

# محاضرة حول:

# اختبار مربع كاي

### 01- اختبار مربع كاي تربيع ( $X^2$ ):

هو اختبار بسيط يقوم به الباحث لمعرفة ما إذا كان هناك علاقة بين ظاهرتين أو متغيرين أو شيئين، حيث يجرى هذا الاختبار عن طريق مقارنة قيمة يحددها الباحث مسبقاً؛ تعرف بمستوى المعنوية ( $\alpha$ ).

وعليه يمكن إجراء اختبار مربع كاي تربيع على البيانات التي يجمعها الباحث بمختلف الطرق (الإستبيان مثلاً...) بحيث تتم دراسة العلاقة بين المتغيرين محل الدراسة؛ فعلى سبيل المثال قد يود الباحث دراسة العلاقة بين جودة وفعالية الإتصال داخل الشركة و" فهم الموظفين في نفس الشركة لأي أمور يتم إعلانها " ففي هذه الحالة وفي حالة وجود علاقة بين المتغيرين يمكن القول بأن المتغيرين مرتبطين ببعض.

فطبيعة العلاقة: (طردية؛ فكلاً ما زاد متغير زاد المتغير الآخر).  
أو (عكسية؛ كلما زاد متغير نقص المتغير الآخر، أو العكس).

وهنا أن الهدف من اختبار مربع كاي تربيع هو معرفة ما إذا كانت توجد علاقة أم لا بين المتغيرين أو الظاهرتين قيد أو محل الدراسة.

ويستخدم هذا الاختبار في الحالات الآتية:

✚ جودة التوفيق.

✚ الاستقلال.

✚ التجانس.

وسوف نكتفي بدراسة هذا الاختبار (اختبار مربع كاي تربيع) في حالة الاستقلال، ففي حالات كثيرة نحتاج إلى التعرف عما إذا كان هناك علاقة بين صفتين من صفات مجتمع ما أم لا؟ فمثلاً: قد نحتاج إلى معرفة هل هناك علاقة بين مستوى الدخل ومستوى التعليم؟ أو لا توجد علاقة بين لون العينين ولون الشعر في مجتمع ما؟ وهكذا... إلخ.  
وللإجابة على مثل هذه الأسئلة تتبع الخطوات التالية:  
**الخطوة الأولى:** وضع الفروض:

- نضع فرض العدم  $H_0$  : لا توجد علاقة بين الصفتين أو الظاهرتين أو المتغيرين قيد الدراسة.
- نضع الفرض البديل  $H_1$  : توجد علاقة بين الصفتين أو الظاهرتين أو المتغيرين قيد الدراسة.

### الخطوة الثانية:

نختار عينة من مجتمع الدراسة، ثم نصنف مشاهدات هذه العينة  $>$  حسب مستويات كل صفة من الصفتين ونضعها في جدول يسمى هذا الجدول بـ: "جدول التوافق" وهو يحتوي على التكرارات المشاهدة ( $f_0$ ) لكل خلية.

### الخطوة الثالثة:

في هذه الخطوة نقوم بحساب التكرار المتوقع ( $f_e$ ) المناظر لكل تكرار مشاهد (لكل خلية) من العلاقة التالية:

**التكرار المتوقع ( $f_e$ ) يساوي:** مجموع الصف الذي به الخلية جداء مجموع العمود الذي به الخلية والكل مقسوم على مجموع التكرارات الكلية (حجم العينة الكلية).  
**الخطوة الرابعة:**

في هذه المرحلة نجد ( $X^2$ ) المحسوبة (الفعلية) وذلك بتطبيق الصيغة الآتية:

$$X^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

حيث أن:

$f_o$ : التكرار المشاهد أو الملاحظ في كل خانة.

$f_e$ : التكرار المتوقع في كل خانة.

**الخطوة الخامسة:**

في هذه الخطوة نجد ( $X^2$ ) النظرية (الجدولية) بدرجات الحرية؛ وذلك بتطبيق الصيغة التالية:

$$x^2 = [ (r - 1)(c - 1); \alpha ]$$

حيث أن:

$r$ : عدد الصفوف.

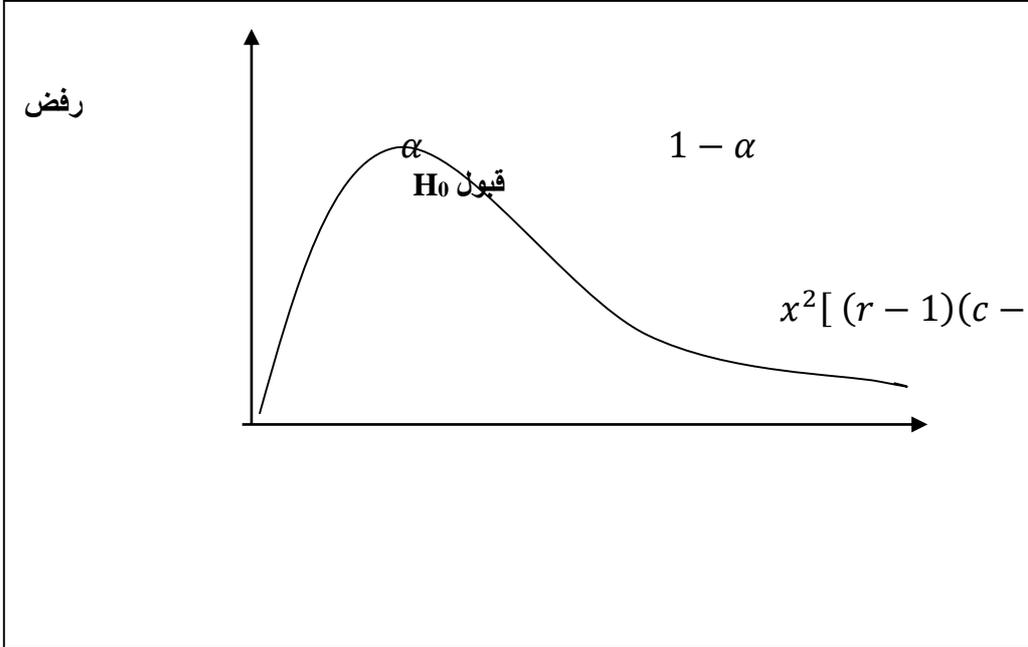
$c$ : عدد الأعمدة.

$\alpha$ : مستوى المعنوية.

**الخطوة السادسة:**

إذا وقعت ( $X^2$ ) المحسوبة (الفعلية) في منطقة القبول: فإننا نقبل  $H_0$  ونرفض  $H_1$  أي لا توجد علاقة بين الصفين

والعكس صحيح إذا وقعت ( $X^2$ ) المحسوبة (الفعلية) خارج منطقة القبول (يعني في منطقة الرفض): وعليه فإننا نرفض  $H_0$  ونقبل  $H_1$  ؛ أي توجد علاقة بين الصفتين محل الدراسة.



مثال: ✚

لدراسة العلاقة بين لون الشعر ولون العينين في أحد المناطق، اخذت عينة مكونة من 200 شخص؛ حيث قام الباحث بتصنيف هذه العينة في جدول التوافق التالي:

لون الشعر	لون العينين		المجموع
	بني	أزرق	
أسود	60	20	80
بني	40	30	70
أشقر	30	20	50
المجموع	130	70	200

**المطلوب:** هل توجد علاقة بين لون العينين ولون الشعر؟ وذلك عند مستوى معنوية  $\alpha = 0.01$   
• الحل:

لايجاد قيمة اختبار مربع كاي تربيع ( $X^2$ ) تتبع الخطوات السابقة الذكر:  
**01- الفروض:**

✚ نضع فرض العدم  $H_0$ : لا توجد علاقة بين لون العينين ولون الشعر.

نضع الفرض البديل  $H_1$  : توجد علاقة بين لون العينين ولون الشعر.

02- جدول التوافق:

03- حساب التكرارات المتوقعة:

$$fe_1 = \frac{(80 \cdot 130)}{200} = \frac{10400}{200} = 52$$

$$fe_2 = \frac{(80 \cdot 70)}{200} = \frac{5600}{200} = 28$$

$$fe_3 = \frac{(70 \cdot 130)}{200} = \frac{9100}{200} = 45.5$$

$$fe_4 = \frac{(70 \cdot 70)}{200} = \frac{4900}{200} = 24.5$$

$$fe_5 = \frac{(50 \cdot 130)}{200} = \frac{6500}{200} = 32.5$$

$$fe_6 = \frac{(50 \cdot 70)}{200} = \frac{3500}{200} = 17.5$$

وعليه يكون جدول التوافق الخاص بالتكرارات

المتوقعة على الشكل التالي:

لون الشعر	لون العينين		المجموع
	بني	أزرق	
أسود	52	28	80
بني	45.5	24.5	70
أشقر	32.5	17.5	50

المجموع	130	70	200
---------	-----	----	-----

04- إيجاد قيمة  $\chi^2$  المحسوبة ( الفعلية ):

$$\chi^2 = \sum \frac{(fo-fe)^2}{fe}$$

$$\chi^2 = \frac{(60-52)^2}{52} + \frac{(20-28)^2}{28} + \frac{(40-45.5)^2}{45.5}$$

$$+ \frac{(30-24.5)^2}{24.5} + \frac{(30-32.5)^2}{32.5} + \frac{(20-17.5)^2}{17.5}$$

$$\chi^2 = \frac{(8)^2}{52} + \frac{(-8)^2}{28} + \frac{(-5.5)^2}{45.5}$$

$$+ \frac{(5.5)^2}{24.5} + \frac{(-2.5)^2}{32.5} + \frac{(2.5)^2}{17.5}$$

$$\chi^2 = \frac{64}{52} + \frac{64}{28} + \frac{30.25}{45.5} + \frac{30.25}{24.5} + \frac{6.25}{32.5} + \frac{6.25}{17.5}$$

$$\chi^2 = 1.23 + 2.29 + 0.66 + 1.23 + 0.19 + 0.36$$

$$\chi^2 = 5.96$$

05- إيجاد قيمة  $\chi^2$  النظرية ( الجدولية ):

$$\chi^2 = [ (r - 1)(c - 1); \alpha ]$$

r : عدد الصفوف. هي 03

c: عدد الأعمدة. هي 02

$\alpha$ : مستوى المعنوية. 0.01

$$\chi^2: [ (3 - 1)(2 - 1); 0.01 ]$$

$$\chi^2: [ (2)(1); 0.01 ]$$

و بالنظر إلى جدول مربع إختبار مربع كاي تربيع  
وتحديد الاحديثيات ينتج لنا:

$$x^2: [ 2 ; 0.01] = \mathbf{9.21}$$

