

Examen : Programmation Linéaire (PL)

Durée: 1h 30 - Documents interdits

Année Universitaire : 2023 / 2024

Date : 17/01/2022 (10 : 30 – 12 : 00)

Niveau : L3 SI Semestre : 5

Exercice 1 : (5 Points / 15 Minutes)

Un appareil peut être fabriqué à l'aide de trois processus techniques de production : T1, T2 et T3. Ces processus consomment chacun quatre ressources : Energie, Matières première, Main d'œuvre et Machine. Les consommations par processus, les ressources disponibles et les coûts de revient des pièces sont donnés dans le tableau suivant :

	Energie	Matières première	Main d'œuvre	Machine	Coûts de revient
Processus T1	3	2	3	5	170 000
Processus T2	2	3	6	4	160 000
Processus T3	4	1	4	5	190 000
Capacité	86	64	156	138	

L'appareil sera vendu à 280 000 DA. (**Profit = Prix de vente - Coûts de revient**).

Q1) Identifier les variables de décision du problème.

Q2) Écrire le programme linéaire (**PL1**) qui permet de maximiser le profit.

Exercice 2 : (5 Points / 25 Minutes)

On se donne le programme linéaire (**PL2**) suivant:

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= 7x_1 + 6x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 \\ \text{S. C } &\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 2x_5 \leq 4 \\ 4x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 + x_5 \leq 3 \\ 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 - 2x_4 + 5x_5 \leq 5 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 - 2x_5 \leq 1 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

La solution proposée pour (**PL2**) est : $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (0, \frac{4}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}, 0)$

Q1) Donner la forme standard du programme (**PL2**) et vérifiez que la solution proposée est réalisable.

Q2) Ecrire le dual (**D**) du programme (**PL2**).

Q3) Appliquer le théorème des écarts complémentaires pour vérifier l'optimalité de la solution proposée.

Exercice 3 : (4 Points / 15 Minutes)

On considère le programme linéaire (PL3) suivant :

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= x_1 + 5x_2 \\ \text{S. C } &\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_1 - x_2 \geq 4 \\ -x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

- Q1) Tracer les contraintes et déterminer la région réalisable.
- Q2) La région réalisable comporte combien de points extrêmes ?
- Q3) Déterminer la solution optimale avec la méthode graphique.

Exercice 4 : (6 Points / 30 Minutes)

Considérons le problème linéaire (PL4) suivant :

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= 12x_1 + 20x_2 \\ \text{S. C } &\begin{cases} 6x_1 + 10x_2 \geq 60 \\ 8x_1 + 25x_2 \geq 200 \\ 2x_1 + 8x_2 \leq 80 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

- Q1) Donner la forme standard du programme linéaire (PL4)
- Q2) Résoudre par la méthode des variables artificielles (Big-M) le problème (PL4).

Exercice 5 : (Bonus)(2 Points / 5 Minutes)

Soit **A** la matrice 3×3 donnée par : $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$

Question : Calculer le rang de **A**.

Bon courage