Solutions de la série N°3
Thermodynamique (23/24)

Exo 1

La transf subie par le gaz:

$$(P_0, V_i, T_0) \longrightarrow (2P_0, V_f, T_0)$$

- si g.p: $pV = nRT$ ($n = 1\,mol$)

$$W_{rev} = -\int_{V_i}^{V_f} p\,dV = -\int_{V_i}^{V_f} \frac{RT}{V}\,dV$$

$$= -RT_0 \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

et comme $P_f V_f = P_0 V_0$ (isotherme)

alors: $V_f / V_i = \frac{P_0}{P_f} = 1/2 \Rightarrow$

$$W_{rev} = \boxed{RT_0 \ln(2)}$$

- si g de Van der Waals

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT_0 \Rightarrow$$

$$p = \frac{RT_0}{V-b} - \frac{a}{V^2}$$

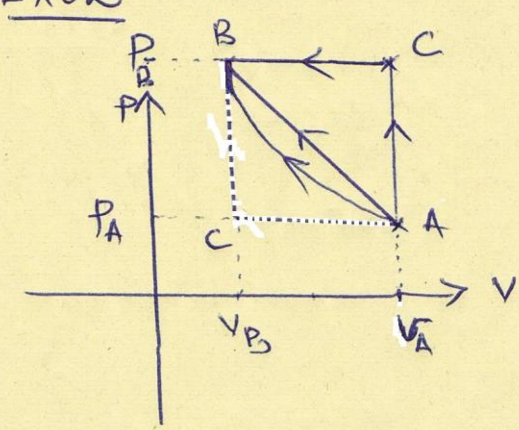
alors ; $W_{rev} = -\int_{V_i}^{V_f} p\,dV$

$$= -\int_{V_i}^{V_f} \left(\frac{RT_0}{V-b} - \frac{a}{V^2}\right) dV$$

ce qui donne:

$$W_{rev} = \boxed{RT_0 \ln\left(\frac{V_i - b}{V_f - b}\right) + a\left(\frac{1}{V_i} - \frac{1}{V_f}\right)}$$

Exo 2



1_ Chemin A1B:

Comme précédemment:

$$P_A V_A = P_B V_B \Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \frac{P_A}{P_B} = 1/3$$

$$W_1 = -2RT_A \int_{V_A}^{V_B} \frac{dV}{V} = \boxed{2RT_A \ln(3)}$$

2 _ Chemin A2B:

portion de droite (AB)

d'équation:

$$\frac{p - P_A}{V - V_A} = \frac{P_B - P_A}{V_B - V_A} \Rightarrow$$

$$p(V) = \frac{3P_A}{V_A} V - 4P_A$$

d'où:

$$W_2 = -\int_{V_A}^{V_B} \left(\frac{3P_A}{V_A} \cdot V - 4P_A\right) dV$$

$$= -\left[\frac{3P_A}{2V_A}\left(V_B^2 - V_A^2\right) - 4P_A\left(V_B - V_A\right)\right]$$

$$= \boxed{8/3\, RT_A}$$

3 _ Chemin A3B: isochore + isoba

$$W_3 = W_{AC} + W_{CB}$$

$W_{AC} = 0$ (isochore $V = cte$)

$$W_{CB} = -\int_{V_A}^{V_B} P_B \, dV = -P_B(V_B - V_A)$$

$$= -3P_A\left(-\frac{2}{3}V_A\right) = 2P_AV_A$$

$$= \boxed{4RT_A}$$

d'où : $W_3 = 0 + 4RT_A = \boxed{4RT_A}$

Exo3

- solide

$$\delta W = -p\,dV$$

or : $\chi_T = -\frac{1}{V}\frac{dV}{dp} \Rightarrow$

$$dV = -\chi_T V\,dp \Rightarrow$$

$$\delta W = \chi_T V p\,dp$$

le travail total sera:

$$W = \int_{P_1}^{P_2} \chi_T V p\,dp$$

et comme $\chi_T \ll \Rightarrow V \simeq cte$

$$\Rightarrow W = \chi_T V \int_{P_1}^{P_2} p\,dp = \frac{\chi_T V}{2}\left(P_2^2 - P_1^2\right)$$

A.N: $W = \frac{10^{-11} \cdot 10^{-3}}{2}\left((1{,}013)^2 \cdot 101.99.10^{10}\right)$

$$= \boxed{0{,}513\,J}$$

- g.p : $W_{gp} = -\int_{V_1}^{V_2} p\,dV = -\int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT_1}{V}\,dV$

$$W_{gp} = P_1V_1 \ln\frac{V_1}{V_2}$$

avec: $P_1V_1 = P_2V_2 \Rightarrow W_{gp} = P_1V_1 \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$

A.N : $W_{g.p} = \boxed{466{,}5\,J}$

Exo4

$$\delta Q_V = m\,C_V(T)\,dT$$

$m = M_{CO} = 28\,g$.

$$C_V(T) = A_0 - \frac{A_1}{T} + \frac{A_2}{T^2}$$

$$\Rightarrow Q_V = \int_{T_1}^{T_2} m\,C_V(T)\,dT$$

$$= M_{CO}\left[A_0(T_2 - T_1) - A_1 \ln\frac{T_2}{T_1} - A_2\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)\right]$$

avec : $T_1 = 273{,}15 + 27 = 300{,}15$

$T_2 = 273{,}15 + 127 = 400{,}15$

d'où :

$$Q_V = 28\left[1{,}41(100) - 492.\ln\left(\frac{400{,}15}{300{,}15}\right) - 16.10\left(\frac{1}{400{,}15} - \frac{1}{300{,}15}\right)\right]$$

$$= \boxed{3716{,}7\,J}$$

$$Q_V = m\,(C_V)_{moy}\,(T_2 - T_1)$$

$$\Rightarrow (C_V)_{moy} = \frac{Q_V}{m(T_2 - T_1)} = \boxed{1{,}33\,J.K^{-1}.g}$$

2- CO g.p $\Rightarrow C_p - C_V = R$

$$\Rightarrow C_p = R + C_V$$

$$Q_p = m\,c_p\,\Delta T = 28(1{,}33 + 0{,}297).10$$

$$= \boxed{4555{,}6\,J}$$

§

EXO5:

1- le système calorimètre + liquide est isolé thermiquement $\Rightarrow$

pendant un temps dt nous avons :

$\delta Q_1 + \delta Q_2 = 0$

δQ_1 = chaleur reçue par le calorimètre

δQ_2 = chaleur cédée par le liquide

$\delta Q_1 = \Gamma \, d\theta \quad : \quad d\theta = \theta(t+dt) - \theta(t)$

$\delta Q_2 = c\, dm\,(\theta(t) + d\theta - \theta_1) \simeq c\, dm\,(\theta - \theta_1)$

avec dm = la masse du liquide qui passe pendant dt

$= k\,dt$

ce qui donne :

$\Gamma \, d\theta + c k\, dt\,(\theta - \theta_1) = 0$

on divise par dt on obtient :

$\Gamma \dot{\theta} + ck(\theta - \theta_1) = 0$

on pose $\varphi(t) = \theta - \theta_1 \Rightarrow$

$\Gamma \dot{\varphi} + ck\varphi = 0 \Rightarrow \boxed{\dot{\varphi} + \frac{ck}{\Gamma}\varphi = 0}$

Eq diff dont la solution est :

$\varphi(t) = A e^{-\frac{ck}{\Gamma}t}$

à $t = 0 \quad \theta(0) = \theta_0 \Rightarrow \varphi(0) = \theta_0 - \theta_1$

$\Rightarrow \quad A = \theta_0 - \theta_1 \quad$ alors :

$\varphi(t) = (\theta_0 - \theta_1) e^{-\frac{ck}{\Gamma}t}$

finalement :

$$\boxed{\theta(t) = \theta_1 + (\theta_0 - \theta_1) e^{-\frac{ck}{\Gamma}t}}$$

2- Si on verse 100g de liquide directement ds le calorimètre alors :

$Q_1 = \Gamma(\theta_2 - \theta_0)$

$Q_2 = mc(\theta_2 - \theta_1)$

avec $Q_1 + Q_2 = 0$ ce qui donne :

$$\theta_2 = \frac{mc\theta_1 + \Gamma\theta_0}{mc + \Gamma} = \boxed{20{,}9\,°C}$$

3- Le serpentin parcouru par de l' H_2 : (transf à v = cte)

$\theta(100s) = 52 = 80 + (15 - 80) e^{-} \; c/4$

d'où : $\boxed{c_v = 3{,}37 \text{ cal/g}\cdot°C}$

EXO6

1a- $\frac{V_0}{T_0} = \frac{2V_0}{T_1} \Rightarrow \boxed{T_1 = 2T_0}$

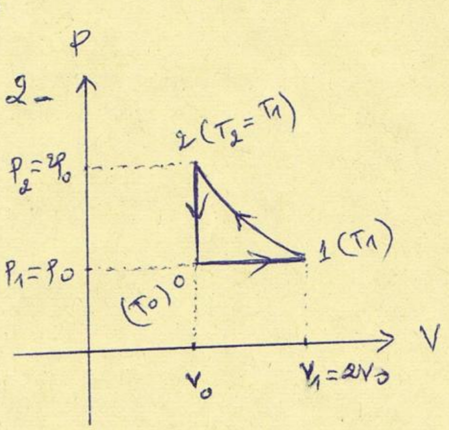
avec : $P_0 V_0 = RT_0 \Rightarrow \boxed{T_0 = 336{,}8 \text{ K}}$

d'où : $T_1 = 2T_0 = \boxed{673{,}6 \text{ K}}$

1b- $P_2 V_0 = RT_1 = 2P_0V_0 \Rightarrow P_2 = 2P_0$

donc : $\boxed{P_2 = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}}$

2-



3- $W_1 = -P_0(V_1 - V_0) = -P_0V_0 = \boxed{-2800\,J}$

$Q_1 = \Delta H_1 = \frac{\gamma R}{\gamma-1}(T_1 - T_0) = \frac{\gamma}{\gamma-1}P_0V_0 = \boxed{9800\,J}$

$W_2 = -\int_{V_1}^{V_0} p\,dV = -\int_{V_1}^{V_0} \frac{RT_1}{V}dV = -RT_1 \ln\left(\frac{V_0}{V_1}\right)$

$\Rightarrow \quad W_2 = RT_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_0}\right) = 2P_0V_0 \ln 2$

$= \boxed{3881,6\,J}$

$Q_2 + W_2 = \Delta U_{12} = 0$ car $T = T_1 = cte \Rightarrow$

$Q_2 = -W_2 = \boxed{-3881,6\,J}$

$W_3 = 0 \; (V = cte)$

$Q_3 = \Delta U_{20} = \frac{R}{\gamma-1}(T_0 - T_1) = -\frac{P_0V_0}{\gamma-1}$

$\Rightarrow \boxed{Q_3 = -7000\,J}$

4- On vérifie facilement que

$\Delta U = \Delta U_{01} + \Delta U_{12} + \Delta U_{20} = 0$

et $\Delta H = \Delta H_{01} + \Delta H_{12} + \Delta H_{20} = 0$

Exo7

* transformation adiabatique réversible alors :

$W_{rév} = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{\gamma-1}$

sachant que : $P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma} \Rightarrow$

$\boxed{W_{rév} = \frac{(2^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1)P_1V_1}{\gamma-1}}$

A.N. : $\boxed{W_{rév} = 55\,J}$

* transformation adiabatique irréversible :

$W_{irrev} = \Delta U_{1f}$

$W_{irrev} = -P_2(V_f - V_1)$

$\Delta U_{1f} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_f - T_1) = \frac{P_2V_f - P_1V_1}{\gamma-1}$

$\Rightarrow \quad -P_2(V_f - V_1) = \frac{P_2V_f - P_1V_1}{\gamma-1}$

d'où : $V_f = \frac{V_1}{2} = \boxed{0,5\,l}$

Donc :

$W_{irrev} = -2P_1\left(\frac{V_1}{2} - V_1\right) = P_1V_1$

$= \boxed{100\,J}$

Résultat :

1- $W_{irrev} > W_{rev}$

2- Compression adiabatique rév

et " " irrev

ne donnent pas le m̂ état final.

Fin.