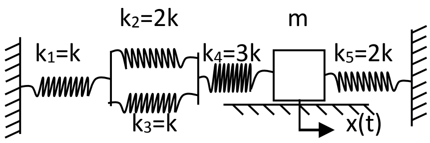
Université MOHAMED BOUDIAF de M'SILA
Faculté de Technologie
Département de génie électrique

Epreuve de « Ondes et Vibrations »

Année universitaire 2023/2024
Domaine ST
durée : 1h30min
(17 /01/2024)

<u>Exercice №1</u> (7pts)

Soit le système de la figure ci-contre



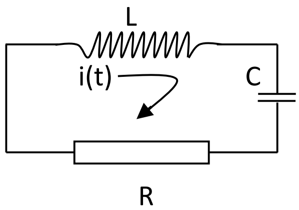
a) Déterminer la constante de raideur équivalente $k_{éq}$.
b) Ce système obéit à l'équation différentielle suivante :

$$\ddot{x} + 4x = 0$$

- Écrire la forme de la solution sans faire de calcule.
- Donner la valeur de la pulsation propre ω_0 des oscillations et la période propre T_0 ?
- Sachant que les conditions initiales sont $x(0) = 2.0\ cm$ et $\dot{x}(0) = -6.0\ cm.s^{-1}$, trouver la solution $x(t)$ en calculant l'amplitude x_0 et la phase initiale φ_0.
- Calculer le déplacement et la vitesse à l'instant $t = 0.5s$.

<u>Exercice №2</u> (6pts)

Établir l'équation différentielle en **courant** $\imath(t)$ du circuit oscillatoire électrique RLC de la figure ci-contre. On donne : $R = 80\Omega, L = 0.8H\ et\ C = 0.5\mu F$



1- Calculer le coefficient d'amortissement δ et la période propre T_0.
2- Trouver la solution de l'équation en précisant le régime d'oscillation du circuit.
3- Calculer la pseudo-pulsation ω_a et le décrément logarithmique D s'il y a lieu.

<u>Exercice №3</u> (7pts)

Soit le pendule représenté sur la figure ci-dessous, articulé au point O. Au repos la tige OC est verticale et les deux ressorts sont non déformés. La masse m est soumise à une force extérieure horizontale de la forme :

$$f(t) = \cos 2t$$

1- Trouver l'expression de l'énergie potentielle $U(\theta)$, l'énergie cinétique $T(\dot{\theta})$, ainsi que le lagrangien $\mathcal{L}(\theta, \dot{\theta})$ du système (cas des petites oscillations).
2- Écrire l'équation de Lagrange du système forcé. Montrer alors que l'équation différentielle peut se mettre sous la forme :

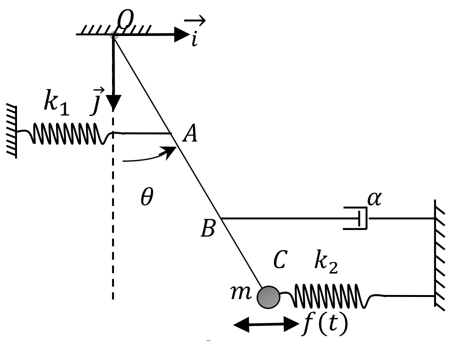
$$\ddot{\theta} + 2\delta\dot{\theta} + \omega_0^2\theta = \frac{1}{mL}\cos 2t$$

On demande les expressions de δ et ω_0 et de les calculer.

On donne : $m = 0.2kg, k_1 = 9\ N/m, k_2 = 5\ N/m, \alpha = 0.9\ kg/s, L = 0.5m, g = 10m/s^2$.

On admet que pour les petites oscillations : $\sin\theta \approx \theta$ et $\cos\theta \approx 1$.

3- Trouver par la méthode des nombres complexes l'amplitude des vibrations $\theta_0$et la phase initiale φ en régime permanent. Écrire alors la solution $\theta(t)$.



$OA = AB = BC = \frac{L}{3}$

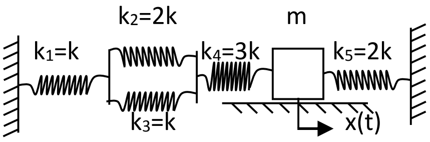
Bonne chance

جامعة محمد بوضياف المسيلة
كلية التكنولوجيا
قسم الهندسة الكهربائية

امتحان
الاهتزازات والأمواج

السنة الجامعية 2024/2023
ميدان العلوم والتكنولوجيا
المدة:1سا و 30د
(2024/01/17)

التمرين الأول(7ن)



نعتبر النظام الميكانيكي الممثل في الشكل المقابل

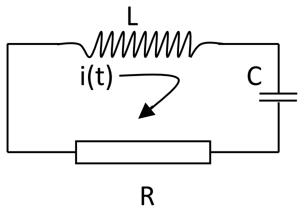
أ) جد ثابت المرونة k_{eq} للنابض المكافئ.

ب) يحقق هذا النظام معادلة تفاضلية من الشكل:

$$\ddot{x} + 4x = 0$$

- أكتب شكل حل المعادلة دون إجراء الحسابات.
- أعط قيمة النبض الذاتي ω_0 للاهتزازات في النظام وكذا دورها الطبيعي T_0.
- علما أن الشروط الابتدائية هي: $x(0) = 2.0\ cm$ و $\dot{x}(0) = -6.0\ cm.s^{-1}$، جد حل المعادلة بحساب السعة العظمى للاهتزاز x_0 والصفحة الابتدائية φ_0.
- أحسب الازاحة والسرعة في اللحظة $t = 0.5s$.

التمرين الثاني(6ن)



جد المعادلة التفاضلية بدلالة $\imath(t)$ التي يحققها الاهتزاز في الدارة RLC على التسلسل الموضحة في الشكل المقابل. يعطى: $R = 80\Omega, L = 0.8H\ et\ C = 0.5\mu F$.

1- أحسب معامل التخامد δ والدور الطبيعي (الذاتي) T_0.

2- حدد حالة التخامد في الدارة ثم أكتب حل المعادلة التفاضلية.

3- أحسب شبه النبض ω_a وكذا التناقص اللوغرتمي D إن كانت الحالة تسمح بذلك.

التمرين الثالث(7ن)

نعتبر النواس الممثل في الشكل أسفله والذي يتمفصل في النقطة O. عند التوازن السكوني تأخذ الساق OC وضعا شاقوليا بينما تكون النوابض في حالة مرتخية دون تشوه. تخضع الكتلة m إلى إثارة (قوة) خارجية أفقية من الشكل:

$$f(t) = \cos 2t$$

1- جد عبارة كل من الطاقة الكامنة $U(\theta)$ والطاقة الحركية $T(\dot{\theta})$ وكذا دالة لاغرونج $\mathcal{L}(\theta,\dot{\theta})$ للنظام (حالة الاهتزازات صغيرة السعة).

2- أكتب معادلة لاغرونج للنظام القسري. بين إذن أن النظام يحقق معادلة تفاضلية من الشكل:

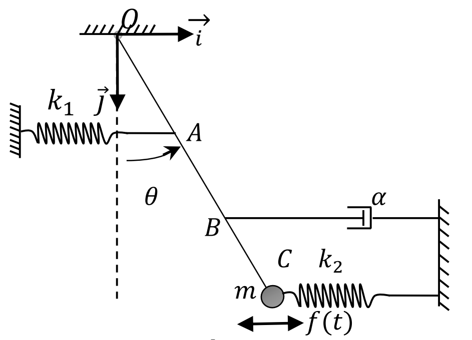
$$\ddot{\theta} + 2\delta\dot{\theta} + \omega_0^2\theta = \frac{1}{mL}\cos 2t$$

المطلوب إيجاد عبارتي δ و ω_0 ثم حسابهما.

يعطى: $m = 0.2kg, k_1 = 9\ N/m, k_2 = 5\ N/m, \alpha = 0.9\ kg/s, L = 0.5m, g = 10m/s^2$.

نقبل في حالة الاهتزازات صغيرة السعة أن: $\sin\theta \approx \theta$ و $\cos\theta \approx 1$.

3- جد بطريقة الأعداد المركبة السعة العظمى θ_0 للاهتزاز والصفحة الابتدائية φ في المرحلة الدائمة من الاهتزاز. أكتب إذن الحل $\theta(t)$.



$OA = AB = BC = \frac{L}{3}$

حظ موفق