

Considérons le problème du voyageur de commerce symétrique de n villes et soit  $d[][]$  la matrice des distances. Une solution (un tour) est représentée par une permutation des entiers de 0 à n-1.

1. Rappeler la taille de l'espace de recherche en fonction de n.

2. Prenons  $n = 4$  et  $d[][] = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 & 7 \\ 2 & 0 & 5 & 4 \\ 3 & 5 & 0 & 8 \\ 7 & 4 & 8 & 0 \end{bmatrix}$

Calculer toutes les solutions possibles, leurs longueurs respectives et les représenter graphiquement.

3. Ecrire l'algorithme permettant de calculer la longueur (total des distances) d'une solution  $x[]$ .

4. L'heuristique du plus proche voisin consiste à calculer une solution en commençant par une ville quelconque (aléatoire) puis aller à la ville la plus proche et ainsi de suite.

a) Résoudre manuellement l'instance ci-dessus en utilisant cette heuristique (commencer par la ville 0).

b) Qu'appelle-t-on ce paradigme d'algorithmique.

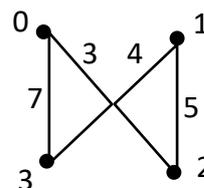
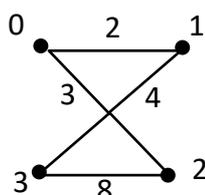
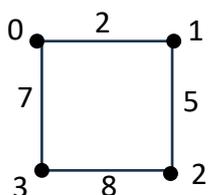
c) La solution obtenue est-elle une borne inférieure ou supérieure de la solution optimale. Justifier.

d) Ecrire l'algorithme correspondant et évaluer sa complexité.

**Réponses :**

1)  $(n-1)!/2$  .....0.5

2) En y a 3 : 0123 ; 0132 ; 0312 de longueurs respectives :  $2+5+8+7=22$  ;  $2+4+8+3=17$  ;  $7+4+5+3=19$  .....4.5



3) 

```
Int lenght(int[] x) {
    s = d[ x[0] ][ x[1] ] ;
    for(i=1 ; i<n-1 ; i++)
        s += d[ x[i] ][ x[i+1] ] ;
    return s += d[ x[n-1] ][ x[0] ] ; } .....1
```

4) –  
 a) On prend  $x[0]=0$  ;  
 Le minimum de la ligne 0 est 2 de la colonne 1 donc  $x[1]=1$  ;  
 Le minimum de la ligne 1 est 4 de la colonne 3 donc  $x[2]=3$  ; ainsi  $x[3]=2$  et  $x=[0132]$  .....1

b) Algorithme glouton. ....0.5

c) Une borne supérieure puisque c'est une solution faisable d'un problème de minimisation. ....0.5

d) 

```
Int NearestNeighbor (int n; int[][] d) {
    x[0]=0 ; // x est la solution à calculer.
    visited[0] = 1 ; // visited est un flag binaire pour marquer les villes visitées.
    for(i=1 ; i<n-1 ; i++)
        visited[i] = 0 ;
    for(i=1 ; i<n-1 ; i++) {
        min = 0 ; // calcul du plus proche voisin non encore visité.
        for(j = 1 ; j<n-1 ; j++)
            if (! visited[j] and d[i][j] < min)
                min = d[i][j] ;
        x[i]= j; visited[j] = 1 ; } // stocker la colonne du plus proche voisin et marquer le.
    return x ; } .....2
Complexité =  $O(n^2)$ . ....0.5
```