

Examen : Optimisation des Réseaux (Corrigé Type)

Durée: 1h30 - Documents interdits

Année Universitaire : 2023 / 2024

Date : 21/01/2024 (12 : 30 – 14 : 00)

Niveau : M2 RTIC Semestre : 3

Exercice 1 : (5 points / 15 minutes)

Q1) Que signifie "Une méthode constructive". (1 pt)

Méthodes constructives qui génèrent des solutions à partir d'une solution initiale en essayant d'en ajouter petit à petit des éléments jusqu'à ce qu'une solution complète soit obtenue

Q2) Définir les termes suivants :

- La classe (de problèmes) P ; (1 pt)

La classe P = ensemble de problèmes ayant des algorithmes polynomiaux déterministes pour les résoudre.

- La classe (de problèmes) NP ; (1 pt)

La classe NP = ensemble de problèmes ayant des algorithmes polynomiaux indéterministes pour les résoudre.

Q3) Que satisfait la solution optimale x^* du problème d'optimisation : $\max x \in S f(x)$?

$$\forall x \in S : f(x^*) \geq f(x) \text{ Ou } x^* = \arg \max f(x) \text{ (1 pt)}$$

Q4) Soit x^* une solution optimale et x_0 une solution approchée d'un problème d'optimisation d'objectif f . Comparer entre $f(x_0)$ et $f(x^*)$ dans le cas de maximisation et dans le cas de minimisation. (0.5 + 0.5 = 1 pt)

$$f(x_0) \leq f(x^*) \text{ dans le cas de maximisation.}$$

$$f(x_0) \geq f(x^*) \text{ dans le cas de minimisation.}$$

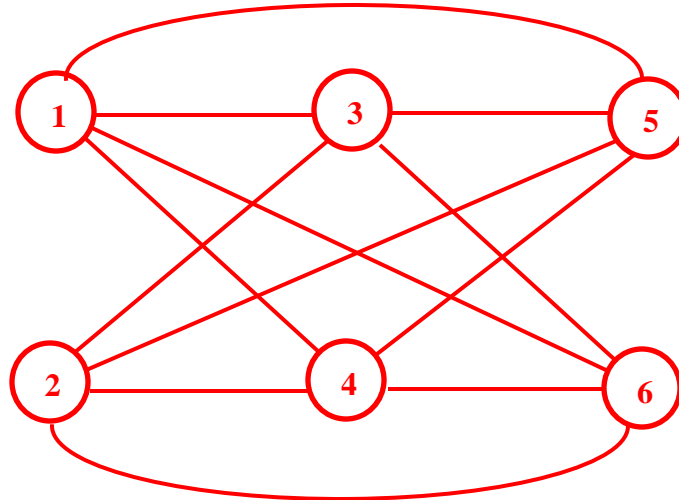
Exercice 2 : (4 points / 20 minutes)

Trois pays envoient chacun à une conférence deux espions ; chaque espion doit espionner tous les espions des autres pays (mais pas son propre collègue!).

Q1) Représentez cette situation par un graphe d'ordre 6 dans lequel chaque arête reliant i et j signifie que i espionne j que et j espionne i .

Les espions d'un même pays sont notés : 1 et 2, 3 et 4, 5 et 6.

Graphe (2 pts)



Q2) Ce graphe est-il complet ? Est-il connexe ? (0.5 + 0.5 = 1 pt)

Ce graphe n'est pas complet car deux espions d'un même pays ne s'espionnent pas, donc les sommets correspondants ne sont pas adjacents.

En revanche **ce graphe est connexe** car entre tout couple de points, il existe au moins une chaîne

Q3) Quel est le degré de chaque sommet ? Déduisez-en le nombre d'arêtes. (0.5 + 0.5 = 1 pt)

Les sommets sont **tous de degré 4** car chaque espion en espionne quatre autres.

Sommet	1	2	3	4	5	6
Degré	4	4	4	4	4	4

La somme des degrés étant égale au double du nombre d'arêtes, celui-ci vaut **12**.

Exercice 3 : (5 points / 20 minutes)

Q1) Donner la formule du modèle d'Erlang à refus (modèle B)

La formule du modèle d'Erlang à refus (modèle B) : (1 pt)

$$p = \frac{E^m / m!}{\sum_{k=0}^m E^k / k!}$$

Q2) Dans le modèle d'Erlang C, Donner la formule de la probabilité P_a de mise en attente.

La formule de la probabilité P_a de mise en attente est donnée par la relation. (1 pt)

$$P_a = \frac{\left(\frac{E^m}{m!}\right) \left(\frac{m}{m-E}\right)}{\left[\sum_{k=0}^{m-1} \frac{E^k}{k!}\right] + \left[\left(\frac{E^m}{m!}\right) \left(\frac{m}{m-E}\right)\right]}$$

Q3) Pour un trafic de **0.7 Erlang (E)**, compléter le tableau suivant : **(0.25 × 12= 3 pts)**

Trafic demandé	Ressource (m)	Probabilité de perte (refus)	Trafic perdu	Trafic écoulé
0,7 E	1	0.41176	0.28824	0.41176
0,7 E	3	0.02855	0.01999	0.68001
0,7 E	5	0.00070	0.00049	0.69951
0,7 E	6	0.00008	0.00006	0.69994

Pour les Calculs

La probabilité de perte calcul par la Formule d'Erlang à refus $p = \frac{E^m/m!}{\sum_{k=0}^{m-1} E^k/k!}$

Trafic perdu = Trafic demandé × p

Trafic écoulé = Trafic demandé - Trafic perdu = Trafic demandé × (1- p)

Exercice 4 : (6 points / 35 minutes)

Le réseau de la **figure 1** est constitué de liens à **512 Kbit/s**, il utilise un routage aléatoire, les analyses de trafic montrent que le trafic entrant par le nœud E est en moyenne de **50 paquets par seconde** de longueur moyenne de **1 KOctets**. On admettra qu'il n'y a pas d'autre source de trafic dans le réseau. Tout le trafic entrant en **E** sort en **S** et se répartit statistiquement comme l'indique le **tableau 1**.

Lien	Proportion du trafic écoulé
N1-N2	25 %
N1-N4	25 %
N3-N5	50 %
N4-N5	75 %

Tableau 1 : Répartition du trafic.

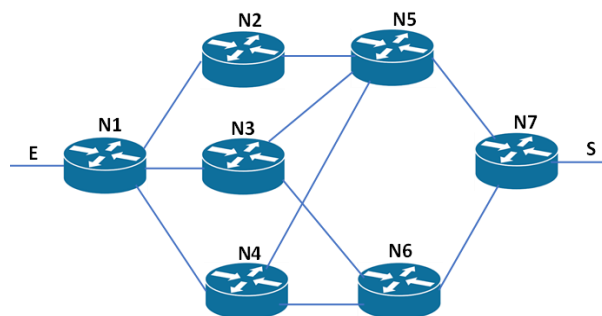


Figure 1 : Réseau Physique

Question :

On vous demande de déterminer le **temps de transit moyen d'un paquet** dans le réseau.

- Longueur moyenne d'un paquet (L) → $L = 1 \text{ KO} = 1024 \text{ Octets}$
 Débit des liens → $D = 512 \text{ Kbits/sec}$
 Temps de services : $ts = \frac{L}{D}$ → $ts = \frac{1 \times 8 \times 2^{10}}{512 \times 10^3} = 0.016 \text{ sec (0.25 pt)}$
 Taux de services : $\mu = \frac{1}{ts}$ → $\mu = \frac{1}{0.016} = 62.5 \text{ Paquets/Sec (0.25 pt)}$
 Taux moyenne d'arrivee en E : (λ) → $\lambda = 50 \text{ Paquets/Sec}$

File	Trafic %	Taux d'arrivée λ	Charge $p=\lambda/\mu$	Nb items dans le nœud $m=p/(1-p)$	
F 1:2	0.25	12.5	0.2	0,2500	(0.25 pt)
F 1:3	0.5	25	0.4	0.6667	(0.5 pt)
F 1:4	0.25	12.5	0.2	0.2500	(0.25 pt)
F 2:5	0.25	12.5	0.2	0.2500	(0.25 pt)
F 3:5	0.25	12.5	0.2	0.2500	(0.25 pt)
F 3:6	0.25	12.5	0.2	0.2500	(0.25 pt)
F 4:5	0.1875	9.375	0.15	0.1765	(0.5 pt)
F 4:6	0.0625	3.125	0.05	0.0526	(0.5 pt)
F 5:7	0.6875	34.375	0.55	1.2222	(0.5 pt)
F 6:7	0.3125	15.625	0.25	0.3333	(0.5 pt)
F 7:S	1	50	0.8	4.0000	(0.5 pt)
Nombre de paquets dans le réseau (N):				7.7013 Paquets	(0.5 pt)
Temps de transit dans le réseau $N = \lambda \times tq$ soit $tq=N/\lambda$				0.1540 Sec	(0.75 pt)

Bon courage