Université Mohamed BOUDIAF de M'SILA
Faculté des Mathématiques et de l'Informatique
Département de l'informatique

Année universitaire 2023/2024
$2^{\text{ème}}$ Année Licence
Durée : 1 H et 30 min

Examen final de module : Méthodes numériques

Exercice 1 : (7 points)

Soit **(S)** le système linéaire suivant :

$$(S): \begin{cases} x_1 - 2x_3 + 7x_4 = 11 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 9 \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = 8 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 4x_4 = 10 \end{cases}$$

1. Ecrire le système **(S)** sous la forme matricielle **AX=b**.
2. Résoudre par la méthode d'élimination de Gauss le système **(S)**.
3. Déduire une décomposition de la matrice **A**, (**A=LU**), comme produit d'une matrice triangulaire inférieure **L** par une matrice triangulaire supérieure **U**.
4. Calculer le déterminant de la matrice **A**.

Exercice 2 : (6 points)

On considère la matrice **A** et le vecteur **b** définis par :

$$A = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,2 & -0,1 \\ 0,1 & 0,4 & 0,1 \\ -0,2 & 0,1 & 0,5 \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} 0,7 \\ 1,2 \\ 1,5 \end{pmatrix}$$

1. Vérifier que les processus itératifs de Jacobi et de Gauss-Seidel associés au système linéaire **AX=b** convergent, quel que soit le vecteur initial $\boldsymbol{X}^{(0)} \in \mathbb{R}^3$.
2. Ecrire les processus itératifs de Gauss-Seidel associés au système linéaire ***AX=b***.
3. Calculer les quatre (4) premiers itérés de la méthode de Gauss-Seidel du système **AX=b** en partant de $\boldsymbol{X}^{(0)}(\mathbf{0,9} \quad \mathbf{1,9} \quad \mathbf{2,9})^{\boldsymbol{T}}$, et estimer l'erreur(Arrondir à $\mathbf{10^{-4}}$).

Exercice 3 : (7 points)

1. Ecrire un algorithme qui permet de résoudre un système linéaire d'ordre **N**, par la méthode de Gauss ordinaire.
2. Calculer le nombre d'opérations arithmétiques élémentaires que doit effectuer cet algorithme pour résoudre un système linéaire d'ordre **N. (**Calcul de complexité arithmétique).

** $\sum_{i=1}^{N-1} i = \frac{N(N-1)}{2}$; $\sum_{i=1}^{N-1} i^2 = \frac{N(N-1)(2N-1)}{6}$

Bon Courage