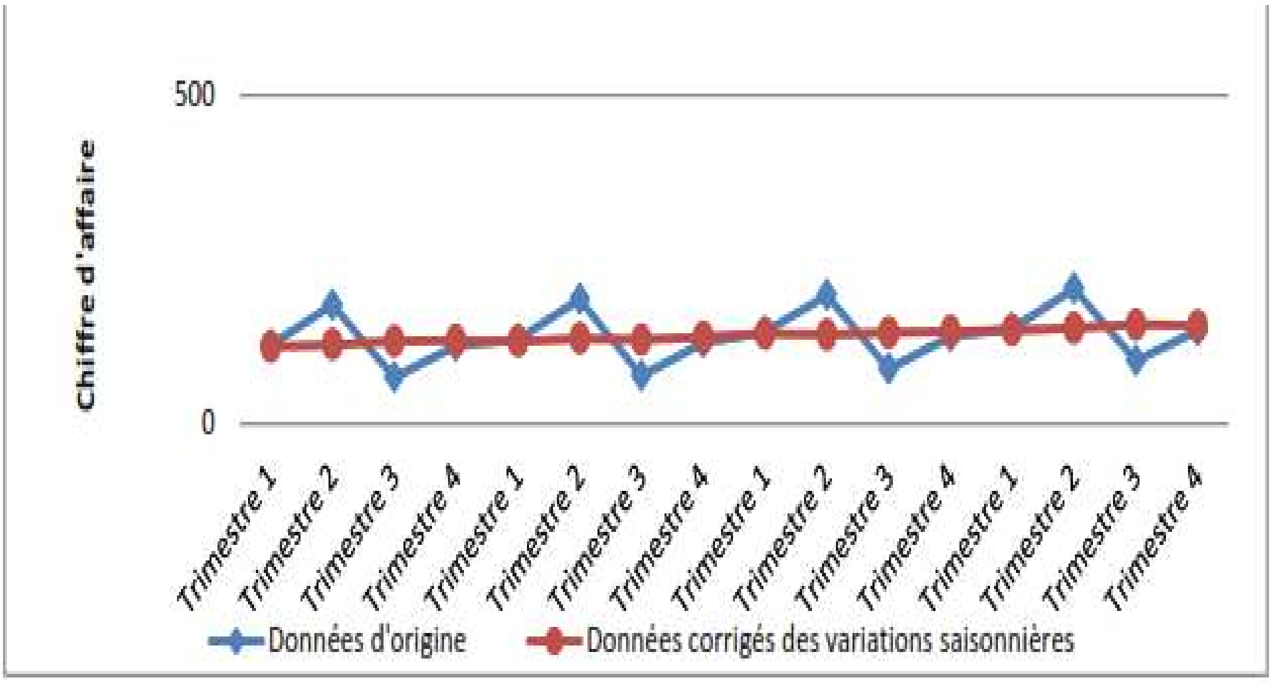
الآن نتأكد من أن المعاملات الموسمية لا تحتاج إلى تعديل من خلال حساب مجموعها الذي يجب أن يكون معدوم: $\sum_{t=1}^{p} S_t = 0.08$ ، ومنه $\bar{S} = \frac{0.08}{4} = 0.02$ وعليه تكون المعاملات الموسمية المعدلة كالتالي:

$$S_t^* = S_t - \bar{S} \Rightarrow S_1^* = 2.52, S_2^* = 60.19, S_3^* = -54.98, S_4^* = -7.73$$

**الخطوة الخامسة:** بعد حصولنا على المعاملات الموسمية المعدلة أو المصححة، يمكننا نزع الموسمية من السلسلة الزمنية من خلال طرح من كل قيمة أساسية معامل الموسمية المقابل لها كما يظهر في الجدول الموالي:

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $t$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| $y_t$ | 120 | 181 | 71 | 119 | 128 | 190 | 73 | 124 |
| $d_t = y_t - S_t^*$ | 117.48 | 120.81 | 125.98 | 126.73 | 125.48 | 129.81 | 127.98 | 131.73 |
| $t$ | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| $y_t$ | 140 | 196 | 84 | 133 | 145 | 206 | 96 | 142 |
| $d_t = y_t - S_t^*$ | 137.48 | 135.81 | 138.98 | 140.73 | 142.48 | 145.81 | 150.98 | 149.73 |

الرسم البياني الموالي يبين السلسلة الزمنية الأصلية وكذا السلسلة الزمنية منزوعة الموسمية:



**الخطوة السادسة: تقدير معادلة الاتجاه العام للسلسلة المصححة من التغيرات الموسمية:**

وهنا نستخدم طريقة المربعات الصغرى العادية للحصول على مقدرات النموذج الموالي:

$$d_t = b_0 + b_1 t + \varepsilon_t$$

حيث نستند للعلاقات الموالية لتقدير $b_0, b_1$ حيث:

$$b_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n} t.d_t - \bar{d}\sum_{t=1}^{n} t}{\sum_{t=1}^{n} t^2 - \bar{t}\sum_{t=1}^{n} t}$$

$$b_0 = \bar{d} - b_1 \bar{t}$$

العمليات الحسابية وفق الصيغة أعلاه يلخصها الجدول الموالي:

| السنة | $t$ | $d$ | $t^2$ | $d*t$ |
|---|---|---|---|---|
| الأولى | 1 | 117.48 | 1 | 117.48 |
| | 2 | 120.81 | 4 | 241.62 |
| | 3 | 125.98 | 9 | 377.94 |
| | 4 | 126.73 | 16 | 506.92 |
| الثانية | 5 | 125.48 | 25 | 627.4 |
| | 6 | 129.81 | 36 | 778.86 |
| | 7 | 127.98 | 49 | 895.86 |
| | 8 | 131.73 | 64 | 1053.84 |
| الثالثة | 9 | 137.48 | 81 | 1237.32 |
| | 10 | 135.81 | 100 | 1358.10 |
| | 11 | 138.98 | 121 | 1528.78 |
| | 12 | 140.73 | 144 | 1688.76 |
| الرابعة | 13 | 142.48 | 169 | 1852.24 |
| | 14 | 145.81 | 196 | 2041.34 |
| | 15 | 150.98 | 225 | 2264.70 |
| | 16 | 149.73 | 256 | 2395.68 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| المجموع | 136 | 2148 | 1496 | 18966.84 |
| المتوسط | 8.5 | 134.25 | – | – |

ومنه قيمة الميل $b_1$ والحد الثابت $b_0$ تحسب كما يلي:

$$b_1 = \frac{18966.84 - (134.25)(136)}{1496 - (8.5)(136)} = \frac{708.84}{340} = 2.08$$

$$\Rightarrow b_0 = 134.25 - (2.08)(8.5) = 116.52$$

ومنه تكتب معادلة OLS الجديدة(المصححة من تأثير الموسم) كما يلي(وهي معادلة الاتجاه العام):

$$d = 2.08 * t + 116.52$$

**الخطوة السابعة: القيام بعملية التنبؤ:** للتنبؤ بمبيعات الشركة خلال كل ثلاثي من السنة الخامسة نستخدم المعادلة الموالية:

$$y_{5,t} = (2.08t + 116.52) + S_i^*$$

وعليه ستبلغ مبيعات الشركة خلال:

الثلاثي الأول من السنة الخامسة:

$$y_{5,t} = (2.08(17) + 116.52) + 2.52 = 154.4$$

الثلاثي الثاني من السنة الخامسة:

$$y_{5,t} = (2.08(18) + 116.52) + 60.19 = 214.15$$

الثلاثي الثالث من السنة الخامسة:

$$y_{5,t} = (2.08(19) + 116.52) - 54.98 = 101.06$$

الثلاثي الرابع من السنة الخامسة:

$$y_{5,t} = (2.08(20) + 116.52) - 7.73 = 150.39$$

**ثالثا: تقدير التأثيرات الموسمية باستخدام طريقة النسب للاتجاه العام:** تعتبر هذه التقنية من بين الطرق المستخدمة لنزع الموسمية من السلسلة الزمنية، لاستخدامها وجب أيضا التفريق بين النموذج الضربي ونظيره الجمعي كما في حالة استخدام المتوسطات المتحركة:

**1-تقدير التأثيرات الموسمية للنماذج الضربية:** لتطبيق هذه الطريقة وجب اتباع الخطوات الموالية:

أ-التأكد من ان النموذج الجدائي هو ما يجمع المركبات الاربعة للسلسلة الزمنية.

ب-تقدير معادلة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية الاصلية.

ج-حساب القيم الاتجاهية للسلسلة الزمنية الاصلية $\hat{y}_t$ باستخدام معادلة الاتجاه العام المتوصل اليها في الخطوة السابقة.

د-حساب نسبة القيم الفعلية الى القيم التنبؤية $\frac{y_t}{\hat{y}_t}$ لكل موسم(فصل أو شهر).

ه-حساب المؤشرات الموسمية $S_t$ لكل موسم (فصل أو شهر...الخ) وذلك بحساب المتوسط الحسابي للنسبة $\frac{y_t}{\hat{y}_t}$ وهذا بالنسبة لكل موسم، لنتحصل على مؤشرات موسمية عددها يساوي عدد المواسم في السنة $p$.

و-تعديل المعاملات الموسمية، والذي يجبرنا على انجاز هذه الخطوة هو تحقق الشرط الموالي: $\sum_{i=1}^{p} S_i \neq p$ (مجموع قيم المؤشرات الموسمية لا يساوي عدد هذه المؤشرات الموسمية )، وفي حالة تحقق الشرط السابق فان التصحيح يكون باستخدام الصيغة الموالية:

$$S_i^* = \frac{S_i}{\bar{S}}.....with..\bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^{p} S_i}{p}$$

حيث أن $(S_i^*)$ يمثل المؤشر الموسمي المصحح للفترة $(i)$.

ز-تخليص الظاهرة من أثر الموسم، وبالتالي نتحصل على سلسلة زمنية مصححة (معدلة) $d_t=\frac{y_t}{S_i}$ عن طريق قسمة كل مشاهدة من السلسلة الزمنية الأصلية $(y_t)$ على المؤشر الموسمي المقابل لها(أو المؤشر الموسمي المصحح).

ح-تقدير معادلة الاتجاه العام الجديدة الخالية من اثر الموسم، من خلال إجراء انحدار للسلسلة $d_t$ على الزمن $(t)$ باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية OLS، يعني تقدير معالم النموذج التالي:

$$d_t=b_0+b_1t+\varepsilon_t$$

حيث نستند للعلاقات الموالية لتقدير $b_0,b_1$ حيث:

$$b_1=\frac{\sum_{t=1}^{n}t.d_t-\bar{d}\sum_{t=1}^{n}t}{\sum_{t=1}^{n}t^2-\bar{t}\sum_{t=1}^{n}t}$$

$$b_0=\bar{d}-b_1\bar{t}$$

ط-القيام بعملية التنبؤ، والتي تتم في حالة النموذج الضربي باستخدام المعادلة الموالية:

$$\hat{y}_t=(b_0+b_1t)*S_i$$

**مثال:** لنفترض البيانات الموالية (نفترض كذلك أن النموذج الضربي هو الذي يجمع بين مركبات السلسلة الزمنية)، والتي تمثل مبيعات إحدى المؤسسات لأربعة مواسم، والمطلوب تقدير مبيعات سنة 2020 باستخدام طريقة النسب للاتجاه العام لتهذيب السلسلة الزمنية.

| السنة / الفصل | 2017 | 2018 | 2019 |
|---|---|---|---|
| الفصل الأول | 100 | 125 | 142 |
| الفصل الثاني | 120 | 136 | 144 |
| الفصل الثالث | 110 | 138 | 150 |
| الفصل الرابع | 135 | 140 | 154 |

**الخطوة ب:** تم تقدير معادلة الاتجاه العام باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية OLS وتبين أنها تأخذ الصيغة التالية:

$$\hat{y} = 105.92 + 4.14t$$

**الخطوة ج:** حساب القيم الاتجاهية $(\hat{y})$ للسلسلة الزمنية، والتي تتم بتعويض عنصر الزمن $(t)$ بالقيم $t = 1,2,3,.....,16$ في المعادلة السابقة لنتحصل على الجدول الموالي:

| $t$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_t$ | 100 | 120 | 110 | 135 | 125 | 136 |
| $\hat{y}_t$ | 110.06 | 114.20 | 118.34 | 122.48 | 126.62 | 130.76 |
| $t$ | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| $y_t$ | 138 | 140 | 142 | 144 | 150 | 154 |
| $\hat{y}_t$ | 134.90 | 139.04 | 143.18 | 147.32 | 151.46 | 155.60 |

**الخطوة د:** حساب نسبة القيم الفعلية الى القيم التنبؤية $\frac{y_t}{\hat{y}_t}$ لكل موسم(فصل أو شهر)، وهي التي يظهرها العمود الرابع من الجدول الموالي:

| $t$ | $y_t$ | $\hat{y}_t$ | $y_t / \hat{y}_t$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 100 | 110.06 | 0.9085 |
| 2 | 120 | 114.20 | 1.0507 |
| 3 | 110 | 118.34 | 0.9295 |
| 4 | 135 | 122.48 | 1.1022 |
| 5 | 125 | 125.62 | 0.9950 |
| 6 | 136 | 130.76 | 1.0400 |
| 7 | 138 | 134.90 | 1.0229 |
| 8 | 140 | 139.04 | 1.0069 |
| 9 | 142 | 143.18 | 0.9917 |
| 10 | 144 | 147.32 | 0.9774 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 11 | 150 | 151.46 | 0.9903 |
| 12 | 154 | 155.60 | 0.9897 |

**الخطوة هـ:** حساب المؤشرات الموسمية $S_t$ لكل موسم، **حيث:**

**للفصل الأول:** $S_1 = \frac{0.9085 + 0.9950 + 0.9917}{3} = 0.9650$

**للفصل الثاني:** $S_2 = \frac{1.0507 + 1.0400 + 0.9744}{3} = 1.0217$

**للفصل الثالث:** $S_3 = \frac{0.9295 + 1.0229 + 0.9903}{3} = 0.9809$

**للفصل الرابع:** $S_4 = \frac{1.1022 + 1.0069 + 0.9897}{3} = 1.0329$

**الخطوة و:** نلاحظ أن: $\sum_{i=1}^{p} S_i = 4.0005 \neq p = 4$ وعليه نستنتج أن المعاملات الموسمية تحتاج إلى تصحيح كالتالي:

$$\bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^{p} S_i}{p} = \frac{4.0005}{4} = 1.000125$$

وعليه نستخدم الصيغة $S_i^* = \frac{S_i}{\bar{S}}$ للتصحيح فنجد:

$$S_1^* = 0.9648, S_2^* = 1.0215, S_3^* = 0.9807, S_4^* = 1.0327$$

**الخطوة ز:** حساب قيم السلسلة الزمنية المصححة (معدلة) $d_t = \frac{y_t}{S_i}$ عن طريق قسمة كل مشاهدة من السلسلة الزمنية الأصلية $(y_t)$ على المؤشر الموسمي المقابل لها(أو المؤشر الموسمي المصحح)، هذه الخطوة يلخصها الجدول الموالي:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_t$ | 100 | 120 | 110 | 135 | 125 | 136 |
| $S_i^*$ | 0.9648 | 1.0215 | 0.9807 | 1.0327 | 0.9648 | 1.0215 |
| $d_t = y_t / S_i^*$ | 103.64 | 117.47 | 112.16 | 130.72 | 121.04 | 133.13 |
| $y_t$ | 138 | 140 | 142 | 144 | 150 | 154 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $S_i^*$ | 0.9807 | 1.0327 | 0.9648 | 1.0215 | 0.9807 | 1.0327 |
| $d_t = y_t / S_i^*$ | 140.71 | 135.56 | 147.18 | 140.96 | 152.95 | 149.12 |

**الخطوة ح:** تقدير معادلة الاتجاه العام الجديدة الخالية من اثر الموسم، العمليات الحسابية اللازمة يلخصها الجدول الموالي:

| $t$ | $t^2$ | $d_t$ | $d_t * t$ | السنة |
|---|---|---|---|---|
| **1** | **1** | **103.64** | **103.64** | 2017 |
| **2** | **4** | **117.47** | **234.94** | |
| **3** | **9** | **112.16** | **336.48** | |
| **4** | **16** | **130.72** | **522.88** | |
| 5 | 25 | 121.04 | 605.2 | 2018 |
| 6 | 36 | 133.13 | 798.78 | |
| 7 | 49 | 140.71 | 984.97 | |
| 8 | 64 | 135.56 | 1084.48 | |
| **9** | **81** | **147.18** | **1324.62** | 2019 |
| **10** | **100** | **140.96** | **1409.6** | |
| **11** | **121** | **152.95** | **1682.45** | |
| **12** | **144** | **149.12** | **1789.44** | |
| 78 | 650 | 1584.64 | 10877.48 | المجموع |
| 6.5 | 54.16 | 132.05 | 906.45 | المتوسط |

ومنه:

$$b_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n} t.d_t - \bar{d}\sum_{t=1}^{n} t}{\sum_{t=1}^{n} t^2 - \bar{t}\sum_{t=1}^{n} t} = \frac{(10877.48) - 132.05(78)}{(650) - 6.5(78)} = \frac{577.58}{143} = 4.04$$

$$b_0 = \bar{d} - b_1 \bar{t} = 132.05 - 4.04(6.5) = 105.79$$

وعليه فان معادلة الاتجاه العام تأخذ الشكل الموالي:

$$d_t = 4.04t + 105.79$$

**الخطوة ط:** القيام بعملية التنبؤ، والتي تتم في حالة النموذج الضربي باستخدام المعادلة الموالية:

$$\hat{y}_t = (4.04t + 105.79) * S_i^*$$

وعليه تكون التنبؤات أثناء سنة 2020 وخلال:

الفصل الأول: $\hat{y}_{(4,1)} = (4.04(13) + 105.79) * 0.9648 = 152.73$

الفصل الثاني: $\hat{y}_{(4,2)} = (4.04(14) + 105.79) * 1.0215 = 165.84$

الفصل الثالث: $\hat{y}_{(4,3)} = (4.04(15) + 105.79) * 0.9807 = 163.17$

الفصل الرابع: $\hat{y}_{(4,4)} = (4.04(16) + 105.79) * 1.0327 = 176.00$

**2-تقدير التأثيرات الموسمية للنماذج التجميعية:** لتطبيق هذه الطريقة على النموذج الجمعي وجب اتباع الخطوات الموالية:

أ-التأكد من ان النموذج التجميعي هو ما يجمع المركبات الاربعة للسلسلة الزمنية.

ب-تقدير معادلة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية الاصلية.

ج-حساب القيم الاتجاهية للسلسلة الزمنية الاصلية $\hat{y}_t$ باستخدام معادلة الاتجاه العام المتوصل اليها في الخطوة السابقة.

د-حساب الفروق (القيم الفعلية مطروح منه القيم التنبؤية) $\left(y_t - \hat{y}_t\right)$ لكل موسم(فصل أو شهر).

ه-حساب المؤشرات الموسمية $S_t$ لكل موسم (فصل أو شهر...الخ) وذلك بحساب المتوسط الحسابي للفرق $\left(y_t - \hat{y}_t\right)$ وهذا بالنسبة لكل موسم، لنتحصل على مؤشرات موسمية عددها يساوي عدد المواسم في السنة $p$.

و–تعديل المعاملات الموسمية، والذي يجبرنا على انجاز هذه الخطوة هو تحقق الشرط الموالي: $\sum_{i=1}^{p} S_i \neq 0$ (مجموع قيم المؤشرات الموسمية لا يساوي الصفر)، وفي حالة تحقق الشرط السابق فان التصحيح يكون باستخدام الصيغة الموالية:

$$S_i^* = \left(S_i - \bar{S}\right).....with..\bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^{p} S_i}{p}$$

حيث أن $(S_i^*)$ يمثل المؤشر الموسمي المصحح للفترة $(i)$.

ز–تخليص الظاهرة من أثر الموسم، وبالتالي نتحصل على سلسلة زمنية مصححة (معدلة) عن طريق $d_t = y_t - S_i$ طرح من كل مشاهدة من السلسلة الزمنية الأصلية $(y_t)$ المؤشر الموسمي المقابل لها(أو المؤشر الموسمي المصحح الذي يتوافق معها).

ح–تقدير معادلة الاتجاه العام الجديدة الخالية من اثر الموسم، من خلال إجراء انحدار للسلسلة $d_t$ على الزمن $(t)$ باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية OLS، يعني تقدير معالم النموذج التالي:

$$d_t = b_0 + b_1 t + \varepsilon_t$$

حيث نستند للعلاقات الموالية لتقدير $b_0, b_1$ حيث:

$$b_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n} t.d_t - \bar{d}\sum_{t=1}^{n} t}{\sum_{t=1}^{n} t^2 - \bar{t}\sum_{t=1}^{n} t}$$

$$b_0 = \bar{d} - b_1 \bar{t}$$

ط–القيام بعملية التنبؤ، والتي تتم في حالة النموذج الجمعي باستخدام المعادلة الموالية:

$$\hat{y}_t = (b_0 + b_1 t) + S_i$$

**مثال:** يمثل الجدول الموالي استهلاك الكهرباء(kw/h) في شقة تقع في بناية حديثة الانجاز:

| السنة / الفصل | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 |
|---|---|---|---|---|---|
| Trim1 | 3480 | 3700 | 4012 | 4390 | 4620 |
| Trim2 | 3180 | 3450 | 3800 | 4050 | 4280 |
| Trim3 | 3400 | 3650 | 4120 | 4350 | 4530 |
| Trim4 | 2500 | 2690 | 3050 | 3300 | 3660 |

-والمطلوب التنبؤ باستهلاك الطاقة الكهربائية في هذه الشقة خلال سنة 2014 وهذا بالنسبة لكل الثلاثيات.

**الحل:**

**الخطوة ب:** تم تقدير معادلة الاتجاه العام باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية OLS وتبين أنها تأخذ الصيغة التالية للسلسلة قبل التصحيح:

$$\hat{y} = 3082.469 + 59.822t$$

**الخطوة ج:** حساب القيم الاتجاهية $(\hat{y})$ للسلسلة الزمنية، والتي تتم بتعويض عنصر الزمن $(t)$ بالقيم $t = 1,2,3,.....,20$ في المعادلة السابقة لنتحصل على الجدول الموالي:

| $t$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_t$ | 3142.3 | 3202.1 | 3261 9 | 3321.7 | 3381.5 | 3441.4 | 3501.2 | 3561.04 | 3620.8 | 3680.6 |
| $t$ | 11 | 23 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| $y_t$ | 3740.5 | 3800.3 | 3860.1 | 3919.9 | 3979.7 | 4039.6 | 4099.4 | 4159.2 | 4219.08 | 4278.9 |

**الخطوة د:** حساب الفروق الموسمية $\left(y_t - \hat{y}_t\right)$ لكل موسم(فصل أو شهر)، وهي التي يظهرها العمود الرابع من الجدول الموالي:

| $t$ | $y_t$ | $\hat{y}_t$ | $\left(y_t - \hat{y}_t\right)$ |
|---|---|---|---|
| **1** | **3480** | **3142.2** | **377.7** |
| **2** | **3180** | **3202.1** | **22.11-** |
| **3** | **3400** | **3261.9** | **138.06** |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 4 | 2500 | 3321.7 | 821.7- |
| 5 | 3700 | 3381.5 | 318.42 |
| 6 | 3450 | 3441.4 | 8.59 |
| 7 | 3650 | 3501.2 | 148.77 |
| 8 | 2690 | 3561.04 | 871.04- |
| 9 | 4012 | 3620.8 | 391.13 |
| 10 | 3800 | 3680.6 | 119.31 |
| 11 | 4120 | 3740.5 | 379.48 |
| 12 | 3050 | 3800.3 | 750.33- |
| 13 | 4390 | 3860.15 | 529.84 |
| 14 | 4050 | 3919.9 | 130.02 |
| 15 | 4350 | 3979.8 | 370.20 |
| 16 | 3300 | 4039.6 | 739.62- |
| 17 | 4620 | 4099.4 | 520.55 |
| 18 | 4280 | 4159.2 | 120.73 |
| 19 | 4530 | 4219.08 | 310.91 |
| 20 | 3660 | 4278.9 | 618.90- |

**الخطوة هـ:** حساب المؤشرات الموسمية $S_t$ لكل موسم (فصل أو شهر...الخ) وذلك بحساب المتوسط الحسابي للفرق $\left(y_t - \hat{y}_t\right)$ وهذا بالنسبة لكل موسم، لنتحصل على مؤشرات موسمية عددها يساوي عدد المواسم في السنة $p$، وهي الموضحة أدناه:

**للفصل الأول:** $$S_1 = \frac{337.709 + 318.421 + 391.133 + 529.845 + 520.557}{5} = 419.533$$

**للفصل الثاني:** $$S_2 = \frac{-22.113 + 8.599 + 119.311 + 130.023 + 120.735}{5} = 71.311$$

**للفصل الثالث:** $$S_3 = \frac{138.065 + 148.777 + 379.489 + 370.201 + 310.913}{5} = 269.489$$

**للفصل الرابع:** $$S_4 = \frac{-618.909 - 739.621 - 750.333 - 871.045 - 821.757}{5} = -760.333$$

**الخطوة و:** نتحقق الآن من أن المؤشرات الموسمية لا تحتاج إلى تصحيح، من خلال تحقق الشرط الموالي:

$$\bar{S}=\frac{\sum_{i=1}^{4} S_i}{4}=\frac{S_1+S_2+S_3+S_4}{4}=\frac{419.533+71.311+269.489-760.333}{4}=0$$

ومنه نستنتج أن المؤشرات الموسمية لا تحتاج إلى تعديل.

**الخطوة ز:** تخليص الظاهرة من أثر الموسم، وبالتالي نتحصل على سلسلة زمنية مصححة (معدلة) $d_t = y_t - S_i$، هذه الخطوة يلخصها الجدول الموالي:

| $y_t$ | $S_i$ | $d_t = y_t - S_i$ |
|---|---|---|
| 3480 | 419.533 | 3060.467 |
| 3180 | 71.311 | 3108.689 |
| 3400 | 269.489 | 3130.511 |
| 2500 | −760.333 | 3260.333 |
| 3700 | 419.533 | 3280.467 |
| 3450 | 71.311 | 3378.689 |
| 3650 | 269.489 | 3380.511 |
| 2690 | −760.333 | 3450.333 |
| 4012 | 419.533 | 3592.467 |
| 3800 | 71.311 | 3728.689 |
| 4120 | 269.489 | 3850.511 |
| 3050 | −760.333 | 3810.333 |
| 4390 | 419.533 | 3970.467 |
| 4050 | 71.311 | 3978.689 |
| 4350 | 269.489 | 4080.511 |
| 3300 | −760.333 | 4060.333 |
| 4620 | 419.533 | 4200.467 |
| 4280 | 71.311 | 4208.689 |

| | | |
|---|---|---|
| 4260.511 | 269.489 | 4530 |
| 4420.333 | −760.333 | 3660 |

**الخطوة ح:** تقدير معادلة الاتجاه العام للسلسلة الجديدة الخالية من اثر الموسم، مختلف العمليات الحسابية اللازمة يلخصها الجدول التالي:

| السنة | $d_t*t$ | $d_t$ | $t^2$ | $t$ |
|---|---|---|---|---|
| 2009 | **3060.467** | **3060.467** | **1** | **1** |
| | **6217.378** | **3108.689** | **4** | **2** |
| | **9391.533** | **3130.511** | **9** | **3** |
| | **13041.332** | **3260.333** | **16** | **4** |
| 2010 | 16402.335 | 3280.467 | 25 | 5 |
| | 20272.134 | 3378.689 | 36 | 6 |
| | 23663.577 | 3380.511 | 49 | 7 |
| | 27602.664 | 3450.333 | 64 | 8 |
| 2011 | **32332.203** | **3592.467** | **81** | **9** |
| | **372868.9** | **3728.689** | **100** | **10** |
| | **42355.621** | **3850.511** | **121** | **11** |
| | **45723.996** | **3810.333** | **144** | **12** |
| 2012 | 51616.071 | 3970.467 | 169 | 13 |
| | 55701.646 | 3978.689 | 196 | 14 |
| | 61207.665 | 4080.511 | 225 | 15 |
| | 64965.328 | 4060.333 | 256 | 16 |
| 2013 | **71407.939** | **4200.467** | **289** | **17** |
| | **75756.402** | **4208.689** | **324** | **18** |
| | **80949.709** | **4260.511** | **361** | **19** |
| | **88406.66** | **4420.333** | **400** | **20** |
| المجموع | 827361.55 | 74212 | 2870 | 210 |
| المتوسط | 41368.077 | 3710.6 | 143.5 | 10.5 |

$$b_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n} t.d_t - \bar{d}\sum_{t=1}^{n} t}{\sum_{t=1}^{n} t^2 - \bar{t}\sum_{t=1}^{n} t} = \frac{(827361.55) - 3710.6(210)}{(2870) - 10.5(210)} = \frac{48135.55}{665} = 72.38$$

$$b_0 = \bar{d} - b_1 \bar{t} = 3710.6 - 72.38(10.5) = 2950.56$$

وعليه فان معادلة الاتجاه العام تأخذ الشكل الموالي:

$$d_t = 72.38t + 2950.56$$

**الخطوة ط:** القيام بعملية التنبؤ، والتي تتم في حالة النموذج الجمعي باستخدام المعادلة الموالية:

$$\hat{y}_t = (72.38t + 2950.56) + S_i$$

وعليه يكون استهلاك الطاقة الكهربائية بالشقة أثناء سنة 2014 وخلال:

الفصل الأول: $\hat{y}_{(4,1)} = (72.38(21) + 2950.56) + 419.533 = 4890.073$

الفصل الثاني: $\hat{y}_{(4,2)} = (72.38(22) + 2950.56) + 71.311 = 4614.231$

الفصل الثالث: $\hat{y}_{(4,3)} = (72.38(23) + 2950.56) + 269.489 = 4884.789$

الفصل الرابع: $\hat{y}_{(4,4)} = (72.38(24) + 2950.56) - 760.333 = 3927.347$

**ثانيا: التلميس الأسي (التمهيد الأسي):** قدمت الطريقة لأول مرة سنة 1957 من طرف تشارلز هولت ثم تطورت لاحقا بفضل جهود روبرت براون عام 1962، ويعتمد هذا الأسلوب على فكرة أن المعلومات القديمة اقل أهمية من المعلومات الحديثة ، لهذا يجب أن تعطى وزنا اقل، بحيث يأخذ التنبؤ الخاص بالفترة السابقة ويجرى عليه التعديل للحصول على التنبؤ الخاص بالفترة اللاحقة، ويعبر هذا التعديل على خطا التنبؤ في الفترة السابقة ويتم حسابه بضرب خطأ التنبؤ في الفترة السابقة في معامل ثابت يتراوح بين 0 و 1.

**1-التعريف بطريقة التمهيد الأسي البسيط(النموذج المستقر):** Simple Exponencial Smoothing ويقصد الاستقرارية أن السلسلة الزمنية لا تحوي مركبة الاتجاه العام وكذلك

المركبة الموسمية، ذلك انه في حالة عدم تحقق شرط الاستقرارية فان الطريقة تصبح غير ملائمة للتنبؤ، اختصارا يشار له (SES) وهو يعتمد على إعطاء أوزان مختلفة للقيم السابقة $\hat{y}_t$ تنخفض بشكل أسي رجوعا في الزمن إلى الوراء، يحدد الأوزان ثابت التمهيد $\alpha$ وهو رقم محصور بين 0 و 1، تحسب القيمة المتوقعة $\hat{y}_t$ كما يلي:

$$\hat{y}_t = S_t = \hat{y}_{t-1} + \alpha\left(y_t - \hat{y}_{t-1}\right)$$

$$\Rightarrow \hat{y}_t = \alpha y_t + (1-\alpha)\hat{y}_{t-1}$$

حيث أن:

$(S_t)$: القيمة المملسة من السلسلة الزمنية.

$\left(\hat{y}_t\right)$: القيمة المتنبأ بها في الزمن $t$.

$(y_t)$: قيمة المشاهدة في السلسلة الزمنية في الزمن $t$.

$\left(\hat{y}_{t-1}\right)$: التنبؤ الخاص بالفترة الأخيرة $t-1$، أما $(\alpha)$ فيمثل معامل التلميس حيث $\alpha \in [0,1]$، فان لم يعطى فإننا نستند للمعادلة التالية لحسابه:

$$\alpha = \frac{2}{n+1}$$

في الصيغة أعلاه يتضح أن التلميس يظهر كوسط مرجح لآخر قيمة محققة $(y_t)$ وآخر قيمة مملسة $\left(\hat{y}_{t-1}\right)$ ومن اجل رصد تأثير قيمة المعامل $(\alpha)$ نعوض في المعادلة أعلاه كما يلي:

*$(\alpha = 0)$ إذن $\hat{y}_t = \hat{y}_{t-1}$ هذا يعني أن المشاهدات الحديثة لا يتم أخذها بعين الاعتبار في حساب التنبؤات، هنا نقول أن التنبؤات تبقى ثابتة.

* $(\alpha = 1)$ إذن $\hat{y}_t = y_t$ هذا يعني أن النموذج يتبع المعلومات الحديثة، أي أن القيمة المملسة الحديثة دائما تساوي آخر قيمة محققة، هنا نقول أن التلميس شديد التفاعل.

**ملاحظة:** بحكم عدم توفر قيمة $\left(\hat{y}_{t-1}\right)$ في الفترة الأولى، فإننا ننطلق في الحساب من المعادلة التالية:

$$\hat{y}_1 = y_1$$

نطبق المعادلة السابقة خلال الفترة الأولى فقط، ثم بعد ذلك نعتمد المعادلة الأولى في الحساب إلى غاية انتهاء المشاهدات في السلسلة الزمنية عند المشاهدة $n$، بعد ذلك يبدأ أفق التنبؤ والذي نرمز له بالرمز $(h)$، بحيث تحسب القيم المتنبأ بها وفق المعادلة التالية:

$$\hat{y}_{n+h} = \hat{y}_n \ \forall h$$

**مثال:** إليك البيانات الموالية التي تمثل المبيعات الشهرية لإحدى المؤسسات:

| $t$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_t$ | 30 | 40 | 40 | 30 | 20 | 20 | 30 | 30 |

قم بتقدير المبيعات خلال الأشهر (9،10،11) باعتماد نموذج التلميس الأسي البسيط معتمدا معامل تلميس قدره $(\alpha = 0.3)$.

**الحل:**

*نبدأ بوضع $\hat{y}_1 = y_1 = 30$.

*الحسابات بالنسبة للفترات المتبقية يعتمد على المعادلة: $\hat{y}_t = \alpha y_t + (1-\alpha)\hat{y}_{t-1}$ ومنه:

–من اجل $(t=2)$نجد:

$$\hat{y}_2 = \alpha y_2 + (1-\alpha)\hat{y}_1 = (0.3*40)+(0.7*30) = 33$$

–من اجل $(t=3)$نجد:

$$\hat{y}_3 = \alpha y_3 + (1-\alpha)\hat{y}_2 = (0.3*40)+(0.7*33) = 35.1$$

–من اجل $(t=4)$نجد:

$$\hat{y}_4 = \alpha y_4 + (1-\alpha)\hat{y}_3 = (0.3*30)+(0.7*35.1) = 33.57$$

-من اجل $(t=5)$ نجد:

$$\hat{y}_5 = \alpha y_5 + (1-\alpha)\hat{y}_4 = (0.3*20)+(0.7*33.57) = 29.499$$

-من اجل $(t=6)$ نجد:

$$\hat{y}_6 = \alpha y_6 + (1-\alpha)\hat{y}_5 = (0.3*20)+(0.7*29.499) = 26.64$$

-من اجل $(t=7)$ نجد:

$$\hat{y}_7 = \alpha y_7 + (1-\alpha)\hat{y}_6 = (0.3*30)+(0.7*26.64) = 27.65$$

-من اجل $(t=8)$ نجد:

$$\hat{y}_8 = \alpha y_8 + (1-\alpha)\hat{y}_7 = (0.3*30)+(0.7*27.65) = 28.35$$

*التنبؤ خلال الأفق $(h)$: نطبق العلاقة $\hat{y}_{n+h} = \hat{y}_n \ \forall h$ فنجد:

$$y_{8+1} = y_9 = y_8 = 28.35$$
$$y_{9+1} = y_{10} = y_9 = 28.35$$
$$y_{10+1} = y_{11} = y_{10} = 28.35$$

بالاعتماد على الجدول أعلاه يمكننا كتابة الجدول الموالي:

| $t$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_t$ | 30 | 40 | 40 | 30 | 20 | 20 | 30 | 30 | NA | NA | NA |
| $\hat{y}_t$ | 30 | 33 | 35.1 | 33.57 | 29.49 | 26.64 | 27.65 | 28.35 | 28.35 | 28.35 | 28.35 |

NA: بيانات غير متوفرة.

**مثال02:** إليك الجدول الموالي الذي يعكس المبيعات الخاصة بأحد الشركات:

| $t$ | $y_t$ | $\hat{y}_t$ |
|---|---|---|
| **1** | **15** | ... |
| **2** | ... | **30** |
| **3** | ... | **30** |

| | | |
|---|---|---|
| 4 | … | 40 |
| 5 | 90 | 80 |
| 6 | NA | … |
| 7 | NA | … |
| 8 | NA | … |

NA: بيانات غير متوفرة.

باعتماد نموذج التلميس الأسي البسيط قم بما يلي:

1-إيجاد معامل التلميس الأسي $(\alpha)$.

2-أكمل الفراغات داخل الجدول أعلاه.

**الحل:**

1-حساب قيمة معامل التمهيد الأسي $(\alpha)$: ننطلق من المعادلة التالية:

$$\hat{y}_t = \alpha y_t + (1-\alpha)\hat{y}_{t-1} \Rightarrow \hat{y}_t = \alpha y_t + \hat{y}_{t-1} - \alpha\,\hat{y}_{t-1}$$
$$\Rightarrow \hat{y}_t - \hat{y}_{t-1} = \alpha\left(y_t - \hat{y}_{t-1}\right) \Rightarrow \alpha = \frac{\hat{y}_t - \hat{y}_{t-1}}{y_t - \hat{y}_{t-1}}$$

بالتعويض بقيم الفترتين $(4)$ و $(5)$ نجد:

$$\alpha = \frac{80-40}{90-40} = 0.8$$

نعلم كذلك أن:

$$\hat{y}_1 = y_1 \Rightarrow \hat{y}_1 = 15$$

نطبق العلاقة $\hat{y}_{n+h} = \hat{y}_n \ \forall h$ لإيجاد القيم $(y_6, y_7, y_8)$ فنحصل على:

$$\hat{y}_{5+1} = \hat{y}_6 = \hat{y}_5 = 80$$
$$\hat{y}_{6+1} = \hat{y}_7 = \hat{y}_6 = 80$$
$$\hat{y}_{7+1} = \hat{y}_8 = \hat{y}_7 = 80$$

نعلم كذلك أن:

$$\hat{y}_t = \alpha y_t + (1-\alpha)\hat{y}_{t-1} \Rightarrow y_t = \frac{\hat{y}_t - (1-\alpha)\hat{y}_{t-1}}{\alpha}$$

$$\Rightarrow y_2 = \frac{\hat{y}_2 - (1-0.8)\hat{y}_1}{0.8} = \frac{30-(0.2*15)}{0.8} = 33.75$$

$$\Rightarrow y_3 = \frac{\hat{y}_3 - (1-0.8)\hat{y}_2}{0.8} = \frac{30-(0.2*30)}{0.8} = 30$$

$$\Rightarrow y_4 = \frac{y_4 - (1-0.8)y_3}{0.8} = \frac{40-(0.2*30)}{0.8} = 42.5$$

**2-نموذج التمهيد الأسي المزدوج(النموذج الخطي):** اختصارا يرمز له بالرمز (MES) يسمى كذلك نموذج براون Brown، وهو يطبق على السلاسل الزمنية التي تحتوي على اتجاه عام، والتي هي من الشكل:

$$y_t = a_t + b_t * t$$

تقوم طريقة التمهيد الأسي المزدوج لبراون على فكرة تمليس سلسلة زمنية مملسة من قبل، وهذا هو السر في تسميتها بالمزدوج وهذا من خلال إتباع الصيغ الرياضية الموالية:

$$S_t = \alpha y_t + (1-\alpha)S_{t-1}$$
$$SS_t = \alpha S_t + (1-\alpha)SS_t$$

حيث أن:

$(S_t)$: القيمة المملسة في الزمن $t$.

$(\alpha)$: معامل التلميس، حيث أن: $\alpha \in [0,1]$.

$(y_t)$: المشاهدة في الزمن $t$.

$(S_{t-1})$: القيمة المملسة في الزمن $(t-1)$.

$(SS_t)$: إعادة تمليس القيمة $(S_t)$في الزمن $t$ .

نحتاج كذلك في تحليلنا لحساب قيم الميل $(b_t)$وكذلك الحد الثابت $(a_t)$، واللذان يمكن الحصول عليهما وفق المعادلتين:

$$b_t = \frac{\alpha}{1-\alpha}(S_t - SS_t)$$
$$a_t = 2S_t - SS_t$$

في مرحلة أخيرة نقوم بعملية التنبؤ في الأفق $(h)$، والذي يتم باستعمال المعادلة التالية:

$$y_{n+h} = a_n + b_n * h.....withh = 1,2,3,.....$$

**مثال:** ليكن الجدول الموالي الذي يعكس عدد الوحدات التالفة $(y_t)$ المنتجة في مصنع شهريا:

| $Date$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_t$ | 57 | 55 | 63 | 66 | 63 | 67 | 67 | 69 | 75 | 79 | 76 | 82 |

-استخدم طريقة التلميس الأسي المزدوج للتنبؤ بعدد الوحدات التالفة خلال الأشهر الأربعة المقبلة باعتماد $\alpha = 0.5$.

**الحل:**

استنادا لما سبق فإننا نعتبر خلال الفترة الأولى أن:

$$S_1 = SS_1 = y_1 = 57$$

سنقوم بشرح طريقة الحساب للسطر الثاني لما $(t = 2)$، نشير هنا إلى أن طريقة الحساب ستتكرر حتى $(t = 12)$ والتي تكون على النحو التالي:

$$S_t = \alpha y_t + (1-\alpha)S_{t-1} \Rightarrow S_2 = 0.5y_2 + (1-0.5)S_1$$
$$\Rightarrow S_2 = 0.5(55) + (1-0.5)*57 = 56$$

وهكذا لباقي القيم، أي أنها تحسب بنفس الطريقة.

$$SS_t = \alpha S_t + (1-\alpha)SS_{t-1} \Rightarrow SS_2 = \alpha S_2 + (1-\alpha)SS_1$$
$$\Rightarrow SS_2 = 0.5(56) + (1-0.5)57 = 56.5$$

وهكذا لباقي القيم، أي أنها تحسب بنفس الطريقة.

$$b_t = \frac{\alpha}{1-\alpha}(S_t - SS_t) \Rightarrow \begin{cases} b_1 = 0 \\ b_2 = \dfrac{\alpha}{1-\alpha}(S_2 - SS_2) = \dfrac{0.5}{1-0.5}(56-56.5) = -0.5 \end{cases}$$

وهكذا لباقي القيم، أي أنها تحسب بنفس الطريقة.

$$a_t = 2S_t - SS_t \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 57 \\ a_2 = (2S_2 - SS_2) = (2*56) - 56.5 = 55.5 \end{cases}$$

وهكذا لباقي القيم، أي أنها تحسب بنفس الطريقة.

تنتهي مشاهدات العينة عند $n = 12$ ومنه تنطلق فترة التنبؤ (أفق التنبؤ)، وينتج:

$$\left(\hat{y}_{n+h} = a_n + b_n * h\right) ......With h = 1,2,3,4$$

$$y_{12+1} = 81.31 + (2.53*1) = 83.84$$
$$y_{12+2} = 81.31 + (2.53*2) = 86.37$$
$$y_{12+3} = 81.31 + (2.53*3) = 88.9$$
$$y_{12+4} = 81.31 + (2.53*4) = 91.42$$

| $t$ | $y_t$ | $S_t$ | $SS_t$ | $b_t$ | $a_t$ | $y_{12+h}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 57 | 57.00 | 57.00 | 0.00 | 57.00 | |
| 2 | 55 | 56.00 | 56.50 | −0.5 | 55.50 | 57.00 |
| 3 | 63 | 59.50 | 58.00 | 1.50 | 61.00 | 55.00 |
| 4 | 66 | 62.75 | 60.38 | 2.38 | 65.13 | 62.00 |
| 5 | 63 | 62.88 | 61.63 | 1.25 | 64.13 | 67.50 |
| 6 | 67 | 64.94 | 63.28 | 1.66 | 66.59 | 65.38 |
| 7 | 67 | 65.97 | 64.63 | 1.34 | 67.31 | 68.25 |
| 8 | 69 | 67.48 | 66.05 | 1.43 | 68.91 | 68.66 |
| 9 | 75 | 71.24 | 68.65 | 2.59 | 73.84 | 70.34 |
| 10 | 79 | 75.12 | 71.88 | 3.24 | 78.36 | 76.43 |
| 11 | 76 | 75.56 | 73.72 | 1.84 | 77.40 | 81.59 |
| 12 | 82 | 78.78 | 76.25 | 2.53 | 81.31 | 79.24 |
| 13 | | | | | | **83.84** |
| 14 | | | | | | **86.37** |
| 15 | | | | | | **88.90** |
| 16 | | | | | | **91.42** |

**3-نموذج هولت:** النموذج السابق يسمى كذلك نموذج براون، كذلك يمكننا استخدام تلميس هولت والذي ينتمي بدوره إلى نماذج التلميس الأسي المزدوج على غرار نموذج براون، هذا النموذج يضع شرطا لإمكانية تطبيقه يتمثل في احتواء السلسلة على اتجاه عام فقط، وهو يقوم على عمليتي تلميس منفصلتين هما:

*تمليس الحد الثابت أو المتوسط $(a_t)$ بمعامل تمليس $\alpha$، حيث $\alpha \in [0,1]$.

*تمليس الميل $(b_t)$ بمعامل تمليس $\beta$، حيث $\beta \in [0,1]$.

**ملاحظة:** في الحالة أين يكون $\alpha = \beta$ يتحول نموذج هولت لنموذج براون المشار له سابقا، ذلك أن كلا النموذجين يعطيان نفس النتائج.

يقوم نموذج هولت على العلاقات الأساسية الثلاثة الموالية:

-تمليس المتوسط أو الحد الثابت وفق الصيغة $a_t = \alpha y_t + (1-\alpha)(a_{t-1} + b_{t-1})$.

-تمليس الاتجاه العام(الميل): $b_t = \beta(a_t - a_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1}$.

-التنبؤ خلال الأفق $(h)$ يستند فيه للعلاقة التالية: $y_{n+h} = a_n + b_n * h.....With h = 1,2,3,....k$.

حيث أن:

$y_{n+h}$ : تشير إلى القيمة المتنبأ بها في الزمن $n+h$.

$a_n$ : يشير إلى المتوسط المملس عند الزمن $(n)$ وهو تاريخ نهاية المشاهدات الأصلية للسلسلة.

$b_n$ : يشير إلى الاتجاه العام المملس عند الزمن $(n)$ وهو تاريخ نهاية المشاهدات الأصلية للسلسلة.

انطلاق عملية الحساب بالنسبة للفترة $t=1$ يكون:

انطلاق المتوسط المملس: $a_1 = y_1$.

انطلاق الاتجاه العام المملس: $b_1 = 0$ .

**مثال:** ليكن الجدول الموالي الذي يعكس عدد الوحدات التالفة المنتجة$(y_t)$ في مصنع شهريا:

| $Date$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_t$ | 57 | 55 | 63 | 66 | 63 | 67 | 67 | 69 | 75 | 79 | 76 | 82 |

والمطلوب التنبؤ بعدد الوحدات التالفة خلال الأربعة أشهر المقبلة باستخدام نموذج هولت وباعتماد $\alpha = 0.3, \beta = 0.2$ .

**الحل:**

*بالنسبة للفترة الأولى أي لما $t = 1$ نجد أن:

$$a_1 = y_1 = 57$$
$$b_1 = 0$$

*بالنسبة للفترة الثانية أي لما $t = 2$ نجد أن:

$$a_t = \alpha y_t + (1-\alpha)(a_{t-1} + b_{t-1})$$
$$\Rightarrow a_2 = \alpha y_2 + (1-\alpha)(a_1 + b_1) = 0.3(55) + (1-0.3)(57+0)$$
$$\Rightarrow a_2 = 56.4$$

$$b_t = \beta(a_t - a_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1}$$
$$\Rightarrow b_2 = \beta(a_2 - a_1) + (1-\beta)b_1 = 0.2(56.4-57) + (1-0.2)*0$$
$$\Rightarrow b_2 = -0.12$$

*بالنسبة للفترة الثالثة أي لما $t = 3$ نجد أن:

$$a_t = \alpha y_t + (1-\alpha)(a_{t-1} + b_{t-1})$$
$$\Rightarrow a_3 = \alpha y_3 + (1-\alpha)(a_2 + b_2) = 0.3(63) + (1-0.3)(56.4-0.12)$$
$$\Rightarrow a_3 = 58.296$$

$$b_t = \beta(a_t - a_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1}$$
$$\Rightarrow b_3 = \beta(a_3 - a_2) + (1-\beta)b_2 = 0.2(58.296-56.4) + (1-0.2)*(-0.12)$$
$$\Rightarrow b_3 = 0.28$$

تطبق هذه العلاقات من $t = 2$ حتى $t = n = 12$ والذي يعبر عن نهاية مشاهدات السلسلة الزمنية الأصلية في مثالنا هذا، ومنه نتحصل على الجدول الموالي:

| $t$ | $y_t$ | $a_t$ | $b_t$ | $prev_t$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 57 | 57 | 0 | – |
| 2 | 55 | 56.4 | 0.120– | 57.000 |
| 3 | 63 | 58.296 | 0.283 | 56.280 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 4 | 66 | 60.805 | 0.728 | 58.579 |
| 5 | 63 | 61.974 | 0.816 | 61.534 |
| 6 | 67 | 64.053 | 1.069 | 62.790 |
| 7 | 67 | 65.685 | 1.182 | 65.122 |
| 8 | 69 | 67.507 | 1.310 | 66.867 |
| 9 | 75 | 70.672 | 1.681 | 68.817 |
| 10 | 79 | 74.347 | 2.080 | 72.352 |
| 11 | 76 | 76.298 | 2.054 | 76.426 |
| 12 | 82 | 79.447 | 2.273 | 78.352 |
| $h=1$ | – | – | – | 81.719 |
| $h=2$ | – | – | – | 83.992 |
| $h=3$ | – | – | – | 86.265 |
| $h=4$ | – | – | – | 88.538 |

ليبدأ التنبؤ في الأفق $(h)$ حيث:

*شهر جانفي من السنة المقبلة $t=13$ حيث:

$$h=1 \Rightarrow y_{12+1}=a_{12}+1*b_{12}=79.447+(1)2.273=81.72$$

*شهر فيفري من السنة المقبلة $t=14$ حيث:

$$h=2 \Rightarrow y_{12+2}=a_{12}+2*b_{12}=79.447+(2)2.273=83.993$$

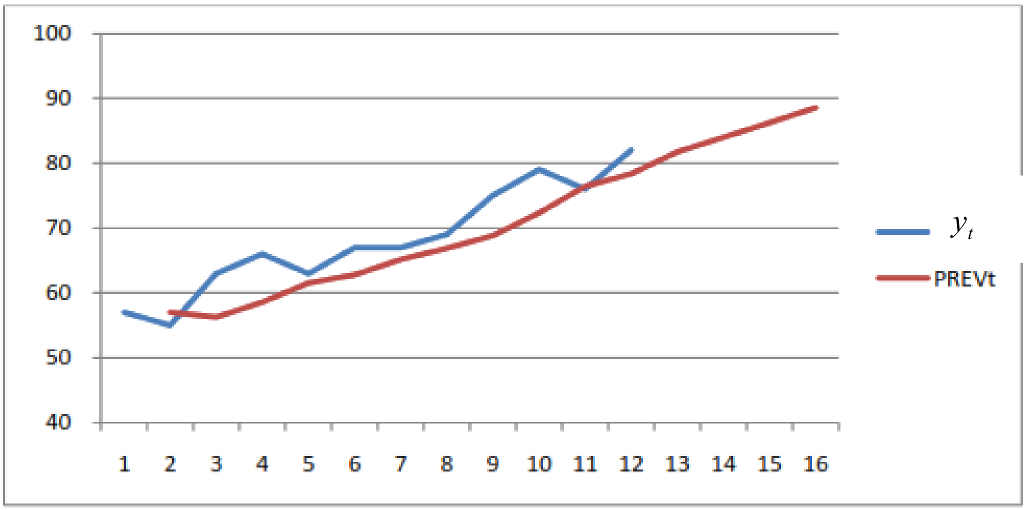
*شهر مارس من السنة المقبلة $t=15$ حيث:

$$h=3 \Rightarrow y_{12+3}=a_{12}+3*b_{12}=79.447+(3)2.273=86.266$$

*شهر أفريل من السنة المقبلة $t=16$ حيث:

$$h=4 \Rightarrow y_{12+4}=a_{12}+4*b_{12}=79.447+(4)2.273=88.539$$

يمكننا تمثيل السلسلة الأصلية والسلسلة التنبؤية وهذا ما يظهره الشكل البياني الموالي:




تضح من خلال الشكل أعلاه أن هناك تأخر في استجابة نموذج التنبؤ إلى التغيرات الحاصلة على مستوى بيانات الظاهرة $y_t$، مع العلم انه يمكن تعديل هذا التأخر من خلال تعديل قيم $(\alpha,\beta)$.

**4-نموذج هولت ووينترز:** قدمت هذه الطريقة سنة 1960 من طرف Holt-Winters وتتلخص في نموذج تمليس أسي مزدوج ذو معلمتين $(a_t,b_t)$، هذا بالنسبة للطرف غير الموسمي من السلسلة الزمنية، بالإضافة إلى تمليس أسي لمعلمة الموسمية $(S_t)$والذي تم وضعه من طرف وينترز.

يتعامل هذا النموذج أساسا مع السلاسل الزمنية التي تحتوي على مركبة الاتجاه العام والمركبة الموسمية، وبالتالي فهو يحتوي على ثلاث معلمات يجب تقديرها بحسب تفاعل المركبتين السابقتين في النموذج (جمعي أو ضربي).

**4-1-صيغة النموذج الضربي الخاص بهولت ووينترز:** في حالة مثل هذه نعبر عن النموذج بالطريقة التالية:

$$y_t=(a_t+b_t*t)S_t+\varepsilon_t$$

يقوم النموذج على ثلاث عمليات تمليس هي:

*تمليس الحد الثابت $(a)$ بمعامل تمليس $\alpha$ حيث $\alpha\in[0,1]$.

*تمليس الميل $(b)$ بمعامل تمليس $\beta$ حيث $\beta \in [0,1]$.

*تمليس الموسمية$(S)$ بمعامل تمليس $\gamma$ حيث $\gamma \in [0,1]$.

بالنسبة للعلاقات المستخدمة في:

*تمليس الحد الثابت(المتوسط): $a_t = \alpha\left(\frac{y_t}{S_{t-p}}\right) + (1-\alpha)(a_{t-1} + b_{t-1})$

*تمليس الاتجاه العام(الميل): $b_t = \beta(a_t - a_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1}$

*تمليس الموسمية: $S_t = \gamma\left(\frac{y_t}{a_t}\right) + (1-\gamma)S_{t-p}$

بالنسبة للتنبؤ خلال الأفق $(h)$يكون بالاستناد للصيغة الرياضية الموالية:

$$y_{n+h} = (a_n + b_n * h)S_t ......WITHh = 1,2,3,...k$$

حيث أن:

$y_{n+h}$ : تشير إلى القيمة المتنبأ بها في الزمن $n+h$.

$a_n$ : يشير إلى المتوسط المملس عند الزمن $(n)$ وهو تاريخ نهاية المشاهدات الأصلية للسلسلة.

$b_n$ : يشير إلى الاتجاه العام المملس عند الزمن $(n)$ وهو تاريخ نهاية المشاهدات الأصلية للسلسلة.

$S_i$ : المؤشر (المعامل)الموسمي الملائم لفترة التنبؤ.

للتنبؤ خلال الفترة من $t=1$ لغاية $t=n$ أي الفترة التي تسبق أفق التنبؤ نستخدم العلاقة التالية:

$$PREV_t = (a_{t-1} + b_{t-1}) * S_{t-p}$$

**ملاحظة:** تشترط بعض النماذج التأكد من تحقق الشرط الموالي:

$$\sum_{i=1}^{p} S_i = p$$

وفي حالة عدم تحققه فان التصحيح يكون باستخدام الصيغة الآتية:

$$\bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^{p} S_i}{p} \Rightarrow S_i^* = \frac{S_i}{\bar{S}}$$

**4-2-صيغة النموذج الجمعي الخاص بهولت ووينترز:** نعبر عن السلسلة في مثل هذه الحالة كما يلي:

$$y_t = a_t + b_t * t + S_t + \varepsilon_t$$

نستخدم العلاقات الموالية في:

*تمليس الحد الثابت: $a_t = \alpha(y_t - S_{t-p}) + (1-\alpha)(a_{t-1} + b_{t-1})$

*تمليس الاتجاه العام(الميل): $b_t = \beta(a_t - a_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1}$

*تمليس الموسمية: $S_t = \gamma(y_t - a_t) + (1-\gamma)S_{t-p}$

للتنبؤ في الأفق $(h)$ نستخدم الصيغة الرياضية الموالية:

$$\hat{y}_{n+h} = (a_n + b_n * h) + S_i ....WITHh = 1,2,3,.....$$

للتنبؤ خلال الفترة من $t = 1$ لغاية $t = n$ أي الفترة التي تسبق أفق التنبؤ نستخدم العلاقة التالية:

$$PREV_t = (a_{t-1} + b_{t-1}) + S_{t-p}$$

**ملاحظة:** تشترط بعض النماذج التأكد من تحقق الشرط الموالي:

$$\sum_{i=1}^{p} S_i = 0$$

وفي حالة عدم تحققه فان التصحيح يكون باستخدام الصيغة الآتية:

$$\bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^{p} S_i}{p} \Rightarrow S_i^* = S_i - \bar{S}$$

على غرار باقي طرق التمليس الأسي نجد أنفسنا في مواجهة مشكلة انطلاق بداية الحساب بسبب عدم توفر القيم المبدئية، وعليه يمكن اعتماد القيم الآتية كبداية للحساب (هذا بالنسبة للسنة الأولى فقط):

-يتم تقدير المؤشرات الموسمية للسنة الأولى بطرح القيم المشاهدة $y_t$ في كل مرة من المتوسط الحسابي $\bar{y}$ لجميع مشاهدات السنة الأولى بالنسبة للنموذج الجمعي، أما بالنسبة لنظيره الضربي فيتم ذلك بقسمة القيم المشاهدة $y_t$ في كل مرة على المتوسط الحسابي $\bar{y}$ لجميع مشاهدات السنة الأولى.

-بداية $(a,b)$ تكون متماثلة بالنسبة للنموذجين الضربي والجمعي على حد سواء، وتكون كما يلي:

*بداية المتوسط المملس: $a_p = \bar{y}$.

*بداية الاتجاه العام المملس: $b_p = 0$.

**مثال:** استخدم صيغ النموذج الجمعي لهولت ووينترز معتمدا: $(\alpha = 0.4, \beta = 0.1, \gamma = 0.3)$ للتنبؤ بالمبيعات الربع سنوية للسنة الرابعة بالإضافة لمبيعات الربع الأول من السنة الخامسة انطلاقا من بيانات الجدول الموالي:

| السنة | Trim1 | Trim2 | Trim3 | Trim4 |
|---|---|---|---|---|
| الأولى | 1248.3 | 1392.1 | 1056.6 | 3159.1 |
| الثانية | 890.8 | 1065.3 | 1117.6 | 2934.2 |
| الثالثة | 1138.2 | 1456.0 | 1224.3 | 3090.2 |

-التزم بثلاثة أرقام بعد الفاصلة دون تقريب.

**الحل:**

1-انطلاق الحسابات بالنسبة للسنة الأولى:

$$a_p = a_4 = \bar{y} = \frac{1248.3 + 1392.1 + 1056.6 + 3159.1}{4} = 1714.025$$

$$b_p = b_4 = 0$$

$$S_t = y_t - 1714.025 With..t = 1,2,3,4$$
$$S_1 = 1248.3 - 1714.025 = -465.725$$
$$S_2 = 1392.1 - 1714.025 = -321.925$$
$$S_3 = 1056.6 - 1714.025 = -657.425$$
$$S_4 = 3159.1 - 1714.025 = 1445.075$$

نتحقق من الشرط:

$$\sum_{i=1}^{4} S_i = 0$$
$$-465.725 - 321.925 - 657.425 + 1445.075 = 0$$

وعليه فان المؤشرات الموسمية للسنة الأولى لا تحتاج إلى تعديل(تصحيح).

2-الحسابات الخاصة بالسنة الثانية: انطلاقا من السنة الثانية نشرع في استخدام المعادلات التي يقوم عليها نموذج هولت ووينترز كما يلي:

أ-الثلاثي الأول $(t = 5)$:

$$a_t = \alpha(y_t - S_{t-p}) + (1-\alpha)(a_{t-1} + b_{t-1})$$
$$\Rightarrow a_5 = \alpha(y_5 - S_1) + (1-\alpha)(a_4 - b_4)$$
$$\Rightarrow a_5 = 0.4(890.8 + 465.725) + (1 - 0.4)(1714.025 + 0) = 1571.025$$

$$b_t = \beta(a_t - a_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1}$$
$$\Rightarrow b_5 = \beta(a_5 - a_4) + (1-\beta)b_4$$
$$\Rightarrow b_5 = 0.1(1571.025 - 1714.025) + (1 - 0.1)0 = -14.3$$

$$S_t = \gamma(y_t - a_t) + (1-\gamma)S_{t-p}$$
$$\Rightarrow S_5 = \gamma(y_5 - a_5) + (1-\gamma)S_1$$
$$\Rightarrow S_5 = 0.3(890.8 - 1571.025) + (1 - 0.3)(-465.725) = -530.075$$

$$PREV_t = (a_{t-1} + b_{t-1}) + S_{t-p}$$
$$\Rightarrow PREV_6 = a_5 - b_5 + S_2 = 1571.025 - 14.3 - 321.925 = 1234.8$$

وهكذا نستمر في الحسابات بنفس الطريقة إلى غاية نهاية السنة الثانية $(t = 8)$، وقبل الانتقال للسنة الثالثة نتحقق من الشرط:

$$\sum_{i=1}^{4} S_i = 0$$
$$-352.435-602.133+1428.371-56.272 \neq 0$$

بما أن مجموع المؤشرات الموسمية للسنة الثانية يختلف عن الصفر، يتوجب علينا تصحيحها على النحو الموالي:

$$\bar{S} = \frac{-56.272}{4} = -14.068$$
$$\Rightarrow \begin{cases} S_1^* = -530.075-(-14.068) = -516.007 \\ S_2^* = 3352.435-(-14.068) = -338.367 \\ S_3^* = -588.065 \\ S_4^* = 1442.439 \end{cases}$$

وهكذا نستمر في الحسابات بنفس الطريقة إلى غاية نهاية المشاهدات أي $t=12$، ولكن في هذه المرة نعتمد في حساباتنا على المؤشرات الموسمية المعدلة بدلا من المؤشرات الموسمية الأصلية.

-التنبؤ في الأفق $h$: يتم وفق الصيغة الرياضية التالية:

$$\hat{y}_{n+h} = (a_n + b_n * h) + S_i....WITHh = 1,2,3,.....$$

*التنبؤ خلال الثلاثي الأول من السنة الرابعة:

$$y_{12+1} = a_{12} + b_{12} * 1 + S_1 = (1697.067 + 1 * 3.896) - 511.2 = 1189.769$$

*التنبؤ خلال الثلاثي الثاني من السنة الرابعة:

$$y_{12+2} = a_{12} + b_{12} * 2 + S_2 = (1697.067 + 2 * 3.896) - 316.850 = 1388.009$$

*التنبؤ خلال الثلاثي الثالث من السنة الرابعة:

$$y_{12+3} = a_{12} + b_{12} * 3 + S_1 = (1697.067 + 1 * 3.896) - 580.158 = 1128.597$$

*التنبؤ خلال الثلاثي الرابع من السنة الرابعة:

$$y_{12+4} = a_{12} + b_{12} * 4 + S_1 = (1697.067 + 4 * 3.896) + 1408.208 = 3120.859$$

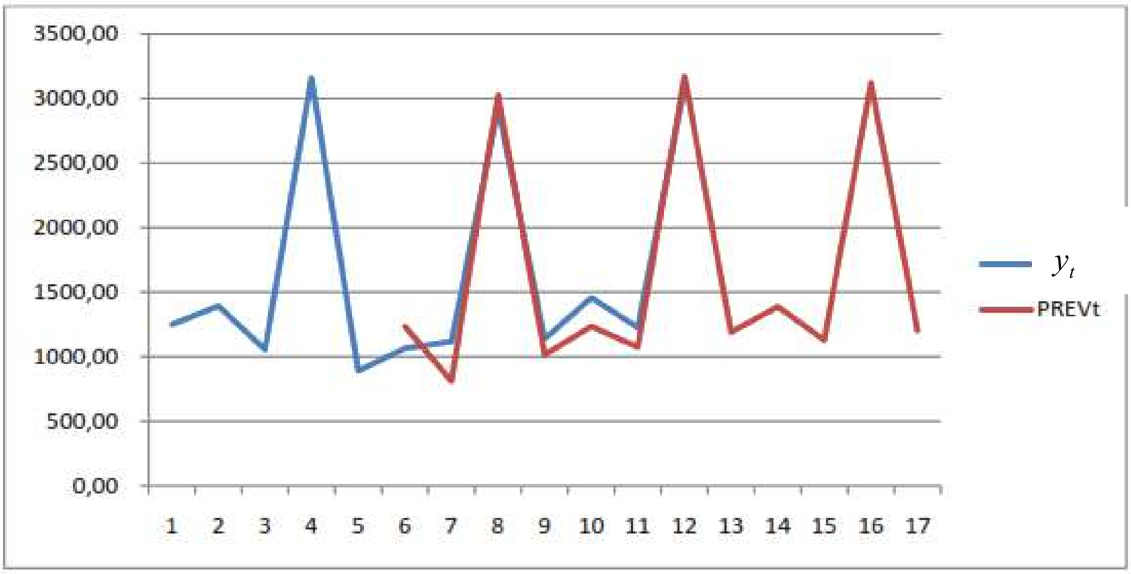
*التنبؤ خلال الثلاثي الأول من السنة الخامسة:

$$y_{12+5} = a_{12} + b_{12} * 5 + S_1 = (1697.067 + 5 * 3.896) - 511.2 = 1205.347$$

لاحظ أننا عند حساب التنبؤ خلال الثلاثي الأول من السنة الخامسة استخدمنا المؤشر الموسمي للثلاثي الأول من السنة الثالثة والسبب واضح، لان السنة الرابعة لا تحتوي على مؤشرات موسمية مما اضطرنا بالعودة صعودا إلى السنة الثالثة، ملخص الحسابات يظهرها الجدول الموالي:

| $t$ | Date | $y_t$ | $a_t$ | $b_t$ | $S_t$ | $S_t^*$ | $PREV_t$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | T1 | 1248.3 | – | – | 465.725- | -465.725 | – |
| 2 | T2 | 1392.1 | – | – | 321.925- | 321.925- | – |
| 3 | T3 | 1056.6 | – | – | 657.425- | 657.425- | – |
| 4 | T4 | 3159.1 | 1714.025 | 0.000 | 1445.075 | 1445.075 | – |
| 5 | T1 | 890.8 | 1571.025 | 14.3- | 530.075- | 516.007- | – |
| 6 | T2 | 1065.3 | 1488.925 | 21.08- | 352.435- | 338.367- | 1234.8 |
| 7 | T3 | 1117.6 | 1590.717 | 8.793- | 602.133- | 588.065- | 810.420 |
| 8 | T4 | 2934.2 | 1544.805 | 12.505- | 1428.371 | 1442.439 | 3026.999 |
| 9 | T1 | 1138.2 | 1581.063 | 7.628- | 503.911- | 511.200- | 1016.293 |
| 10 | T2 | 1456 | 1661.807 | 1.209 | 308.447- | 316.850- | 1235.067 |
| 11 | T3 | 1224.3 | 1722.756 | 7.183 | 571.030- | 580.158- | 1074.951 |
| 12 | T4 | 3090.2 | 1697.067 | 3.896 | 1417.800 | 1408.208 | 3172.377 |
| 13 | T1 | | | | | | 1189.763 |
| 14 | T2 | | | | | | 1388.009 |
| 15 | T3 | | | | | | 1128.597 |
| 16 | T4 | | | | | | 3120.858 |
| 17 | T1 | | | | | | 1205.346 |

التمثيل البياني للسلسلة الأصلية $y_t$ والسلسلة التنبؤية $PREV_t$ يظهره الشكل الموالي:




السلسلة الخامسة يوم الأحد مساءا ستتواجد على منصة موودل.