

Barème

Exercice : 1

3pt

1 Déterminer la nature des séries numériques dont les termes généraux sont les suivants :

1 a $u_n = e^{\sin\left(\frac{1}{n(n+1)}\right)}$.

1 b $v_n = \frac{1}{n(n + \ln n)}$.

1 c $w_n = \frac{n!}{n^n}$.

Barème

Exercice : 2

5pt

Soit la série de fonctions $\sum_{n \geq 0} f_n$ définie sur \mathbb{R} tel que :

$$f_n(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)^n}.$$

2 1 Montrer que la série $\sum_{n \geq 0} f_n$ converge simplement vers une fonction S et la déterminer.

1.5 2 Étudier la convergence uniforme de la série $\sum_{n \geq 0} f_n$.

1.5 3 Est ce que la série $\sum_{n \geq 0} f_n$ absolument convergente. Justifier votre réponse ?

Indication : $\forall x \in \mathbb{R}^* : x^2 + 1 > 1$.

Fin

14 janvier 2024

Bon Chance