محاضرة حول:

معامل الإرتباط بيرسون

01/- معامل إرتباط بيرسون (Pearson):

يعد معامل إرتباط بيرسون (1857- 1936) كأحد المؤشرات الإحصائية البراميترية لدراسة مدى قوة وإتجاه العلاقة بين متغيرين كميين (Xو Y) أحدهما مستقل والمتغير الأخر متغير تابع.

معامل ارتباط بيرسون هو إحصائيات الاختبار التي تقيس العلاقة الإحصائية أو الارتباط بين متغيرين مستمرين. يُعرف باسم أفضل طريقة لقياس الارتباط بين متغيرات الاهتمام لأنه يعتمد على طريقة التغاير فهو يعطي معلومات حول حجم الارتباط واتجاه العلاقة.

تتراوح قيمة rp في معامل ارتباط بيرسون (Pearson) من -1 إلى 1. اذا كانت r تساوي -1 تشير إلى علاقة خطية سالبة مثالية بين المتغيرات، في حين أن rp تساوي 0 تشير إلى عدم وجود علاقة خطية بين المتغيرات، في حال rp تساوي 1 تشير إلى وجود علاقة خطية موجبة مثالية بين المتغيرات.

ينتج عن الارتباط ثنائي المتغير معامل الارتباط بيرسون (rp) والذي يقيس قوة واتجاه العلاقات الخطية بين أزواج المتغيرات المستمرة. حيث يقيم ارتباط بيرسون ما إذا كانت هناك أدلة إحصائية على وجود علاقة خطية بين نفس أزواج المتغيرات في السكان.

ويتم استخدام ارتباط بيرسون ثنائية المتغيرات عادة لقياس ما يلي:

- الارتباط بين أزواج المتغيرات
- الارتباطات داخل مجموعات المتغيرات وفيما بينها
- كما تشير علاقة بيرسون ثنائية المتغير إلى ما يلي:

- هناك علاقة خطية ذات دلالة إحصـائية بين اثنين من المتغيرات المستمرة.
- قوة العلاقة الخطية (أي مدى قرب العلاقة من خط مسـتقيم تمامًا).
- اتجاه العلاقة الخطية (زيادة أو تناقص).

يأخذ الارتباط أي قيمة في النطاق [-1 ، 1]. تشـير علامة معامل الارتباط إلى اتجاه العلاقة، بينما يشـير حجم العلاقة (مدى قربها إلى -1 أو 1) إلى قوة العلاقة. من خلال التفسير أو الخصائص التالية:

02/- خصائص معامل إرتباط بيرسون (Pearson):

- تكون العلاقة في معامل الإرتباط لبيرسـون علاقة خطية إيجابية تامة (إرتباط طردي تام)، إذا جاءت قيمته مساوية لـ: (+1).
- تكون العلاقة في معامل الإرتباط لبيرسـون علاقة طردية ضـعيفة جدا (إرتباط قليل جدا)، إذا جاءت قيمته تتراوح مابين: 0.01 و أقل من 0.10
- تكون العلاقة في معامل الإرتباط لبيرسـون علاقة طردية ضـعيفة (إرتباط قليل)، إذا جاءت قيمته تتراوح مابين: 0.10 و أقل من 0.30
- تكون العلاقة في معامل الإرتباط لبيرسون علاقة طردية متوسطة (إرتباط متوسـط)، إذا جاءت قيمته تتراوح مابين: 0.30 و أقل من 0.60

- تكون العلاقة في معامل الإرتباط لبيرسون علاقة طردية قوية (إرتباط كبير)، إذا جاءت قيمته تتراوح مابين: 0.60 و أقل من 0.80
- تكون العلاقة في معامل الإرتباط لبيرسون علاقة طردية قوية جدا (إرتباط كبير جدا)، إذا جاءت قيمته تتراوح مابين: 0.80 و أقل من 1
- **تكون العلاقة في معامل الإرتباط لبيرسون علاقة منعدمة (لا يوجد إرتباط)، إذا جاءت قيمته مساوية لـ: (0).**
- تكون العلاقة في معامل الإرتباط لبيرسون علاقة خطية سلبية تامة (إرتباط عكسي تام)، إذا جاءت قيمته مساوية لـ: (-1).
- تكون العلاقة في معامل الإرتباط لبيرسون علاقة عكسية ضعيفة جدا (إرتباط قليل جدا)، إذا جاءت قيمته تتراوح مابين: (-0.01) و أقل من (-0.10)
- تكون العلاقة في معامل الإرتباط لبيرسون علاقة عكسية ضعيفة (إرتباط قليل)، إذا جاءت قيمته تتراوح مابين: (-0.10) و أقل من (-0.30)
- تكون العلاقة في معامل الإرتباط لبيرسون علاقة عكسية متوسطة (إرتباط متوسط)، إذا جاءت قيمته تتراوح مابين: (-0.30) و أقل من (-0.60)
- تكون العلاقة في معامل الإرتباط لبيرسون علاقة عكسية قوية (إرتباط كبير)، إذا جاءت قيمته تتراوح مابين: (-0.60) و أقل من (-0.80)

تكون العلاقة في معامل الإرتباط لبيرسون علاقة عكسية قوية جدا (إرتباط كبير جدا)، إذا جاءت قيمته تتراوح مابين: (-0.80) و أقل من (-1)

فتحديد قوة الارتباط على أساس معامل ارتباط بيرسون يكون من خلال العلاقة بين المتغيرين, حيث أن كلما كانت العلاقة بين المتغيرين أقوى كلما كان معامل ارتباط بيرسون (rp) أقرب إلى +1 أو -1 اعتمادًا على ذلك تكون العلاقة إيجابية أو سلبية على التوالي.

حيث تشير قيم rp بين +1 و -1 (على سبيل المثال ، rp = 0.8 أو -0.4) إلى وجود تباين حول خط الأنسب.

فكلما زادت قيمة rp إلى 0 كلما زاد التباين حول خط الأنسب.

كما يشير الارتباط الإيجابي إلى أن كلا المتغيرين يزيدان أو ينقصان معًا، بينما يشير الارتباط السلبي إلى أنه كلما زاد أحد المتغيرات انخفض المتغير الآخر، والعكس صحيح.

حساب معامل الارتباط بيرسون:

يحسب معامل بيرسون (Pearson) الذي نرمز له بالرمز rp من العلاقة الآتية:

$$rp = \frac{\frac{\sum(x.y)}{n} - (\bar{x})(\bar{y})}{s(x) \cdot s(y)}$$

حيث أن:

rp : معامل الارتباط بيرسون.

$(x$ و $y)$: الظاهرتان المدروستان.

$(\overline{x})$: المتوسط (الوسط) الحسابي للظاهرة(x) والذي نحسبه ومن الصيغة التالية: $\overline{x} = \frac{\sum xi}{n}$

$(\overline{y})$: المتوسط (الوسط) الحسابي للظاهرة(y) والذي نحسبه ومن الصيغة التالية: $\overline{y} = \frac{\sum yi}{n}$

$s(x)$: الإنحراف المعياري للظاهرة(x) والذي نحسبه ومن الصيغة التالية: $s(x) = \sqrt{\frac{\sum (xi)^2}{n} - \overline{x}^2}$

$s(y)$: الإنحراف المعياري للظاهرة(y) والذي نحسبه ومن الصيغة التالية: $s(y) = \sqrt{\frac{\sum (yi)^2}{n} - \overline{y}^2}$

مثال:

البيانات التالية تمثل أعمار (x) 05 أطفال والقدرة على تذكر عدد من الكلمات في زمن محدد (y) والمطلوب منا هو حساب قيمة معامل الارتباط بيرسون بين هاذين المتغيرين قيد الدراسة؟

(x)	2	3	5	7	8
(y)	10	12	15	18	21

الحل:

لحساب قيمة معامل الارتباط بيرسون بين هاذين المتغيرين نطبق العلاقة التالية: $rp = \frac{\frac{\sum (x.y)}{n} - (\overline{x})(\overline{y})}{s(x) \cdot s(y)}$

(x)	(y)	(x.y)	X2	Y2
2	10	20	4	100
3	12	36	9	144
5	15	75	25	225
7	18	126	49	324
8	21	168	64	441
25	76	425	151	1234

$$\overline{X} = \frac{\sum xi}{n} = \frac{25}{5} = 5$$

$$y = \frac{\sum yi}{n} = \frac{76}{5} = 15.2$$

$$s(x) = \sqrt{\frac{\sum (xi)^2}{n} - \overline{x}^2}$$

$$= \sqrt{\frac{151}{5} - (5)^2}$$

$$= \sqrt{30.2 - 25}$$

$$= \sqrt{5.2}$$

$$\mathbf{s(x) = 2.28}$$

$$s(y) = \sqrt{\frac{\sum (yi)^2}{n} - \overline{y}^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1234}{5} - (15.2)^2}$$

$$= \sqrt{246.8 - 231.04}$$

$$= \sqrt{\mathbf{15.76}}$$

$$\mathbf{s(y) = 3.96}$$

$$rp = \frac{\frac{\sum(x.y)}{n} - \overline{(x)}\,\overline{(y)}}{s(x)\ .\ s(y)}$$

$$= \frac{\frac{425}{5} - (5)(15.2)}{(2.28)\ (3.96\ )}$$

$$= \frac{85 - 76}{9.028}$$

$$= \frac{9}{9.028}$$

$$\mathbf{rp = 0.99}$$

من خلال قيمة معامل الارتباط بير سون الم ساوية لـــــ:

0.99 نلاحظ أنه توجد **علاقة إرتباطية طردية قوية جدا** بين أعمار الأطفال وقدرتهم على تذكر عدد من الكلمات.