

# محاضرة حول:

# معامل الارتباط بيرسون

### 01-/- معامل ارتباط بيرسون (Pearson):

يعد معامل ارتباط بيرسون (1857-1936) كأحد المؤشرات الإحصائية البارامترية لدراسة مدى قوة واتجاه العلاقة بين متغيرين كميين (X و Y) أحدهما مستقل والمتغير الآخر متغير تابع.

معامل ارتباط بيرسون هو إحصائيات الاختبار التي تقيس العلاقة الإحصائية أو الارتباط بين متغيرين مستمرين. يُعرف باسم أفضل طريقة لقياس الارتباط بين متغيرات الاهتمام لأنه يعتمد على طريقة التغير فهو يعطي معلومات حول حجم الارتباط واتجاه العلاقة.

تتراوح قيمة  $r_p$  في معامل ارتباط بيرسون (Pearson) من -1 إلى 1. اذا كانت  $r$  تساوي -1 تشير إلى علاقة خطية سالبة مثالية بين المتغيرات، في حين أن  $r_p$  تساوي 0 تشير إلى عدم وجود علاقة خطية بين المتغيرات، في حال  $r_p$  تساوي 1 تشير إلى وجود علاقة خطية موجبة مثالية بين المتغيرات. ينتج عن الارتباط ثنائي المتغير معامل الارتباط بيرسون ( $r_p$ ) والذي يقيس قوة واتجاه العلاقات الخطية بين أزواج المتغيرات المستمرة. حيث يقيم ارتباط بيرسون ما إذا كانت هناك أدلة إحصائية على وجود علاقة خطية بين نفس أزواج المتغيرات في السكان.

ويتم استخدام ارتباط بيرسون ثنائية المتغيرات عادة لقياس ما يلي:

✚ الارتباط بين أزواج المتغيرات

✚ الارتباطات داخل مجموعات المتغيرات وفيما بينها

✚ كما تشير علاقة بيرسون ثنائية المتغير إلى ما يلي:

+ هناك علاقة خطية ذات دلالة إحصائية بين اثنين من المتغيرات

المستمرة.

+ قوة العلاقة الخطية (أي مدى قرب العلاقة من خط مستقيم

تمامًا).

+ اتجاه العلاقة الخطية (زيادة أو تناقص).

يأخذ الارتباط أي قيمة في النطاق  $[-1, 1]$ . تشير علامة معامل الارتباط إلى اتجاه العلاقة، بينما يشير حجم العلاقة (مدى قربها إلى  $-1$  أو  $1$ ) إلى قوة العلاقة. من خلال التفسير أو الخصائص التالية:

02/- **خصائص معامل ارتباط بيرسون (Pearson):**

+ تكون العلاقة في معامل الارتباط لبيرسون علاقة خطية إيجابية

تامة (إرتباط طردي تام)، إذا جاءت قيمته مساوية لـ  $(+1)$ .

+ تكون العلاقة في معامل الارتباط لبيرسون علاقة طردية ضعيفة

جدا (إرتباط قليل جدا)، إذا جاءت قيمته تتراوح ما بين:  $0.01$  و أقل من

$0.10$

+ تكون العلاقة في معامل الارتباط لبيرسون علاقة طردية ضعيفة

(إرتباط قليل)، إذا جاءت قيمته تتراوح ما بين:  $0.10$  و أقل من  $0.30$

+ تكون العلاقة في معامل الارتباط لبيرسون علاقة طردية متوسطة

(إرتباط متوسط)، إذا جاءت قيمته تتراوح ما بين:  $0.30$  و أقل من  $0.60$

+ تكون العلاقة في معامل الارتباط لبيرسون علاقة طردية قوية

(إرتباط كبير)، إذا جاءت قيمته تتراوح ما بين: 0.60 و أقل من 0.80

+ تكون العلاقة في معامل الارتباط لبيرسون علاقة طردية قوية

جدا (إرتباط كبير جدا)، إذا جاءت قيمته تتراوح ما بين: 0.80 و أقل من 1

+ تكون العلاقة في معامل الارتباط لبيرسون علاقة منعدمة (لا

يوجد إرتباط)، إذا جاءت قيمته مساوية ل: (0).

+ تكون العلاقة في معامل الارتباط لبيرسون علاقة خطية سلبية

تامة (إرتباط عكسي تام)، إذا جاءت قيمته مساوية ل: (-1).

+ تكون العلاقة في معامل الارتباط لبيرسون علاقة عكسية ضعيفة

جدا (إرتباط قليل جدا)، إذا جاءت قيمته تتراوح ما بين: (-0.01) و أقل من

(-0.10)

+ تكون العلاقة في معامل الارتباط لبيرسون علاقة عكسية ضعيفة

(إرتباط قليل)، إذا جاءت قيمته تتراوح ما بين: (-0.10) و أقل من (-0.30)

+ تكون العلاقة في معامل الارتباط لبيرسون علاقة عكسية

متوسطة (إرتباط متوسط)، إذا جاءت قيمته تتراوح ما بين: (-0.30) و أقل من

(-0.60)

+ تكون العلاقة في معامل الارتباط لبيرسون علاقة عكسية قوية

(إرتباط كبير)، إذا جاءت قيمته تتراوح ما بين: (-0.60) و أقل من (-0.80)

+ تكون العلاقة في معامل الارتباط لبيرسون علاقة عكسية قوية جدا (إرتباط كبير جدا)، إذا جاءت قيمته تتراوح ما بين: (-0.80) و أقل من (1-)

فتحديد قوة الارتباط على أساس معامل ارتباط بيرسون يكون من خلال العلاقة بين المتغيرين، حيث أن كلما كانت العلاقة بين المتغيرين أقوى كلما كان معامل ارتباط بيرسون (rp) أقرب إلى +1 أو -1 اعتمادًا على ذلك تكون العلاقة إيجابية أو سلبية على التوالي.

حيث تشير قيم rp بين +1 و -1 (على سبيل المثال ، rp = 0.8 أو -0.4) إلى وجود تباين حول خط الأنسب.

فكلما زادت قيمة rp إلى 0 كلما زاد التباين حول خط الأنسب.

كما يشير الارتباط الإيجابي إلى أن كلا المتغيرين يزيدان أو ينقصان معًا، بينما يشير الارتباط السلبي إلى أنه كلما زاد أحد المتغيرات انخفض المتغير الآخر، والعكس صحيح.

### حساب معامل الارتباط بيرسون:

يحسب معامل بيرسون (Pearson) الذي نرسم له بالرمز rp من

$$rp = \frac{\frac{\sum(x.y)}{n} - (\bar{x})(\bar{y})}{s(x) \cdot s(y)} \quad \text{العلاقة الآتية:}$$

حيث أن:

rp : معامل الارتباط بيرسون.

(x و y) : الظاهرتان المدروستان.

( $\bar{X}$ ): المتوسط (الوسط) الحسابي للظاهرة ( $X$ ) والذي نحسبه ومن

$$\bar{X} = \frac{\sum xi}{n} \quad \text{الصيغة التالية:}$$

( $\bar{Y}$ ): المتوسط (الوسط) الحسابي للظاهرة ( $Y$ ) والذي نحسبه

$$\bar{Y} = \frac{\sum yi}{n} \quad \text{ومن الصيغة التالية:}$$

$S(X)$ : الإنحراف المعياري للظاهرة ( $X$ ) والذي نحسبه ومن الصيغة

$$S(X) = \sqrt{\frac{\sum (xi)^2}{n} - \bar{X}^2} \quad \text{التالية:}$$

$S(Y)$ : الإنحراف المعياري للظاهرة ( $Y$ ) والذي نحسبه ومن الصيغة

$$S(Y) = \sqrt{\frac{\sum (yi)^2}{n} - \bar{Y}^2} \quad \text{التالية:}$$

مثال:

البيانات التالية تمثل أعمار ( $X$ ) 05 أطفال والقدرة على تذكر عدد من الكلمات في زمن محدد ( $Y$ ) والمطلوب منا هو حساب قيمة معامل الارتباط بيرسون بين هاذين المتغيرين قيد الدراسة؟

|    |    |    |    |    |         |
|----|----|----|----|----|---------|
| 8  | 7  | 5  | 3  | 2  | ( $X$ ) |
| 21 | 18 | 15 | 12 | 10 | ( $Y$ ) |

الحل:

لحساب قيمة معامل الارتباط بيرسون بين هاذين المتغيرين

$$rp = \frac{\frac{\sum (x.y)}{n} - (\bar{x})(\bar{y})}{s(x) \cdot s(y)} \quad \text{نطبق العلاقة التالية:}$$

| (x) | (y) | (x.y) | X <sup>2</sup> | Y <sup>2</sup> |
|-----|-----|-------|----------------|----------------|
| 2   | 10  | 20    | 4              | 100            |
| 3   | 12  | 36    | 9              | 144            |
| 5   | 15  | 75    | 25             | 225            |
| 7   | 18  | 126   | 49             | 324            |
| 8   | 21  | 168   | 64             | 441            |
| 25  | 76  | 425   | 151            | 1234           |

$$\bar{X} = \frac{\sum xi}{n} = \frac{25}{5} = 5$$

$$\bar{y} = \frac{\sum yi}{n} = \frac{76}{5} = 15.2$$

$$s(x) = \sqrt{\frac{\sum (xi)^2}{n} - \bar{X}^2}$$

$$= \sqrt{\frac{151}{5} - (5)^2}$$

$$= \sqrt{30.2 - 25}$$

$$= \sqrt{5.2}$$

$$s(x) = 2.28$$

$$s(y) = \sqrt{\frac{\sum (yi)^2}{n} - \bar{y}^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1234}{5} - (15.2)^2}$$

$$= \sqrt{246.8 - 231.04}$$

$$= \sqrt{15.76}$$

$$s(y) = 3.96$$

$$\begin{aligned} r_p &= \frac{\frac{\sum(x.y)}{n} - (\bar{x})(\bar{y})}{s(x) \cdot s(y)} \\ &= \frac{\frac{425}{5} - (5)(15.2)}{(2.28)(3.96)} \\ &= \frac{85 - 76}{9.028} \\ &= \frac{9.028}{9.028} \\ r_p &= 0.99 \end{aligned}$$

من خلال قيمة معامل الارتباط بيرسون المساوية لـ:

**0.99** نلاحظ أنه توجد **علاقة إرتباطية طردية قوية جدا** بين

أعمار الأطفال وقدرتهم على تذكر عدد من الكلمات.