جامعة محمد بوضياف بالمسيلة — كلية العلوم الاقتصادية وعلوم التسيير والعلوم التجارية

المستوى: السنة الثانية علوم تجارية — السنة الجامعية: 2023\2024

مقياس: الإحصاء (3) — المدة: ساعة ونصف

امتحان السداسي الثالث

التمرين الأول: (2 نقاط)

أجب عن الاسئلة التالية بعبارة مختصرة جدا:

1- ما هو التوزيع الملتوي نحو اليمين موجب الالتواء و لا يحتوي على قيم سالبة؟

2- ما هما التوزيعان الشهيران المستمران اللذان يتطابق منحنياهما عند درجات حرية 30 ؟

3- ما هما التوزيعان اللذان يعتبران أصل كل التوزيعات الاحتمالية المتصلة ؟

4- ما هو التوزيع المشتق من توزيعين مستقلين كل منهما يمثل توزيع مربع كاي؟

التمرين الثاني: (6 نقاط)

قام أحد متاجر الهاتف النقال بشراء 20 هاتف نقال ، وقد كانت هذه الكمية تتضمن 5 هواتف معطلة، قام أحد الزبائن بشراء سبعة أجهزة باختيارها عشوائيا من هذه الهواتف.

ليكن المتغير العشوائي X الذي يمثل عدد الهواتف العاطلة التي اشتراها الزبون.

1- أوجد التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X.

2- ما هو احتمال أن يكون الزبون قد اشترى ثلاثة أجهزة عاطلة من ضمن الهواتف التي اشتراها.

3- ما هو احتمال أن تكون جميع الأجهزة التي اشتراها الزبون عاطلة.

4- ما هو العدد المتوقع للأجهزة العاطلة ، وما تباينه.

التمرين الثالث: (6 نقاط)

إذا كان وزن الصناديق المعبأة بالبرتقال يتوزع طبيعيا بمعدل 8 كغ للصندوق وتباين قدره: 9 كغ، المطلوب:

1. كتابة قيمة معالم التوزيع الاحتمالي لوزن الصندوق.
2. كتابة شكل دالة كثافة الاحتمال.
3. ما هي نسبة الصناديق التي يزيد وزنها عن 9 كغ ؟
4. ما هي نسبة الصناديق التي يقل وزنها عن 6 كغ ؟
5. ما هو الوزن الذي أقل منه 97,5 % من أوزان الصناديق ؟

التمرين الرابع: (6 نقاط)

لنفرض أن المتغير العشوائي T يمثل العمر الزمني بالسنة لنوع معين من بطاريات الحواسيب المحمولة (الزمن حتى التلف) ، إذا قمنا باستعمال ولأول مرة خمسة حواسيب من هذا النوع في نفس الوقت وبشكل مستقل، بافتراض أن المتغير العشوائي يتوزع وفق التوزيع الأسي بالمعلَمة ستة :

1- اكتب قانون التوزيع لهذا المتغير العشوائي.

2- ما هو احتمال أن يستمر أحد الأجهزة بالعمل أكثر من 7 سنوات ؟

3- حدد التوقع والتباين.

حل التمرين الأول: (2 نقاط) نصف نقطة لكل سؤال

1- التوزيع الملتوي نحو اليمين موجب الالتواء و لا يحتوي على قيم سالبة: **مربع كاي** χ^2.
2- التوزيعان الشهيران يتطابق منحنياهما عند درجات حرية 30: التوزيعي **الطبيعي** Z وتوزيع **ستيودنت** T.
3- التوزيعان اللذان يعتبران أصل كل التوزيعات الاحتمالية المتصلة : توزيعا : **قاما** Γ **وبيطا** β .
4- التوزيع المشتق من توزيعين مستقلين كل منهما يمثل توزيع مربع كاي: **فيشر** F.

حل التمرين الثاني: 6 ن

1. التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X: **1ن**

نظرا لقيام الزبون باختيار وشراء سبعة أجهزة من ضمن 20 جهاز ، فإن عملية الاختيار أو السحب تكون بدون ارجاع، ولذلك فإن المتغير العشوائي X يتبع التوزيع فوق الهندسي، بالمعالم:N=20 ، N1=5، n=7، أي أن :H(5 ,15)... Xوتعطى دالة توزيعه الاحتمالي كما يلي:

$$f(X)=\frac{C_{N1}^{x}.C_{N2}^{n-x}}{C_{N}^{n}}=\frac{C_{5}^{x}.C_{15}^{7-x}}{C_{20}^{7}} \qquad X=0,1,2,3,4,5 \quad n'=5$$

2. احتمال أن يكون الزبون قد اشترى ثلاثة هواتف تالفة من ضمن المجموعة التي اشتراها:

$$P(X=3)=\frac{C_{5}^{3}.C_{15}^{7-3}}{C_{20}^{7}}=\frac{10\times 4845}{77520}=0.625$$ **2 ن**

3. احتمال أن تكون جميع الهواتف التي اشتراها تالفة: $P(X=7)=0$ لأن القيمة 7 ليست ضمن القيم الممكنة للمتغير العشوائي X. **1 ن**

4. العدد المتوقع للأجهزة العاطلة ، تباينه:

أ- التوقع الرياضي : $E(X)=n\frac{N1}{N}=7\frac{5}{20}=1.75$ **1ن**

ب- التباين : $V(X)=n.p.q\left(\frac{N-n}{N-1}\right)=7.\frac{5}{20}.\frac{15}{20}.\left(\frac{20-7}{20-1}\right)=0.898$ **1ن**

حل التمرين الثالث 6 ن:

إذا كان وزن الصناديق المعبأة بالبرتقال يتوزع طبيعيا بمعدل 8 كغ للصندوق وتباين قدره: 9 كغ:

1.كتابة قيمة معالم التوزيع الاحتمالي للدخل السنوي: **1ن**

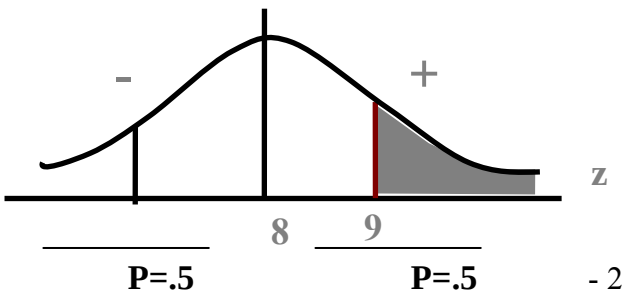
المتوسط : $\mu=8$ التباين : $\sigma^2=V(X)=9$ إذن : $X \sim N(8,9)$

2.كتابة شكل دالة كثافة الاحتمال: $f(X)=\frac{1}{3\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{X-8}{3}\right)^2}$ **1ن**

3.نسبة الصناديق التي يزيد وزنها عن 9 كغ :

$$P(X>90)=P(Z>\frac{9-8}{3})=P(Z>0,33)$$

بما أن القيمة 90 أكبر من المتوسط فإن الاحتمال المقابل لها يكون النصف مضافا إليه القيمة المستخرجة من جدول التوزيع الطبيعي المساوية إلى 0.1293:

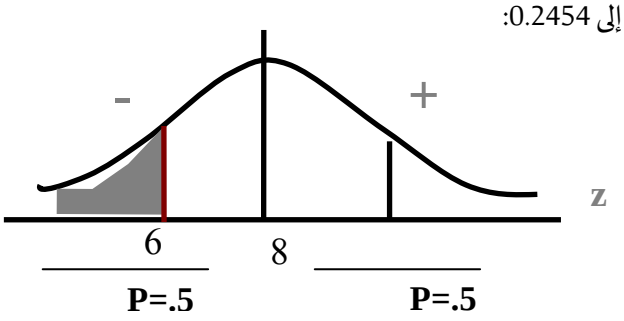


$$P(X>90)=P(Z>0,33)=0,5-0,1293=0,3707$$ **1ن**

4.نسبة الصناديق التي يقل وزنها عن 6 كغ:

$$3-P(X<6)=P(Z<\frac{X-\mu}{\sigma})=P(Z<\frac{6-8}{3})=P(Z<-0,66)$$

بما أن القيمة 6 أقل من المتوسط فإن الاحتمال المقابل لها يكون النصف مطروحا منه القيمة المستخرجة من جدول التوزيع الطبيعي المساوية إلى 0.2454:



$$P(X<6)=P(Z<\frac{X-\mu}{\sigma})=P(Z<\frac{6-8}{3})=P(Z<-0,66)=0,5-0,2454=0,2546$$ **1ن**

5.الوزن الذي أقل منه 0.975 من الدخول: نبحث عن المتغير X1 و الذي يعطينا احتمالا مساوي لـ: 0.975

أي: $$P(X<X1)=P(Z<\frac{X1-8}{3})=0,975$$

بالرجوع إلى الجدول وبطريقة عكسية سنجد قيمة Z هي Z=1,96 ، يمكن إذن أن نجد قيمة X1 كما يلي :

$$\frac{X1-8}{3}=1,96\Rightarrow X1=(3\times1,96)+8=13,88KG$$ **2ن**

حل التمرين الرابع 6 ن:

1-بما أن المتغير العشوائي يتبع التوزيع الاسي بالمعلمة 6 فإن دالة كثافة الاحتمال تكون بالشكل التالي: **2ن**

$$f(T)=\begin{cases}\frac{1}{6}e^{\frac{-T}{6}} & T\geq 0\\ 0 & \sin on\end{cases}$$

$$F(T\leq t)=1-e^{\frac{-T}{6}} \qquad T\geq 0$$

دالة التوزيع تكون بالشكل التالي:

ملاحظة: في التوزيع الاسي الدالة لا تعبر عن نسبة و القيم في المقامين متساوية.

2-احتمال أن يستمر الجهاز الأول بالعمل أكثر من سبعة سنوات: **2ن**

$$F(T\geq 7)=1-F(T\leq 8)=1-(1-e^{\frac{-7}{6}})=0.311$$

التوقع (المتوسط): **1ن** $\mu=E(X)=6$ التباين: $V(X)=\frac{1}{6^2}=1/36$ **1ن**