

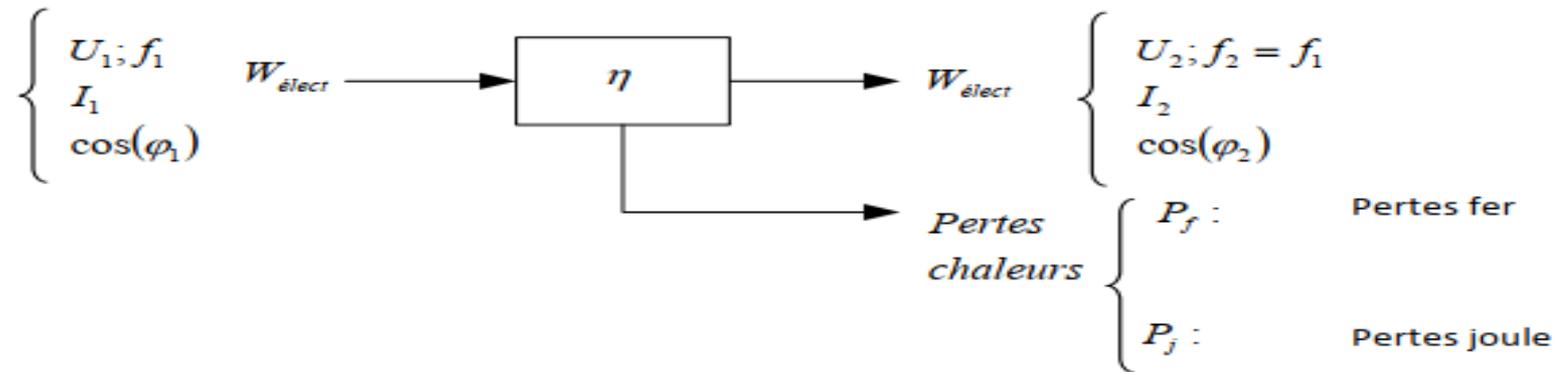
CHAPITRE 2:

Les Transformateurs

1°-Généralités

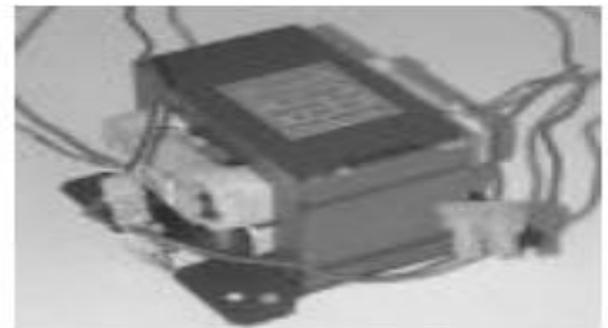
1°.1-Rôle

Il a pour rôle de modifier les amplitudes des grandeurs électriques alternatives(courants et tensions), à fréquence constante, en vue d'adapter le récepteur(charge) à un réseau.



$$P_2 = P_1 - \sum \text{Pertes} \Leftrightarrow P_2 = P_1 - P_j - P_f$$

(1)



1°.2-Constitution

Le transformateur est constitué essentiellement de :

✓ Un circuit magnétique

Même chose que pour une bobine à noyau de fer. Il a pour rôle de canaliser le flux magnétique.

✓ Enroulements

Sur les noyaux du circuit magnétique, on trouve plusieurs enroulements (isolés électriquement entre eux).

- L'un de ces enroulements est relié à la source alternative : C'est le primaire, on lui adopte la convention récepteur.
- L'autre bobine(ou les autres) est le siège d'une f.e.m induite .Elle peut débiter dans un récepteur : c'est le secondaire, on lui adopte la convention générateur

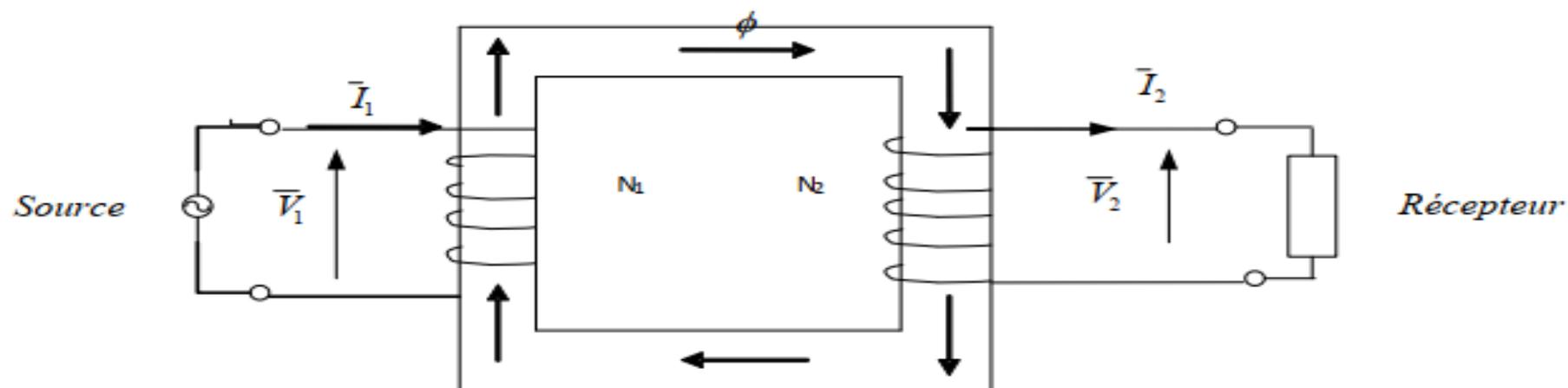


Figure 2.1: Transformateur monophasé

Plaque signalétique : elle doit comprendre :

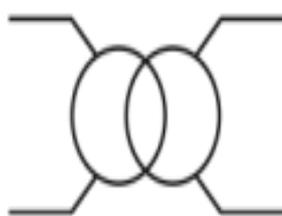
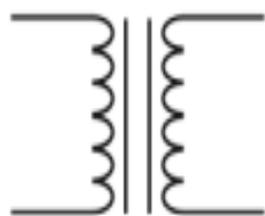
Tension primaire V_1 en V ou kV .

Tension secondaire V_2 en V ou kV .

Puissance apparente S en VA ou kVA .

Fréquence de fonctionnement ($f = 50 Hz$ en général).

Les symboles qui schématisent la présence d'un transformateur monophasé :



1°.3-Principe de fonctionnement

Cette machine est basée sur la loi d'induction électromagnétique (loi de Lenz). En effet, la tension alternative au primaire va créer un flux magnétique alternatif qui traversant l'enroulement secondaire produira une f.e.m induite.

☒ Remarque :

- Par principe de fonctionnement, le transformateur est une machine réversible :

Exemple :

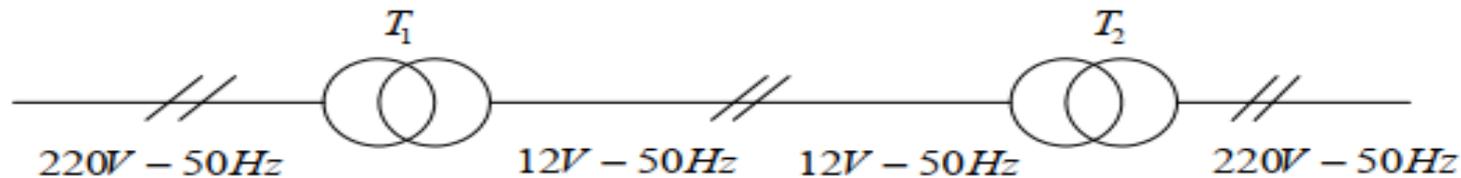


Figure 2 .2 :Reversibilité d'un transformateur monophasé

- Le transformateur ne comportera pas des parties en mouvement, il est dit : machine statique.
- Le transformateur à vide ($i_2 = 0$) est une bobine à noyau de fer, il est régi par les mêmes équations.

2°-Transformateur parfait

Le transformateur peut être considéré comme parfait (ce n'est pas le cas en pratiques) si :

- Absence de flux de fuites (circuit magnétique parfait) ($l_{f1} = l_{f2} = 0$)
- Absence des pertes par effet Joule ($r_1 = r_2 = 0$)
- Pas de pertes fer.

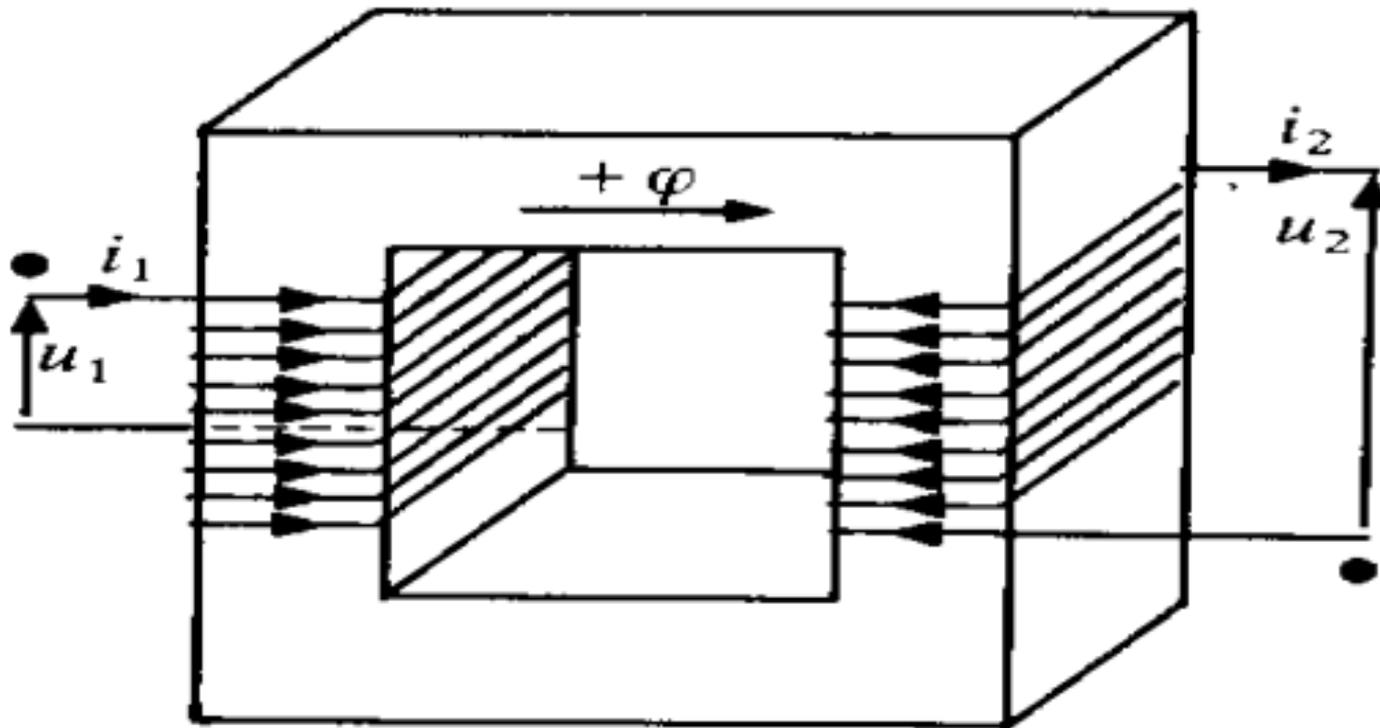


Figure 2.3 : transformateur monophasé parfait

2°.2-Equations de fonctionnement

✓ Equations aux tensions

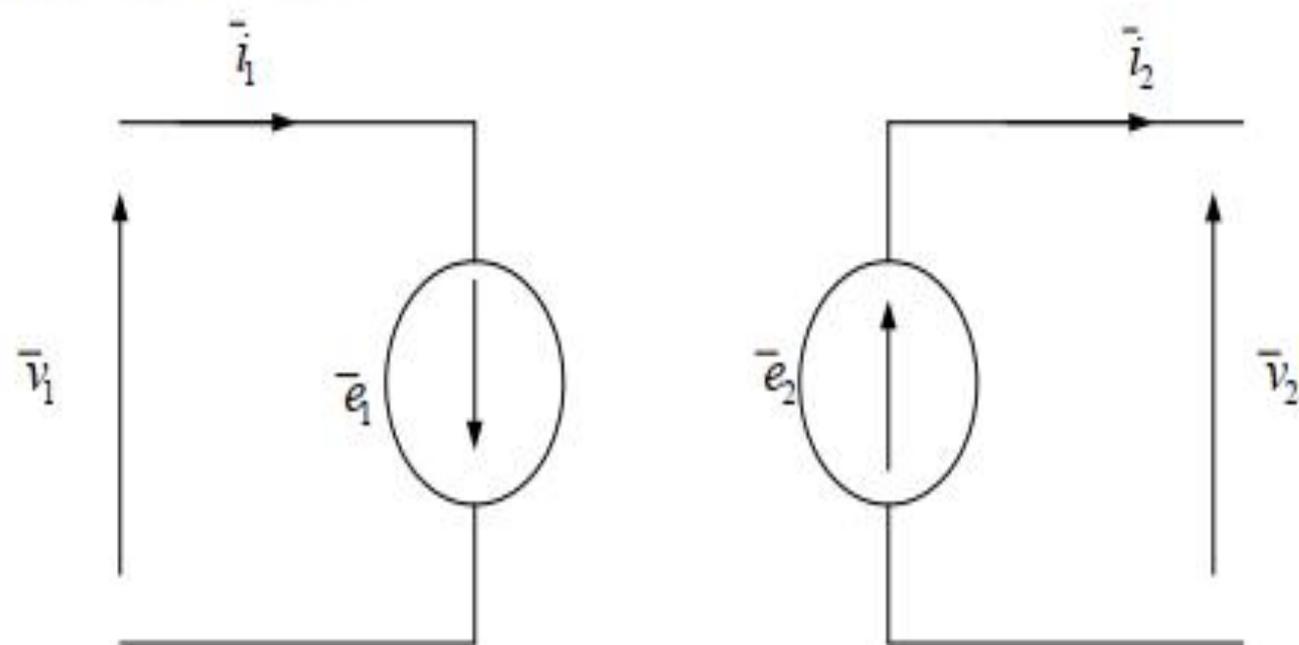


Figure 2.4 : Circuit électrique équivalent

D'après la loi de mailles appliquée au schéma électrique équivalent on aura :

$$v_1(t) + e_1(t) = 0 \quad \text{Avec} \quad e_1(t) = -N_1 * \frac{d\phi(t)}{dt}$$

$$v_2(t) - e_2(t) = 0 \text{ Avec } e_2(t) = -N_2 * \frac{d\phi(t)}{dt}$$

Circuit secondaire: $u_2 = e_2 \Rightarrow U_2 = E_2 = 4,44 N_2 \hat{B}S$

En écriture complexe on aura :

$$\begin{cases} \bar{V}_1 = j * N_1 * w * \bar{\phi} \\ \bar{V}_2 = -j * N_2 * w * \bar{\phi} \end{cases} \Rightarrow \frac{\bar{V}_2}{\bar{V}_1} = -\frac{N_2}{N_1} = -m \quad (2)$$

En valeurs efficaces ca donne $\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} = m \quad (3)$

m est appelé rapport de transformation

☒ Remarque

Selon la valeur qui prend m, on peut distinguer :

- $m = 1 \Leftrightarrow V_2 = V_1$: le transformateur est un isolateur
- $m < 1 \Leftrightarrow V_2 < V_1$: le transformateur est dit abaisseur
- $m > 1 \Leftrightarrow V_2 > V_1$: le transformateur est dit élévateur

✓ Equations aux intensités

D'après la loi d'Hopkinson appliquée au schéma magnétique équivalent, on aura :

$$N_1 * \bar{I}_1 + N_2 * \bar{I}_2 = \mathfrak{R}_m * \bar{\phi}$$

Or par hypothèse la reluctance du circuit magnétique \mathfrak{R}_m est supposée nulle

$$\Leftrightarrow N_1 * \bar{I}_1 + N_2 * \bar{I}_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_2} = \frac{-N_2}{N_1} = -m \quad (4)$$

En valeurs efficaces on aura :

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = m \quad (5)$$

2°.4-Propriétés du transformateur parfait

2°.4.1-Comportement énergétique

On a déjà établi que :

$$\frac{\bar{V}_2}{\bar{V}_1} = \frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_2} \Rightarrow \frac{\bar{V}_2}{\bar{V}_1} = \frac{\bar{I}_1^*}{\bar{I}_2^*} \Rightarrow \bar{V}_2 * \bar{I}_2^* = \bar{V}_1 * \bar{I}_1^* \Rightarrow \bar{S}_1 = \bar{S}_2 \quad (6)$$

Sachant que :

$$\bar{S}_1 = P_1 + j * Q_1$$

$$\bar{S}_2 = P_2 + j * Q_2$$

$$(6) \Rightarrow P_1 = P_2 \ \& \ Q_1 = Q_2 \quad (7)$$

Conclusion :

Les puissances active et réactive absorbées par le primaire seront totalement transmises à la charge connectée au secondaire(pas des pertes).Le rendement d'un transformateur parfait est égal à 1.

Pertes d'un transformateur :

1. Pertes fer :

$$\text{Pertes par Hystérésis : } P_H = K_H \cdot f \cdot B_{max}^2$$

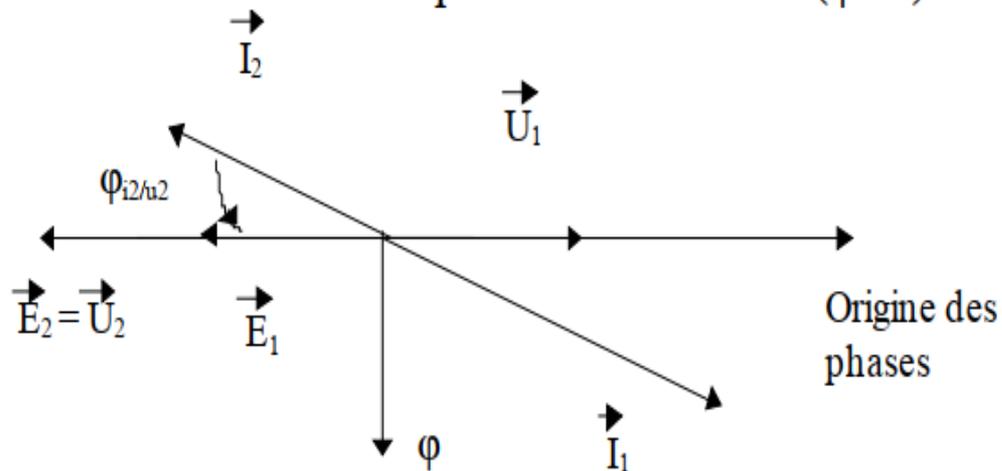
$$\text{Pertes par courant de Foucault : } P_{CF} = K_{CF} \cdot f^2 \cdot B_{max}^2$$

2. Pertes Joules (cuivre) :

$$P_J = r_1 \cdot i_1^2 + r_2 \cdot i_2^2$$

2.4) Diagramme de Fresnel

Un transformateur parfait de rapport de transformation m , est soumis à une tension u_1 connue et débite dans un récepteur linéaire connu (ϕ_{i_2/u_2}).



$$u_2 = -m u_1.$$

$$i_1 = -m i_2.$$

2.5) Puissances

apparentes

$$S_1 = U_1 I_1$$

$$S_2 = U_2 I_2$$

$$S_1 = S_2.$$

actives

$$P_1 = U_1 I_1 \cos\phi_1$$

$$P_2 = U_2 I_2 \cos\phi_2$$

réactives

$$Q_1 = U_1 I_1 \sin\phi_1$$

$$Q_2 = U_2 I_2 \sin\phi_2$$

rendement

$$\eta = P_2 / P_1 = 1$$

1.7. Formule de Boucherot

L'amplitude maximale du champ magnétique, \hat{B} , ne dépend que de la valeur efficace de la tension appliquée au primaire $u_1(t)$, de la section droite et constante du circuit magnétique s , et enfin de la fréquence f , fixée par le réseau.

$$\hat{B} = \frac{U_1}{4.44 \cdot N_1 \cdot f \cdot s}$$

\hat{B}	La valeur maximale du flux magnétique, en teslas [T]
U_1	La valeur efficace de la tension $u_1(t)$, en volts [V]
f	La fréquence f du réseau utilisé est exprimée en hertz [Hz]
s	La section droite est exprimée en mètres ² [m ²]

Attention la relation précédente n'est vraie qu'en utilisant les données du primaire U_1 et N_1 , en effet la valeur maximale du champ magnétique \hat{B} ne se retrouve pas dans tous les cas au secondaire, notamment lorsque l'on tient compte des pertes magnétiques.

3°. Transformateur monophasé réel

Pour modéliser le transformateur réel, on doit tenir compte des grandeurs qui ont été négligées au cours d'étude d'un transformateur parfait.

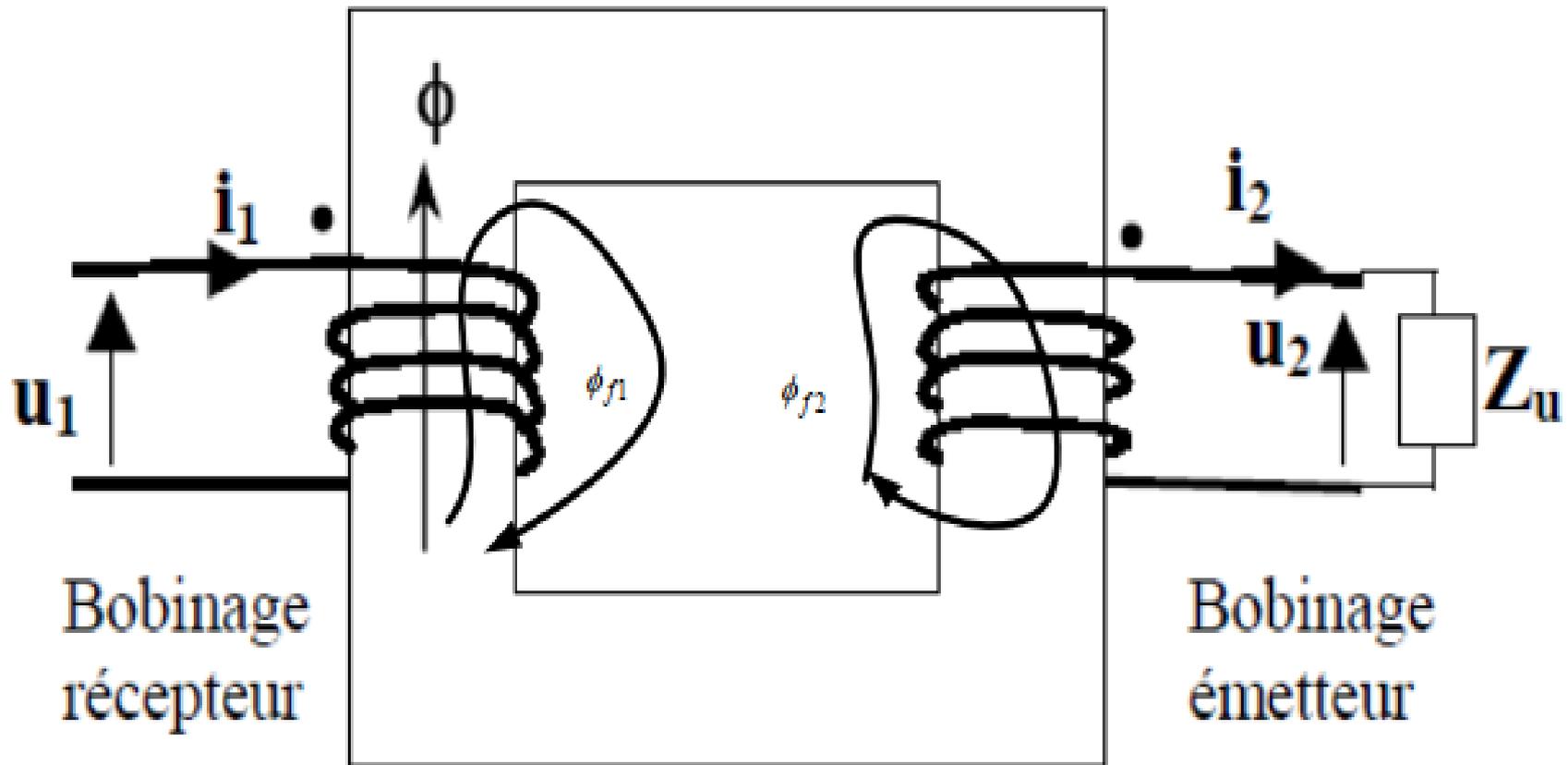


Figure 2.8 : Transformateur réel

1.1. Les différentes pertes

La puissance P_1 absorbée par le transformateur est plus grande que la puissance P_2 restituée au secondaire du transformateur, appelée également puissance utile disponible. La différence entre ces deux grandeurs représente toutes les pertes que nous devons prendre en compte avec le transformateur réel.

Ces pertes sont les suivantes :

a- Les pertes par effet Joule

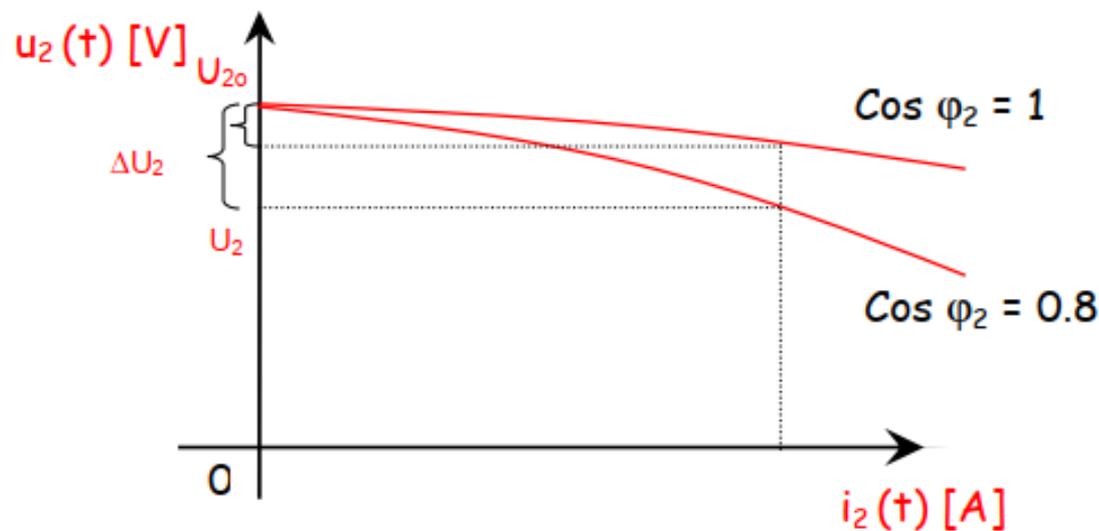
Les pertes par effet Joule, appelées également pertes dans le cuivre, sont notées P_j ou P_c . Ces pertes sont les pertes occasionnées par le passage du courant dans les enroulements du primaire et du secondaire. Ces pertes sont proportionnelles au carré de la valeur efficace de l'intensité du courant qui traverse chaque enroulement.

b- Les pertes magnétiques

Les pertes magnétiques, appelées aussi pertes dans le fer sont notées P_{mag} ou P_{fer} . Ces pertes sont les pertes dues aux fuites magnétiques, à l'hystérésis et enfin aux courants de Foucault. Ces pertes ne dépendent que de la valeur efficace U_1 de la tension $u_1(t)$, appliquée au primaire.

1.2. La chute de tension

Pour un transformateur réel, la valeur efficace de la tension U_2 délivrée par le secondaire varie selon la charge. En l'absence de charge, aucun courant n'est délivré par le secondaire, le transformateur fonctionne à vide. Nous notons U_{20} la tension dans ce cas, l'indice 0 est toujours utilisé pour le fonctionnement à vide.



La différence ΔU_2 entre la tension à vide U_{20} et la tension U_2 en charge s'appelle la chute de tension au secondaire du transformateur. La chute de tension dépend de la nature de la charge. La charge fixe la valeur de l'intensité du courant i_2 ainsi que le $\cos \varphi_2$. Ces deux grandeurs déterminent elles, la valeur efficace de la tension U_2 .

1.3. Le rapport de transformation :

La valeur efficace U_1 de la tension $u_1(t)$ qui alimente le primaire dans l'exemple précédent reste constante alors que la valeur efficace U_2 de la tension $u_2(t)$ au secondaire du transformateur diminue lorsque l'intensité du courant augmente. Le rapport de transformation ne peut donc pas garder la même définition que pour le transformateur parfait. Nous devons choisir une tension qui reste constante, quelque soit la charge utilisée, dans la mesure où la tension au primaire ne varie pas. Cette grandeur ne peut être que U_{20} , la valeur efficace de la tension à vide au secondaire. Nous parlerons donc du rapport de transformation à vide m_v pour le transformateur réel, seul ce terme correspond au rapport de la tension obtenue au secondaire à vide U_{20} si, la valeur efficace de la tension $u_1(t)$ au primaire prend sa valeur nominale U_{1nv} .

$$m_v = \frac{U_{2o}}{U_{1n}}$$

- m_v Rapport de transformation à vide [sans unités]
- U_2 La valeur efficace de la tension $u_2(t)$, en volts [V]
- U_1 La valeur efficace de la tension $u_1(t)$, en volts [V]

Ce rapport de transformation à vide correspond également au rapport du nombre de spires du secondaire et du primaire, ainsi

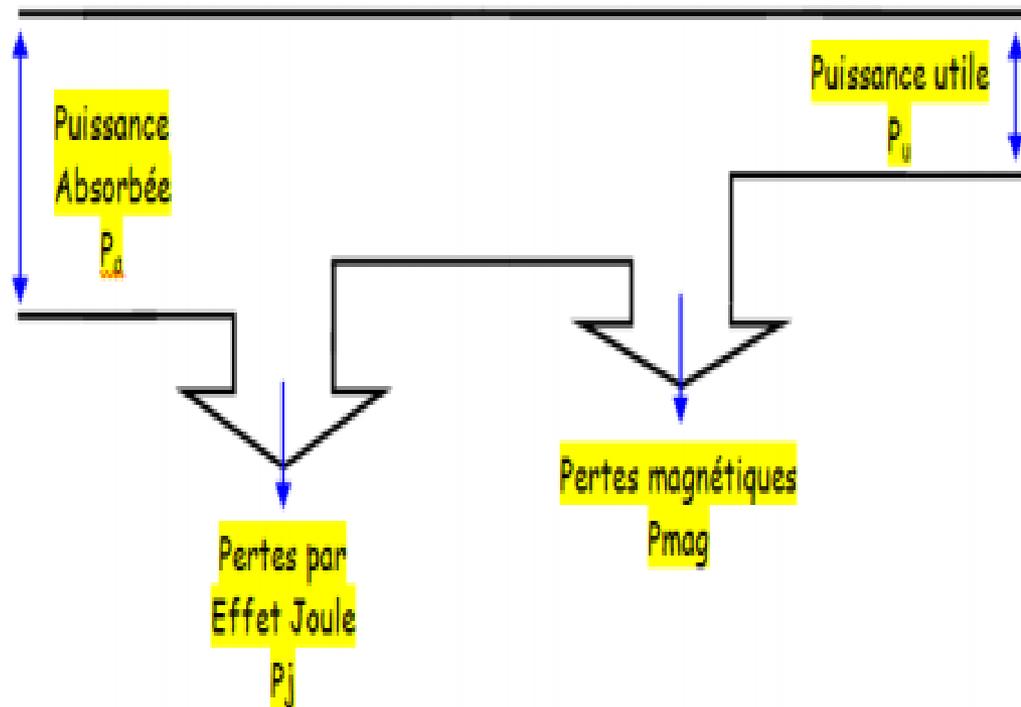
$$m_v = \frac{N_2}{N_1}$$

- m_v Rapport de transformation à vide [sans unités]
- N_2 Le nombre de spires de au secondaire [sans unités]
- N_1 Le nombre de spires de au primaire [sans unités]

1.4. Le bilan des puissances

Le bilan des puissances décline toutes les puissances, depuis la puissance absorbée jusqu'à la puissance utile, il prend évidemment en compte toutes les pertes.

Le bilan, peut être résumé à l'aide schéma suivant :



Le bilan met en évidence le fait que la puissance absorbée est obligatoirement la puissance la plus importante, elle ne cesse de diminuer en progressant vers la puissance utile qui est évidemment la plus faible, ainsi

$$P_2 = P_1 - P_j - P_{\text{mag}}$$

P_2	La puissance active délivrée au secondaire en watts [W]
P_1	La puissance active consommée au primaire en watts [W]
P_j	Les pertes par effet Joules en watts [W]
P_{mag}	Les pertes dans le fer en watts [W]

La puissance absorbée au primaire

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cos \varphi_1$$

P_1	La puissance active consommée au primaire en watts [W]
U_1	La valeur efficace de la tension $u_1(t)$, en volts [V]
I_1	La valeur efficace de l'intensité $i_1(t)$, en ampères [A]
φ_1	L'angle de déphasage entre $u_1(t)$ et $i_1(t)$ en degrés [°]

La puissance restituée au secondaire

$$P_2 = U_2 \cdot I_2 \cos \varphi_2$$

P_2	La puissance active délivrée au secondaire en watts [W]
U_2	La valeur efficace de la tension $u_2(t)$, en volts [V]
I_2	La valeur efficace de l'intensité $i_2(t)$, en ampères [A]
φ_2	L'angle de déphasage entre $u_2(t)$ et $i_2(t)$ en degrés [°]

Au niveau des puissances réactives

$$Q_1 = U_1 \cdot I_1 \sin \varphi_1$$

Q_1	La puissance réactive consommée au primaire en V.A.R [vars]
U_1	La valeur efficace de la tension $u_1(t)$, en volts [V]
I_1	La valeur efficace de l'intensité $i_1(t)$, en ampères [A]
φ_1	L'angle de déphasage entre $u_1(t)$ et $i_1(t)$ en degrés [°]
	V.A.R : Volts ampères réactifs

$$Q_2 = U_2 \cdot I_2 \sin \varphi_2$$

Q_2	La puissance réactive délivrée au secondaire en V.A.R [vars]
U_2	La valeur efficace de la tension $u_2(t)$, en volts [V]
I_2	La valeur efficace de l'intensité $i_2(t)$, en ampères [A]
φ_2	L'angle de déphasage entre $u_2(t)$ et $i_2(t)$ en degrés [°]
	V.A.R : Volts ampères réactifs

Le rendement est le rapport entre la puissance utile $P_u = P_2$ délivrée par le secondaire, et la puissance absorbée par le primaire $P_a = P_1$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}$$

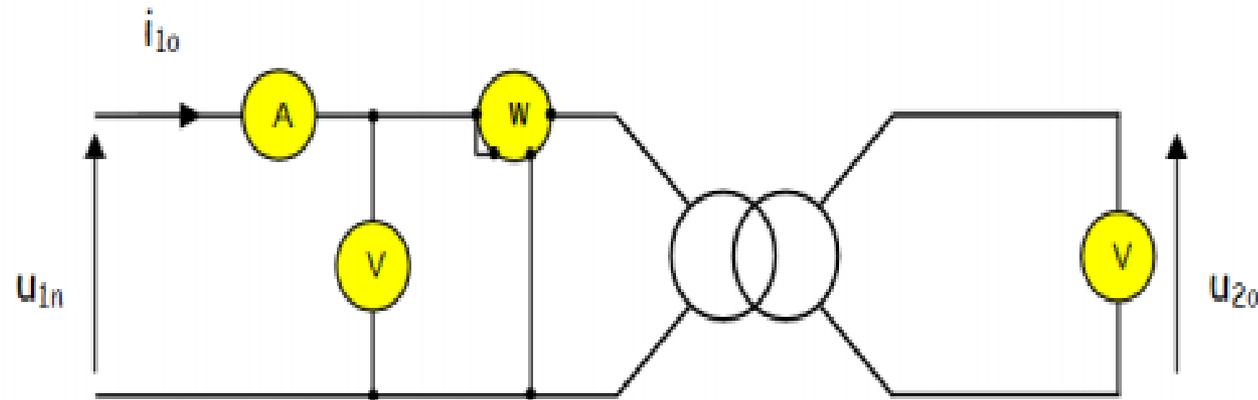
η	Le rendement du transformateur parfait [sans unités]
P_2	La puissance active délivrée au secondaire en watts [W]
P_1	La puissance active consommée au primaire en watts [W]

Les pertes sont déterminées par la méthode des pertes séparées. Nous évaluons séparément les deux types de pertes, par effet Joule et magnétiques, en réalisant deux essais successifs, un essai à vide et un essai en court-circuit.

1.5. L'essai à vide

La valeur efficace U_1 de tension au primaire $u_1(t)$ est égale à sa valeur nominale U_{1n} .

L'intensité du courant au secondaire est nulle, la puissance P_2 délivrée par le secondaire est donc également nulle.



Mode opératoire

- Aucune charge n'est reliée au secondaire
- La tension $u_1(t)$ est amenée à sa valeur nominale
- Un wattmètre est branché pour évaluer la puissance P_{10} absorbée par le primaire.
- Deux voltmètres relèvent les valeurs efficaces U_{1n} et U_{20} des tensions $u_1(t)$ et $u_2(t)$.
- Un ampèremètre mesure la valeur efficace I_{10} de l'intensité du courant $i_1(t)$.

Tous les appareils utilisés sont numériques, de type RMS, en position AC +DC.

Le wattmètre, W, indique une puissance P_{10} . Elle représente la somme de toutes les puissances consommées par le transformateur.

$$P_{10} = P_u + P_j + P_{\text{fer}}$$

La puissance utile est nulle, $P_u = P_2 = 0 \text{ W}$; la puissance absorbée P_1 au primaire correspond aux seules pertes par effet Joule P_j et pertes magnétiques, P_{fer} .

- La puissance appelée est très faible, l'intensité du courant au primaire est donc également très faible, nous le considérerons comme négligeable devant sa valeur nominale $I_{10}^2 \ll I_{1n}^2$.
- Les pertes dans le cuivre sont dues aux passages des courants dans les enroulements du primaire et du secondaire, or l'intensité du courant dans le secondaire est nulle donc les pertes par effet Joule ne se réduisent qu'au terme issu du primaire soit $P_{j0} = R_1 \cdot I_{10}^2$
- Les pertes dans le fer, ont, elles, la valeur qui correspond à la tension nominale de l'alimentation $u_1(t) = U_{1n}$.
- La puissance absorbée $P_{10} = R_1 \cdot I_{10}^2 + P_{\text{mag}}$ avec $R_1 \cdot I_{10}^2$ négligeables devant P_{mag}

$$P_{10} = P_{\text{mag}}$$

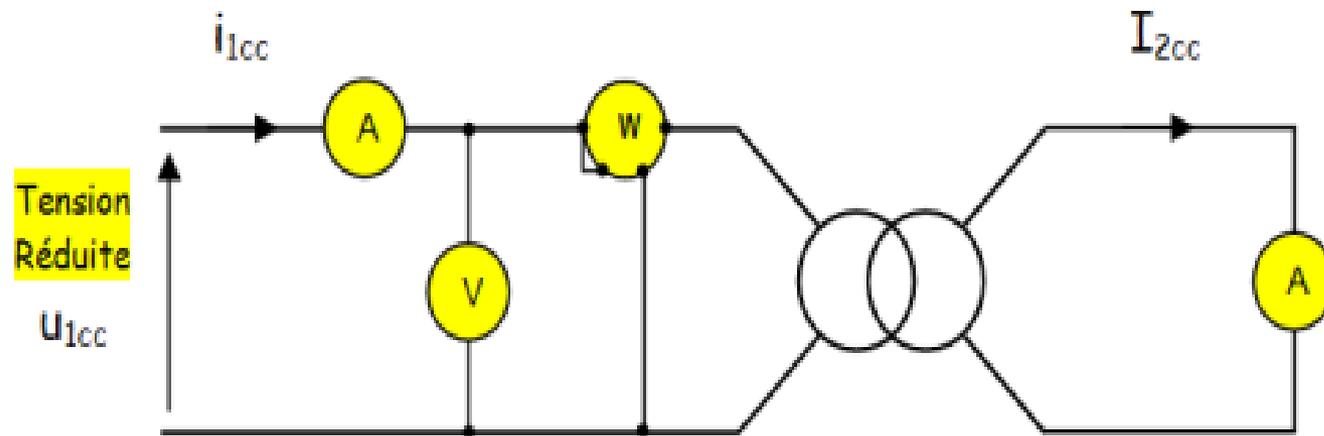
P_{10} La puissance consommée à vide au primaire en watts [W]
 P_{mag} Les pertes dans le fer pour $u_1(t) = U_{1n}$ en watts [W]

L'essai à vide permet donc de donner facilement :

- ➔ Les pertes magnétiques pour une valeur de la tension au primaire,
- ➔ Le rapport de transformation à vide m_v .

1.6. L'essai en court-circuit

La valeur efficace U_{1cc} de tension au primaire $u_1(t)$ est réduite à une valeur comprise entre 5 et 10 % de sa valeur nominale U_{1n} . La tension $u_2(t)$ est nulle du fait du court-circuit, la puissance P_2 délivrée par le secondaire est donc également nulle.



Mode opératoire

- L'enroulement du secondaire est court-circuité, un fil relie les bornes de sortie
- La tension $u_1(t)$ est réglée afin que l'intensité du courant au secondaire $i_2(t)$ soit égale à sa valeur nominale I_{2cc} .
- Un wattmètre est branché pour évaluer la puissance P_{1cc} absorbée par le primaire.
- Un voltmètre relève la valeur efficace U_{1cc} de la tension $u_1(t)$.
- Deux ampèremètres mesurent les valeurs efficaces I_{1cc} et I_{2cc} des intensités des courants $i_1(t)$ et $i_2(t)$.

Tous les appareils utilisés sont numériques, de type RMS, en position AC +DC.

Le wattmètre, W , indique une puissance P_{1cc} . Elle représente la somme de toutes les puissances consommées par le transformateur.

$$P_{1cc} = P_u + P_j + P_{fer}$$

La puissance utile est nulle, $P_u = P_2 = 0 \text{ W}$; la puissance absorbée P_1 au primaire correspond aux seules pertes par effet Joule P_j et pertes magnétiques, P_{fer} .

- Les pertes dans le cuivre sont dues aux passages des courants dans les enroulements du primaire et du secondaire, elles sont donc évaluées pour les valeurs nominales de ces deux courants ; P_j est donné pour $i_1(t) = I_{1n}$ et $i_2(t) = I_{2n}$.
- Les pertes dans le fer sont très faibles, elles sont en effet proportionnelles à la tension $u_1(t)$ qui est réduite ; P_{mag} très faibles devant celles données avec $u_1(t)$ nominale.
- La puissance absorbée $P_{1\text{cc}} = P_j + P_{\text{mag}}$ avec P_{mag} négligeables devant P_j

$P_{1\text{cc}} = P_j$	$P_{1\text{cc}}$	La puissance consommée en court-circuit au primaire en watts [W]
	P_j	Les pertes dans le cuivre pour $i_1(t) = I_{1n}$ et $i_2(t) = I_{2n}$ en watts [W]

L'essai en court-circuit permet donc de donner facilement :

 Les pertes par effet Joule pour les valeurs nominales des deux courants. Si ces courants varient, il faut recalculer les pertes dans le cuivre.

1.7. La plaque signalétique

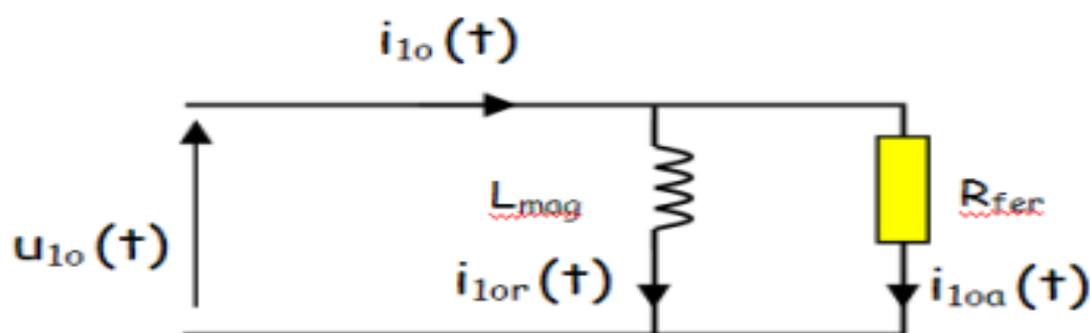
Les tensions indiquées sur la plaque signalétique sont la valeur nominale U_{1n} de la tension $u_1(t)$ au primaire et la valeur efficace de la tension à vide U_{20} de la tension $u_2(t)$ au secondaire.

Il est également indiqué la puissance apparente nominale S_n ainsi que la fréquence nominale f d'utilisation du transformateur. La plaque signalétique permet de calculer rapidement les grandeurs n'y figurant pas à l'aide des relations vues précédemment.

1.8. Etude expérimentale du transformateur

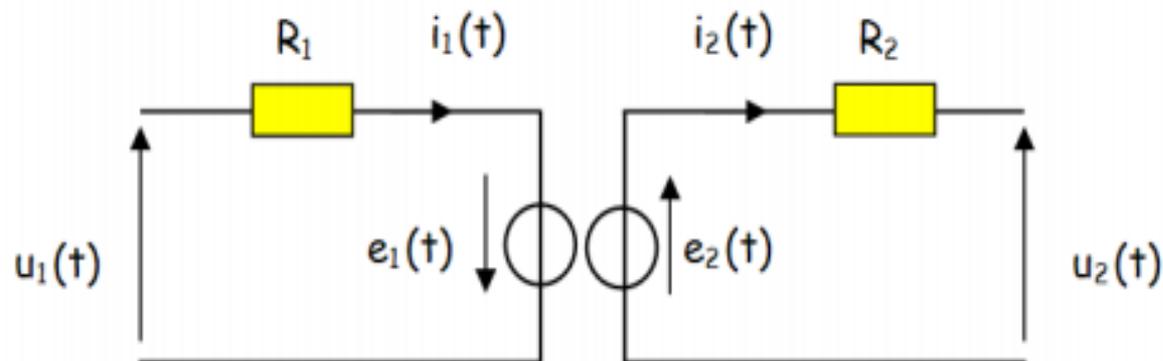
a- Prise en compte du courant magnétisant

- ✓ A vide, le secondaire n'est d'aucune utilité, seul le circuit du primaire joue un rôle magnétique. Le transformateur se comporte comme une bobine à noyau ferromagnétique, cette bobine peut être modélisée par une résistance R_{fer} en parallèle avec une inductance L_{mag} .
- ✓ L'élément résistif R_{fer} est traversé par la composante active $i_{1\text{oa}}(t)$ du courant $i_{1\text{o}}(t)$. La puissance active consommée par cette résistance correspond aux pertes dans le fer.
- ✓ L'élément inductif L_{mag} est traversé par la composante réactive $i_{1\text{or}}(t)$ du courant $i_{1\text{o}}(t)$. La puissance réactive consommée par cet élément est nécessaire à la magnétisation du circuit.



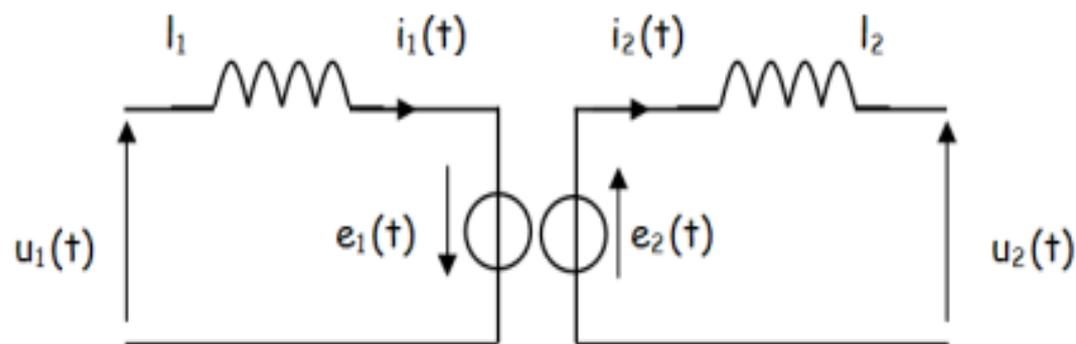
b- Prise en compte des résistances des enroulements

Deux résistances R_1 et R_2 sont placées dans les circuits du primaire et du secondaire pour caractériser les puissances perdues par effet Joule dans les deux enroulements.



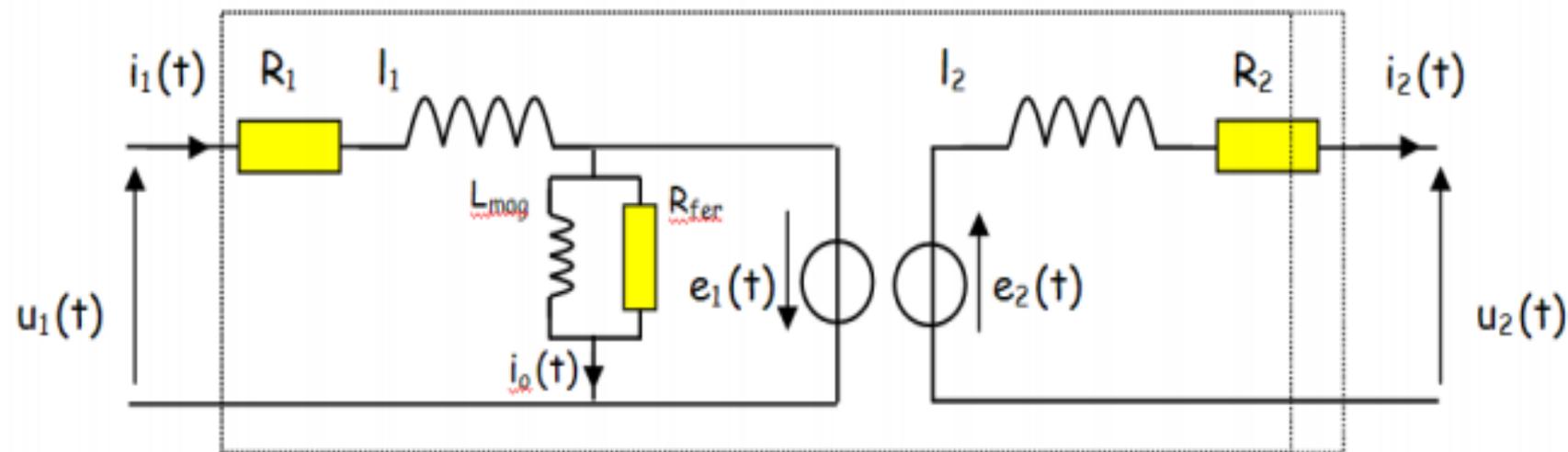
c- Prise en compte des fuites magnétiques

Deux inductances de fuite l_1 et l_2 sont placées dans les circuits du primaire et du secondaire pour caractériser les pertes de flux magnétique dans les deux enroulements.



d- Modèle complet du transformateur

Dans le modèle complet, nous retrouvons tous les éléments définis précédemment

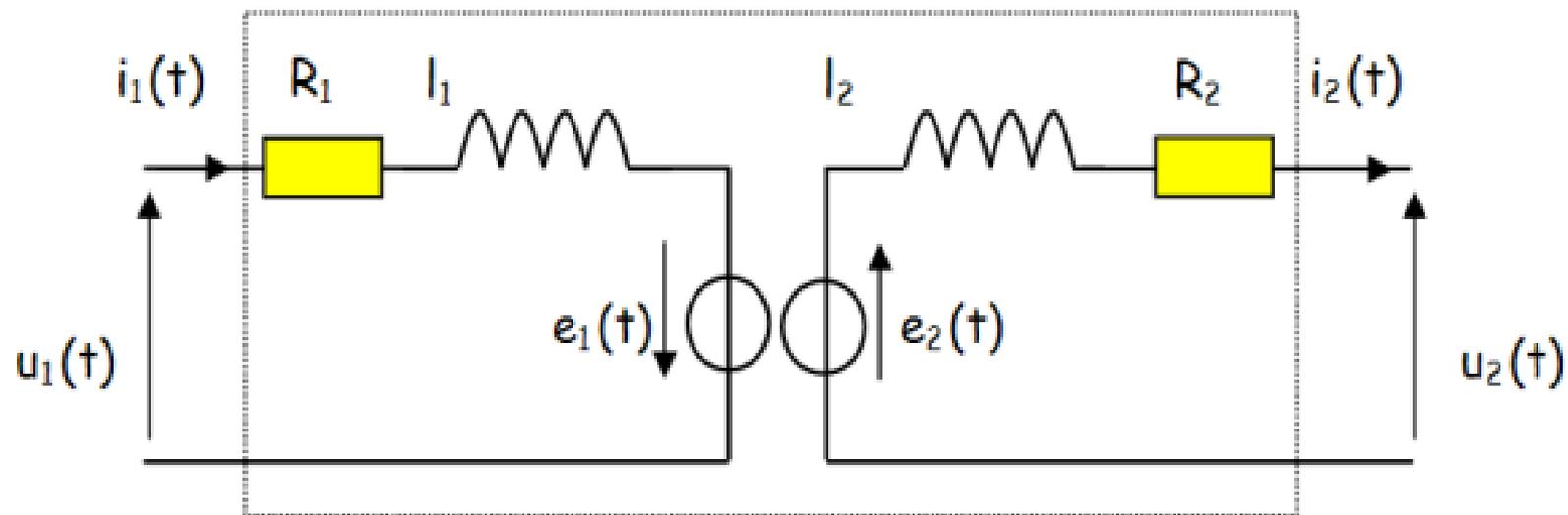


Dans ce cas, on peut déterminer pratiquement :

- Le rapport de transformation $m = \frac{V_{20}}{V_{10}}$
- La résistance de circuit magnétique $R_f = \frac{V_1^2}{P_f} \approx \frac{V_1^2}{P_0}$
- La réactance magnétisante $X_m = \frac{V_1^2}{Q_f} \approx \frac{V_1^2}{Q_0}$

1.9. Approximation de Kapp

Dans l'hypothèse de Kapp, le courant à vide $i_{10}(t)$ est négligé devant le courant $i_{1n}(t)$. Cela revient à négliger le courant magnétisant, les pertes par hystérésis et par courants de Foucault. Le modèle simplifié devient donc :



Le circuit du primaire peut se mettre en équation comme suit :

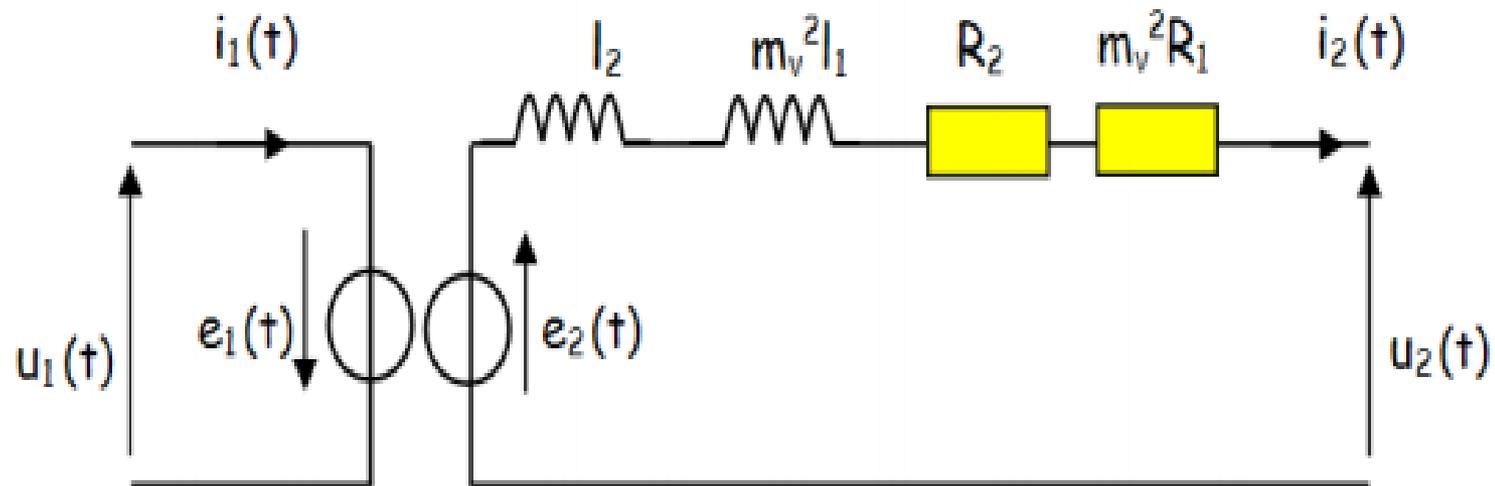
$$\underline{U}_1 = - \underline{E}_1 + R_1 \cdot \underline{I}_1 + j \cdot l_1 \omega \cdot \underline{I}_1$$

Le circuit du secondaire peut se mettre en équation comme suit :

$$\underline{U}_2 = E_2 - R_2 \cdot \underline{I}_2 - j \cdot l_2 \omega \cdot \underline{I}_2$$

1.11. Modèle équivalent du transformateur :

Le modèle de Thévenin équivalent au transformateur vu du secondaire consiste à ramener tous les éléments du transformateur sur le circuit du secondaire. Connaissant la charge, il sera aisé de calculer les paramètres électriques du transformateur complet. Les éléments R_1 et $X_1 = l_1 \omega$ peuvent être déplacés au secondaire en les multipliant par m_v au carré, ainsi :



Au primaire, la tension $u_1(t)$ est directement appliquée au secondaire, la tension $e_2(t)$ est donc de la forme :

Le plus souvent on se ramène au secondaire du transformateur, car généralement les grandeurs du secondaire (i_2 , v_2 et $\cos\varphi_2$) qui sont connues. Le problème le plus fréquent consiste à déterminer la chute de tension aux bornes du secondaire dans le cas où la tension au primaire est constante.

$$\bar{V}_1 = \bar{E}_1 + r_1 \cdot \bar{I}_1 + j l_{f1} \omega \cdot \bar{I}_1$$

En multipliant par (N_2/N_1) :

$$\frac{N_2}{N_1} \cdot \bar{V}_1 = \frac{N_2}{N_1} \cdot r_1 \cdot \bar{I}_1 + \frac{N_2}{N_1} \cdot j l_{f1} \omega \cdot \bar{I}_1 + \frac{N_2}{N_1} \cdot \bar{E}_1$$

$$\frac{\bar{E}_2}{\bar{E}_1} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_2} = \frac{\bar{V}_{2V}}{\bar{V}_1} = m$$

$$m \cdot \bar{V}_1 = m^2 \cdot r_1 \cdot \bar{I}_2 + j l_{f1} \omega \cdot m^2 \bar{I}_2 + m \cdot \bar{E}_1$$

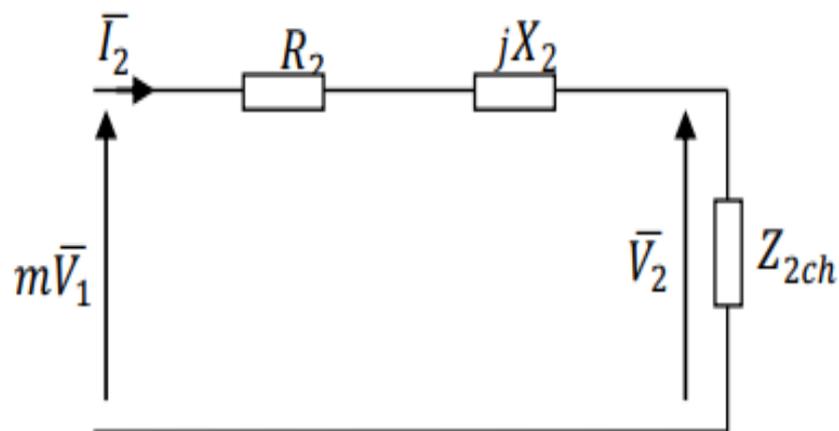
$$\bar{V}_{2V} = m^2 \cdot r_1 \cdot \bar{I}_2 + j l_{f1} \omega \cdot m^2 \bar{I}_2 + \bar{E}_2$$

$$\bar{V}_2 = \bar{E}_2 - (r_2 + j l_{f2} \omega) \cdot \bar{I}_2$$

$$\bar{V}_{2V} - \bar{V}_2 = [(m^2 r_1 + r_2) + j(m^2 l_{f1} \omega + l_{f2})] \cdot \bar{I}_2 = (R_2 + j X_2) \cdot \bar{I}_2 = \bar{Z}_2 \cdot \bar{I}_2$$

Où : $R_2 = r_2 + m^2 r_1$: Résistance totale du transformateur vue du secondaire

$X_2 = l_{f2} + m^2 l_{f1}$: Réactance totale de fuite vue du secondaire.



$$e_2(t) = -m_v \cdot u_1(t)$$

Au secondaire, les éléments résistifs et inductifs peuvent être associés :

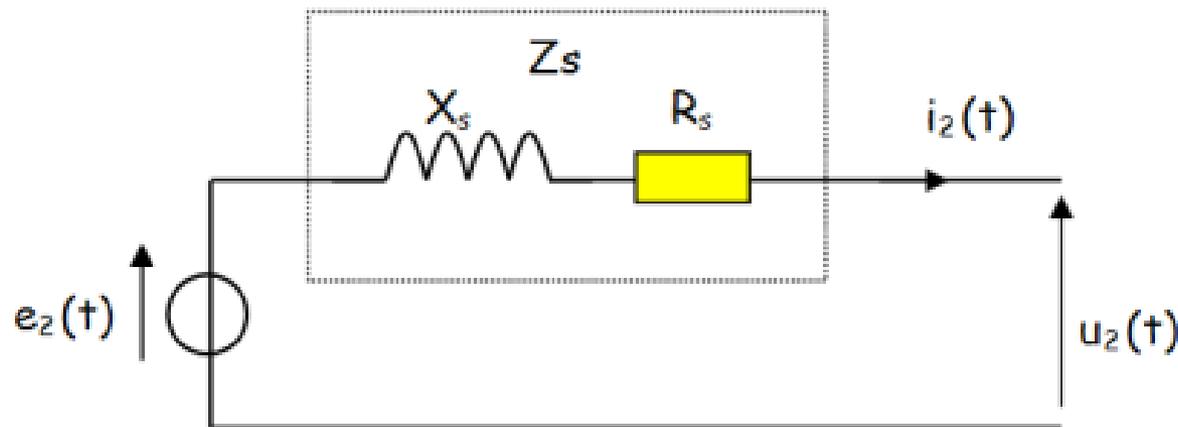
Les deux réactances en série se comportent comme une réactance unique notée :

$$X_s = m_v^2 X_1 + X_2 = (m_v^2 l_1 + l_2) \cdot \omega.$$

Les deux résistances en série se comportent comme une résistance unique notée :

$$R_s = m_v^2 R_1 + R_2$$

D'où le modèle suivant :



Z_s , l'impédance équivalente aux deux éléments R_s et X_s s'écrit sous forme complexe :

$$\underline{Z}_s = \underline{R}_s + j \underline{X}_s$$

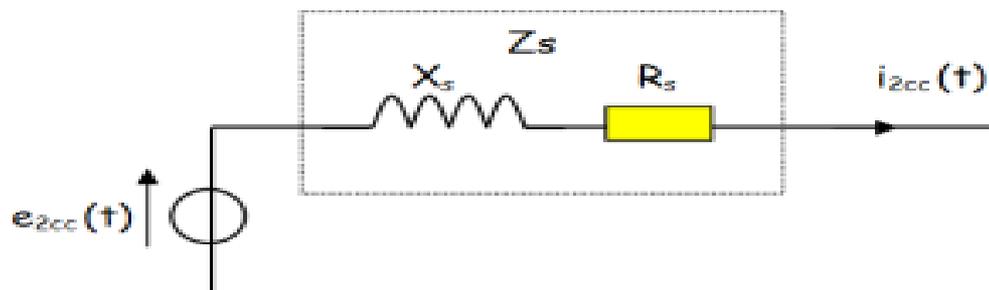
La tension $e_2(t)$ étant égale à $-m_v \cdot u_1(t)$, sa valeur efficace est donc égale à U_{20} .

Le circuit du secondaire peut se mettre en équation comme suit :

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_{20} - \underline{R}_s \cdot \underline{I}_2 - j \underline{X}_s \cdot \underline{I}_2$$

1.12. Calcul des éléments du modèle de Thévenin :

Lors de l'essai en court-circuit, le modèle de Thévenin équivalent au transformateur vu du secondaire devient :



Les éléments R_s et X_s peuvent être déterminés à l'aide des calculs suivants :

La puissance active P_{1cc} absorbée par le primaire représente dans le modèle présenté ci-dessus, les pertes par effet Joule dans la résistance équivalente R_s .

$$R_s = \frac{P_{1cc}}{I_{2cc}^2}$$

R_s La résistance équivalente ramenée au secondaire en ohms [Ω]

P_{1cc} La puissance consommée en court-circuit au primaire en watts [W]

La tension aux bornes de Z_s , l'association de R_s et X_s est de la forme :

$$E_{scc} = Z_s \cdot I_{2cc}$$

La valeur de l'impédance complexe Z_s se déduit donc de cette écriture :

$$Z_s = \frac{m_v U_{1cc}}{I_{2cc}}$$

Z_s L'impédance équivalente ramenée au secondaire en ohms [Ω]

m_v Rapport de transformation à vide [sans unités]

U_{1cc} La valeur efficace de la tension $u_{1cc}(t)$, en volts [V]

I_{2cc} La valeur efficace de l'intensité $i_{2cc}(t)$, en ampères [A]

Connaissant R_s et Z_s , la réactance $X_s = j \cdot l_s \square$ se déduit de la relation suivante :

$$Z_s = \sqrt{R_s^2 + X_s^2}$$

Z_s L'impédance équivalente ramenée au secondaire en ohms [Ω]

R_s La résistance équivalente ramenée au secondaire en ohms [Ω]

X_s La réactance équivalente ramenée au secondaire en ohms [Ω]

1.13. Evaluation de la chute de tension au secondaire par construction graphique

Pour réaliser la construction de Fresnel, afin d'évaluer la chute de tension ΔU_2 au secondaire du transformateur, nous devons connaître :

- Les paramètres m_v , R_s et X_s , ils sont calculés à l'aide des relations précédentes
- La charge utilisée, elle fixe les termes I_2 et φ_2

Le transformateur est alimenté sous sa tension nominale U_{1n} , la tension E_s est donc :

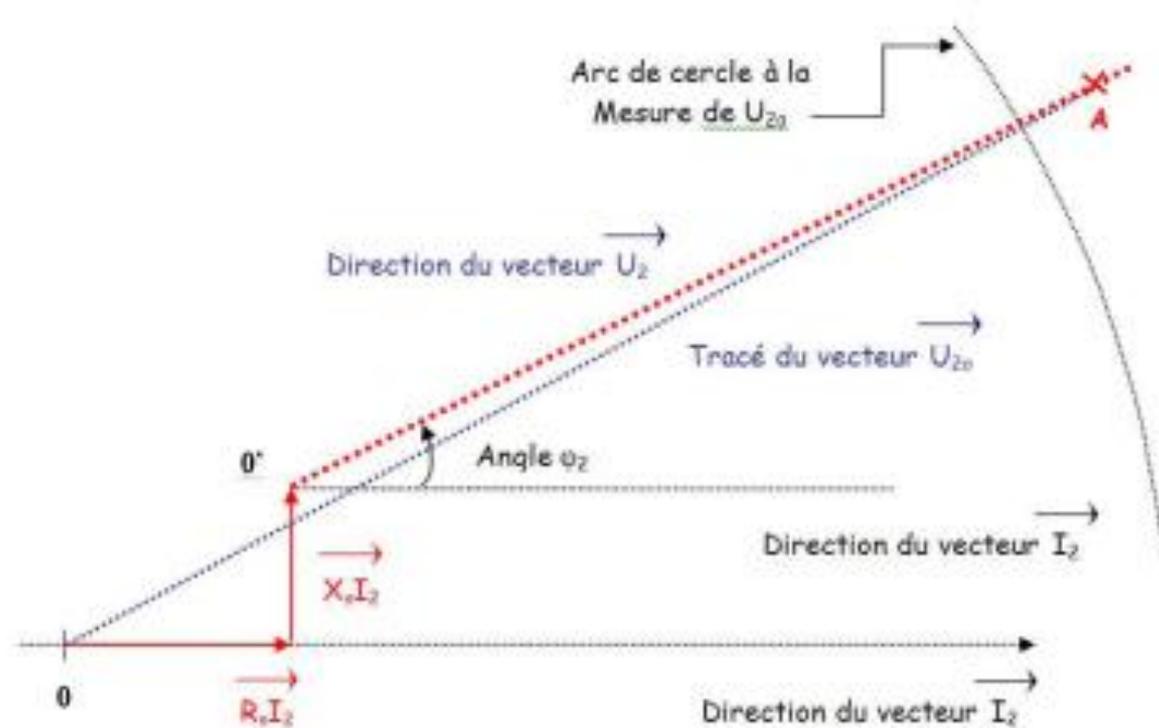
$$U_{20} = m_v \cdot U_{1n}.$$

Pour calculer la chute de tension ΔU_2 au secondaire, nous utiliserons la relation suivante :

$$U_2 = U_{20} - R_s \cdot I_2 - jX_s \cdot I_2$$

Réaliser la construction graphique comme suit :

- Se donner une origine O
- Se donner une échelle de correspondance en volts / centimètre
- Il faut tout d'abord calculer les termes $R_s \cdot I_2$ et $X_s \cdot I_2$
- Tracer la direction de $\overline{I_2}$.
- Placer à partir de O, le vecteur $\overline{R_s I_2}$.
- Placer perpendiculairement et à la suite du premier vecteur, le vecteur $\overline{X_s I_2}$.
- La somme de ces deux vecteurs donne le vecteur OO' .
- Tracer à partir de O' , la direction de $\overline{U_2}$ d'un angle φ_2 par rapport à $\overline{I_2}$.
- Tracer l'arc de cercle de centre O dont le rayon est égal à la valeur efficace de U_{20} .
- Placer le point d'intersection A, entre les demies droites caractérisant U_2 et U_{20} .
- Il ne reste plus qu'à mesurer le segment $O'A$, image de la valeur de la tension U_2 .



1.14. Calcul approché de la chute de tension au secondaire :

Si Les grandeurs $R_s.I_2$ et $X_s.I_2$ sont négligeables devant la tension U_{20} , les droites OA et O'A peuvent être considérées comme parallèles. Le calcul de la chute de tension peut être alors réalisé à l'aide d'une formule approchée

$\Delta U_2 = R_s.I_2.\cos \varphi_2 + X_s.I_2.\sin \varphi_2$	ΔU_2	La chute de tension au secondaire en exprimée en volts [V]
	R_s	La résistance équivalente ramenée au secondaire en ohms [Ω]
	I_2	La valeur efficace de l'intensité $i_2(t)$, en ampères [A]
	φ_2	L'angle de déphasage entre $u_2(t)$ et $i_2(t)$ en degrés [$^\circ$]
	X_s	La réactance équivalente ramenée au secondaire en ohms [Ω]

☒ Remarque :

- Le transformateur statique aura toujours un rendement meilleur que celui d'une machine tournante à cause des pertes mécaniques.
- Le rendement nominal d'un transformateur est généralement supérieur à 90%.
- Le meilleur rendement est obtenu avec une charge résistive.
- Le rendement maximal est obtenu par un courant optimal I_{2opt} tel que :

$$\frac{d\eta}{dI_2} = 0 \Leftrightarrow P_j = P_f \Leftrightarrow I_{2opt} = \sqrt{\frac{P_f}{R_s}} \quad (28)$$

Transformateur monophasé réel à vide : le secondaire du transformateur en circuit ouvert : $\begin{cases} i_2 = 0 \\ V_2 = V_{2v} \\ i_1 = i_{1v} \end{cases}$

TRANSFORMATEUR REEL EN CHARGE :

En charge : $I_2 \neq 0$; $V_2 \neq V_{2V}$; en général : $V_2 < V_{2V}$ à cause de la chute de tension due à la charge.

L'hypothèse de KAPP permet de simplifier l'étude du transformateur en charge, elle permet de ramener le transformateur soit au primaire ou bien au secondaire :