امتحان السداسي الأول في مقياس تحليل السلاسل الزمنية

التمرين الأول: (8)

إليك معطيات الاستهلاك الفصلية الموضحة في الجدول التالي:

السنة	2021				2022				2023			
الفصل	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
الاستهلاك	14	18	20	23	12	16	24	28	20	22	26	32

المطلوب:

بالاعتماد على اختبار دانيال (Daniel Test) قرر في ما إذا كانت السلسلة تحتوي على مركبة الاتجاه العام علما أن: $r_{\frac{\alpha}{2}} = 0.5804$

التمرين الثاني: (12)

الجدول التالي يوضح حجم مبيعات إحدى الشركات المتخصصة في الصناعات الغذائية، حيث أن البيانات فصلية وخلال الفترة من: 2019 إلى 2022 الوحدة: بالألف طن

	الفصل1	الفصل2	الفصل3	الفصل4
2019	40	60	70	70
2020	30	50	80	80
2021	50	70	90	110
2022	60	80	80	100

المطلوب:

1- اختبر إمكانية وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة بمستوى معنوية 5% اشرح هذه النتائج؟
2- اختبر إمكانية وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة بمستوى معنوية 5% اشرح هذه النتائج؟
3- باستعمال طريقة المتوسطات المتحركة، أوجد السلسة منزوعة المركبة الفصلية.

$F^{5\%}_{(3\ 9)} = 3.86$

الحـل المقترح

التمرين الأول: (8)

صياغة الفرضية العدمية H_0 والفرضية البديلة H_1 كالتالي:

H_0 : السلسلة عشوائية.

H_1 : السلسلة ذات اتجاه عام.

حساب معامل الارتباط لسبيرمان باستعمال الصيغة الرياضية الموالية:

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_{t=1}^{n} d_t^2}{n(n^2-1)}$$

لحساب معامل الارتباط الرتبي لسبيرمان نحتاج للترتيب التصاعدي R_t الذي يوضحه الجدول الموالي:

2023				2022				2021				السنة
4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	الفصل
32	26	22	20	28	24	16	12	23	20	18	14	الإنتاج
12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	t
12	10	7	5.5	11	9	3	1	8	5.5	4	2	R_t
0	1	9	12.25	9	4	9	16	16	6.25	4	1	d_t^2

ومنه نستنتج أن:

$$\sum_{t=1}^{12} d_t^2 = 87.5$$

$$\Rightarrow r_s = 1 - \frac{6 * 87.5}{12(12^2-1)} = 0.694$$

بما أن $|r| = 0.694 > r_{\frac{\alpha}{2}} = 0.5804$ فان الفرضية الصفرية مرفوضة، وهذا ما يعني أن السلسلة تحتوي على مركبة الاتجاه العام.

التمرين الثاني: (12)

حتى يمكننا الكشف عن مركبات السلسلة نستعمل اختبار تحليل التباين والجدول التالي يلخص المتوسطات السنوية والفصلية.

	الفصل 1	الفصل 2	الفصل 3	الفصل 4	المتوسط السنوي
2019	40	60	70	70	**60**
2020	30	50	80	80	**60**
2021	50	70	90	110	**80**
2022	60	80	80	100	**80**
المتوسط الفصلي	**45**	**65**	**80**	**90**	$\bar{\bar{x}} = 70$

والجدل التالي يلخص كل أنواع التباين:

قيمة التباين	التباين	درجة الحرية	مجموع المربعات
الفترة	$V_B = \frac{S_B}{p-1} = 1533.33$	$p-1=3$	$S_B = n\sum_{j=1}^{p}(\bar{x}_{*j} - \bar{x})^2 = 4600$
السنة	$V_A = \frac{S_A}{n-1} = 533.33$	$n-1=3$	$S_A = P\sum_{i=1}^{n}(\bar{x}_{i*} - \bar{x})^2 = 1600$
البواقي	$V_R = \frac{S_R}{(p-1)*(n-1)} \Rightarrow V_R = 66.66$	$(p-1)(n-1)=9$	$S_R = \sum_{j=1}^{p}(x_{ij} - \bar{x}_{i*} - \bar{x}_{*j} + \bar{x})^2 = 600$

1. إن اختبار إمكانية وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة يعتمد على الفرضية المعدومة:
H_0 عدم وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة والإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار هي:

$$F_{CAL} = \frac{V_A}{V_R} = \frac{533.33}{66.66} = 8 > F_{(3.9)}^{5\%} = 3.86$$

وعليه نرفض الفرضية H_0 وبمستوى معنوية 5% ونقر بوجود مركبة الإتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة.

2. إن اختبار إمكانية وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة يعتمد على الفرضية المعدومة:
H_0 عدم وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة والإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار هي:

$$F_{CAL} = \frac{V_B}{V_R} = \frac{1533.33}{66.66} = 23.002 > F_{(3.9)}^{5\%} = 3.86$$

وعليه نرفض الفرضية H_0 وبمستوى معنوية 5% ونقر بوجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة.

وبالتالي فإن السلسة المدروسة تحتوي على مركبتي الاتجاه العام والمركبة الفصلية