# الفصل الأول: الرياضيات وتطبيقاتها عبر التاريخ

## 1.1 تحليل الظواهر العلمية

**الظاهرة العلمية هي حدث قابل للتجربة ثم للملاحظة والتكرار، ويمكن تفسيره من خلال المنهج العلمي.**

| خصائص الظواهر العلمية | أمثلة عن الظواهر العلمية | أمثلة عن الظواهر غير العلمية |
|---|---|---|
| **قابلة للملاحظة:**<br>يمكن للعالِم ملاحظتها بشكل مباشر أو غير مباشر | سقوط الأجسام على الأرض | وجود الأشباح،<br>المنازل المسكونة،<br>التحكم عن بعد. |
| **قابلة للتكرار:**<br>يمكن إعادة إنتاجها في ظل ظروف محددة | جاذبية الأجسام،<br>تفاعلات كيميائية، تطور بيولوجي<br>حركة الكواكب حول الشمس | تأثير التنجيم على حياة الإنسان |
| **قابلة للقياس:**<br>يمكن قياس خصائصها بدقة | تغير لون ورقة شجرة من الأخضر إلى الأصفر في فصل الخريف | قراءة أفكار الآخرين، الخرافات الشعبية،<br>التنجيم، الظواهر الخارقة للطبيعة |
| **قابلة للتفسير:**<br>يمكن تفسيرها من خلال قوانين علمية | تفاعل المواد الكيميائية مع بعضها البعض<br>الطيف الكهرومغناطيسي،<br>البنية الذرية، الرسالة الوراثية | تجربة الخروج من الجسد،<br>أساطير المخلوقات الخرافية |
| **قابلة للتنبؤ:**<br>يمكن التنبؤ بسلوكها في المستقبل | سلوك الحيوانات في بيئتها الطبيعية | الإيمان بوجود قوى خارقة للطبيعة |
| **تتبع أساليب منطقية ومنهجية** | عملية التمثيل الضوئي، دورة الماء،<br>نظرية النسبية | الأساطير الحضارية، العلاجات الشعبية<br>التنبؤ، الأحلام |

| الظاهرة | قابلة للتجربة | قابلة للتحليل إلى معادلات | المعادلة |
|---|---|---|---|
| تكوين السحب والغيوم | نعم | نعم | $f(x, y, z, t) = 0$ |
| تكوين الكريستالات والبلورات | نعم | نعم | $F(x, y, z) = 0$ |
| تكوين الأمواج البحرية | نعم | نعم | $A(x,t) = 0$ |
| تشكيل الأنهار والوديان | نعم | نعم | $\nabla \cdot \mathbf{F} = 0$ |
| تفاعلات البيئة البحرية | نعم | نعم | $V(t) = 0$ |
| ديناميكية الغلاف الجوي | نعم | نعم | $\frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \nabla \cdot (\rho \mathrm{v}) = 0$ |
| حركة الكواكب والنجوم القريبة | نعم | نعم | $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ |
| تشكيل المجرات القريبة | نعم | نعم | $f(x, y, z, t) = 0$ |
| تأثيرات المد والجزر | نعم | نعم | $h(x, y, t) = 0$ |
| الظواهر الاجتماعية | نعم | لا | الثقافة، السلوك البشري (تفاعلات، علاقات) ، التاريخ |
| الظواهر النفسية والروحية | نعم | لا | العواطف، التفكير، التصرفات، اللاوعي، الأحلام، الإيمان |
| الظواهر البيولوجية و العلمية | نعم | لا | النمو والتطور،الأمراض، تأثيرات الهرمون، الجاذبية، الحياة |
| الظواهر الفلسفية | نعم | لا | الوجود، الوعي، المعنى، القيم،الأخلاق |
| الظواهر الثقافية والفنية | نعم | لا | اللغة ،الأدب، والعقائد الدينية، الإبداع مثل الموسيقى والرسم والكتابة. |
| تشكيل الثقوب السوداء | لا | نعم | $R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$ |
| الانصهار النووي في النجوم | لا | نعم | $E = mc^2$ |
| الحركة في الأبعاد الإضافية | لا | نعم | $x^2 + y^2 + z^2 + w^2 = c^2$ |
| تفاعلات التحول النووي داخل النجوم | لا | نعم | $E_f - E_i = Q$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| الفجوات الزمنية في البعد الرابع | لا | نعم | $R_{ik} - \frac{1}{2} R g_{ik} = 8\pi G T_{ik}$ |
| تفاعلات البلورات في الأبعاد الفضائية | لا | نعم | $E = h\nu$ |
| أحداث داخل الثقب الأسود | لا | نعم | $r_s = \frac{2GM}{c^2}$ |
| الحركة عند الأبعاد الفضائية الإضافية | لا | نعم | $S = \int_a^b L dt$ |
| تأثيرات الزمن المنسدل في الفراغ | لا | نعم | $g_{tt} = - c^2$ |
| نشأة الكون | لا | لا | الانفجار العظيم؟ التضخم الكوني؟ |
| الوعي | لا | لا | الوعي البشري؟ الوعي الحيواني؟ |
| الحياة | لا | لا | أصل الحياة؟ الحياة على كواكب أخرى؟ |
| المادة المظلمة والطاقة المظلمة | لا | لا | 27%؟ أم 68%؟ |
| السفر عبر الزمن | لا | لا | إلى الماضي أم إلى المستقبل؟ |
| الأبعاد الإضافية | لا | لا | وجودها؟ خصائصها؟ |
| التخاطر | لا | لا | قراءة الأفكار؟ الرؤية عن بعد؟ |
| الأشباح | لا | لا | أرواح الموتى؟ التنبؤ بالمستقبل؟ |
| الظواهر الكونية الفلكية | لا | لا | حركة الكواكب والنجوم البعيدة؟ |
| الظواهر الجيولوجية الكبيرة | لا | لا | تشكل الجبال؟ تكون القارات؟ الزلازل؟ البراكين ؟ |
| الظواهر الجوية الكبرى | لا | لا | الأعاصير؟ الأمطار الغزيرة ؟ البرق ؟ الرعد ؟ |
| الظواهر البيولوجية الكبيرة | لا | لا | تطور الكائنات الحية ؟ التفاعلات البيئية الكبيرة ؟ |
| الظواهر الفيزيائية الكبرى | لا | لا | التفاعلات النووية؟ تغير الجاذبية بالنسبة للزمن؟ الانفجاريات الكونية؟ |

## 1.2 المراحل التاريخية لتطبيق الرياضيات

### 1.2.1 مرحلة الخوارزميات البدائية ( من 3000 ق.م إلى 400 ق م)

- **الرقم والحساب:**

في التبادلات التجارية باستعمال المقايضة (النظام الستيني من 3000 ق.م إلى 600 ق.م)

- **حساب مساحة السطح:**

في الزراعة (السومريون، قبل 3000 ق.م.)

- **حساب الأحجام:**

في بناء المعابد الدينية (استخدام القدم المكعبة كوحدة لقياس الأحجام في مصر القديمة من 2000 ق.م - 1000 ق.م).

- **الحساب في علم الفلك:**

في التنبؤ بظواهر الأرصاد الجوية للزراعة، وإعداد التقاويم، وعلم التنجيم. (السومريون، قبل 3000 ق.م.)

### 1.2.2 مرحلة صيغ الرياضيات العامة ( من 400 ق م إلى 1600 م )

1. **الرياضيات اليونانية**

ارتبطت الرياضيات اليونانية بالفلسفة، ثم أصبحت معرفة مطلقة مستقلة عن التجربة الحسية، بحيث يعتبر العالم طاليس (القرن 3 ق.م) أحد أوائل علماء الرياضيات اليونانيين الذي حاول تفسير الظواهر العلمية بواسطة الأسباب العلمية وليس بالأساطير. استطاع فيما بعد العالم أرخميدس (القرن 6 ق.م)، صياغة أول قانون فيزيائي للضغط في قوة طفو السوائل:

$$\boxed{F_{buoyant}(t) = \frac{d}{dt}\left(g \times \rho_{liquid}(t) \times V(t)\right)} \qquad (1.1)$$

2. **الحضارة الإسلامية**

إنشاء "علم الفرائض والمواريث" من طرف العالم المسلم "محمد أبو موسى الخوارزمي " مؤسس الجبر و مؤلف كتاب " الجبر والمقابلة" الذي تمت كتابته حوالي عام 820 م الموافق لحوالي 206 هـ وفيه قدم العديد من التقنيات الرياضية الجديدة لحل المعادلات الخطية والتربيعية، التي أسهمت في تطوير الرياضيات واستمرت طوال التاريخ.

$$\boxed{x^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4c}}{2}} \qquad (2.1)$$

3. **الثورة الصناعية**

استطاع الإنسان في القرن السابع عشر استعمال التجربة في الفيزياء ودراسة الظواهر المتغيرة بدلالة الزمن باستعمال المعادلات التفاضلية العادية والمعادلات التفاضلية الجزئية، بحيث يُعتبر العالم البريطاني نيوتن من بين أوائل العلماء الذين استخدموا المعادلات التفاضلية بشكل فعّال لفهم ووصف التغيرات في الحركة والقوانين الفيزيائية سنة 1687.

$$\boxed{F_{net}(t) = m(t)\frac{d}{dt}v(t) = m(t)A(t)} \qquad (3.1)$$

## 1.2.3 مرحلة المفاهيم الحديثة والبرمجة الآلية (من 1600 م إلى غاية العصر الحديث)

1. <u>الكواكب</u>

| السنة | الصيغة | العالم | التسمية |
|---|---|---|---|
| 1609 | $r = a.\left(1 - e.\cos\left(\theta\right)\right)$ | كبلر | قانون كبلر الأول (قانون المسارات) |
| 1609 | $\frac{dA}{dt} = k$ | كبلر | قانون كبلر الثاني (قانون المساحات) |
| 1619 | $T^{2} = k.a^{3}$ | كبلر | قانون كبلر الثالث (قانون الزمن) |
| 1662 | $I = I_0.e^{-\alpha x}$ | كبلر | انتشار الضوء |
| 1929 | $v = H_0.d$ | إدوين هابل | قانون التمدد ( سرعة الابتعاد) |
| 1961 | $N = R^{*} \cdot f_p \cdot n_e \cdot f_l \cdot f_i \cdot f_c \cdot L$ | فرانك دريك | معادلة دريك لاحتمال وجود حياة في الكواكب الخارجية للكون |

2. <u>السوائل والأجسام</u>

| السنة | الصيغة | العالم | التسمية |
|---|---|---|---|
| 1643 | $v = \sqrt{2gh}$ | توريسيلي | معادلة سرعة الماء |
| 1643 | $Q = Av$ | توريسيلي | معادلة تدفق السائل |
| 1662 | $P = \frac{F}{A}$ | باسكال | معادلة الضغط |
| 1687 | $F = \frac{dp}{dt} = \frac{d\left(mv\right)}{dt} = m.a$ | نيوتن | معادلة نيوتن للحركة |
| 1687 | $\frac{d^2p}{dt^2} = c^2 . \nabla^2 p$ | نيوتن | انتشار الصوت |
| 1687 | $F = G.\frac{(m_1 . m_2)}{r^2}$ | نيوتن | قانون الجذب الكوني العام |
| 1687 | $\Sigma F = 0 \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = constant$ | نيوتن | القانون الأول لنيوتن |
| 1687 | $F = m.a$ | نيوتن | القانون الثاني لنيوتن |
| 1687 | $F_{12} = -F_{21}$ | نيوتن | القانون الثالث لنيوتن |
| 1738 | $K.E = \frac{1}{2}mv^{2}$ | جان برنولي | معادلة الطاقة الحركية |
| 1916 | $E = m.c^2$ | ألبرت أينشتاين | معادلة تكافؤ الكتلة والطاقة |

### 3. الالكترونات

| السنة | الصيغة | العالم | التسمية |
|---|---|---|---|
| 1678 | $x(t) = A.\sin(\omega t + \varphi)$ | كريستيان هيغنز | معادلة الموجة التوافقية |
| 1785 | $F = k.\dfrac{\lvert q_1 . q_2 \rvert}{r^2}$ | كولوم | قانون كولومب للجاذبية الكهربائية |
| 1788 | $E = \dfrac{k . \lvert q \rvert}{r^2}$ | كولوم | معادلة الطاقة الكامنة الكهرومغناطيسية لنقطة شحنة |
| 1820 | $F = B.I.L.\sin(\theta)$ | أمبير | معادلة القوة المؤثرة على سلك موصل في مجال مغناطيسي |
| 1822 | $\nabla f = \left(\dfrac{\partial f}{\partial x}, \dfrac{\partial f}{\partial y}, \dfrac{\partial f}{\partial z}\right)$ <br> $\nabla^2 f = \dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 f}{\partial z^2}$ | فورييه ولابلاس | مؤثرات فورييه - لابلاس |
| 1827 | $V = I.R$ | أوم | قانون أوم |
| 1855 | $\dfrac{dc}{dt} = D \nabla^2 c$ | ثوماس جراهام | الانتشار الثنائي للغازات |
| 1855 | $\nabla \times E = -\dfrac{\partial B}{\partial t}$ | ماكسويل | معادلة فاراداي لحث التحريض الكهرومغناطيسي |
| 1861 | $\nabla \times H = J + \dfrac{\partial D}{\partial t}$ | ماكسويل | معادلة ماكسويل للمغناطيسية |
| 1867 | $\nabla \times E = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0}$ | ماكسويل | قانون التدفق لحساب المجال الكهربائي لشحنة |
| 1873 | $\oint_S B \cdot dA = \mu_0 \left( \sum_i I_i + \varepsilon_0 \dfrac{\partial E}{\partial t} \right)$ | ماكسويل | حساب المجال المغناطيسي الناتج عن تيار كهربائي متغير |
| 1873 | $F = q.v.B.\sin(\theta)$ | ماكسويل | معادلة القوة المغناطيسية لشحنة كهربائية |
| 1884 | $\dfrac{d[A]}{dt} = -k[A][B]$ | فان ت هوف | معدل التفاعل الكيميائي |
| 1895 | $F = q(E + v \times B)$ | لورنتز | القوة المؤثرة على جسيم مشحون يتحرك في مجال كهرومغناطيسي |
| 1904 | $m.\dfrac{d^2 x}{dt^2} = q.(E + v.B)$ | لورنتز | معادلة لورنتز لحركة الجسيمات المشحونة في المجال الكهرومغناطيسي |
| 1915 | $R_{\mu\nu} - \dfrac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi G T_{\mu\nu}$ | ألبرت أينشتاين | معادلة الجاذبية للمجال المغناطيسي (النسبية العامة) |
| 1915 | $R_{\mu\nu} - \dfrac{1}{2} R \gamma_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \dfrac{8\pi\Gamma}{\chi^4} T_{\mu\nu}$ | ألبرت أينشتاين | معادلات حقول اينشتاين (النسبية العامة) |
| 1916 | $R_s = \dfrac{2GM}{c^2}$ | كارل شوارزشيلد | معادلة نصف قطرالحد للجاذبية باستعمال الثابت الكوني (الثقب الأسود) |
| 1926 | $i\hbar \dfrac{\partial}{\partial t}\Psi = -\dfrac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi + V\Psi$ | إرفين شرودنجر | معادلة شرودنجر للموجة |
| 1926 | $(ih\dfrac{\partial}{\partial t} - H)\psi = 0$ | بول ديراك وإنريكو فيرمي | معادلة فيرمي-ديراك للحركة الكمومية |

## 4. الغازات

| السنة | الصيغة | العالم | التسمية |
|---|---|---|---|
| 1662 | $P_1V_1 = P_2V_2$ | روبرت بويل | معادلة بويل |
| 1787 | $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ | جاك تشارلز | معادلة تشارلز |
| 1802 | $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$ | أمبرواز غاي لوساك | معادلة غاي لوساك |
| 1834 | $PV = nRT$ | إميل كلابيرون | معادلة الحالة المثالية للغازات |
| 1855 | $\frac{dc}{dt} = D\ \nabla^2 c$ | توماس جراهام | الانتشار الثنائي للغازات |
| 1872 | $\frac{df}{dt} + v\cdot\nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll}$ | لودفيغ بولتزمان | حركة جزيئات الغاز عبر الفراغ |
| 1873 | $P + \frac{a}{V^2} = \frac{RT}{V-b}$ | يوهانس فان دير فالز | معادلة فان دير فالز |
| 1920 | $\frac{n_i^2}{n_e} = \left(\frac{2\pi m_e \hbar^2}{kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{\left(-\frac{E_i}{kT}\right)}$ | مينورو ساها | معادلة توازن الغاز |

## 5. الكائنات الحية

| السنة | الصيغة | العالم | التسمية |
|---|---|---|---|
| 1636 | $\frac{dN}{dt} = rN(t)$ | فيرمات | المعادلة التفاضلية للنمو السكاني الأسي |
| 1673 | $N(t) = N_0(t)e^{rt}$ | برنولي | صيغة النمو ألأسي بإهمال العوامل المحددة لنمو السكان، مثل الموارد المحدودة أو التنافس (مثالية غير واقعية) |
| 1838 | $N(t) = \frac{K}{1+e^{-K(t-t_0)}}$ | بيير فرانسوا فيريت | صيغة النمو اللوجستي للسكان، وهو نمو يتسارع في البداية ثم يتباطأ حتى يستقر عند سعة التحميل |
| 1852 | $\frac{dp}{dt} = k(p_{sat} - p)$ | راينهولت | تفاعل الفقاعات |
| 1908 | $p = \frac{p^2}{p+q}$ | هاردي-وينبرغ | توازن التطور الطبيعي |
| 1913 | $\frac{d[S]}{dt} = -\frac{V_{max}.[S]}{(K_m + [S])}$ | مايكليس-منتون | سلوك الإنزيم في الكائن الحي |
| 1920 | $\frac{dN}{dt} = rN\left(1 - \frac{N}{K}\right)$ | رالف بيرل | المعادلة التفاضلية لنمو اللوجستي |
| 1925 | $\frac{dN_1}{dt} = r_1N_1 - \alpha N_1N_2$ <br> $\frac{dN_2}{dt} = -\beta N_2 + \alpha N_1N_2$ | لوتكا-فولتيرا | معادلة الفريسة-المفترس |

## 6. الحرارة

| السنة | الصيغة | العالم | التسمية |
|---|---|---|---|
| 1701 | $\frac{\partial u}{\partial t} = -h(u - u_0)$ | إسحاق نيوتن | قانون نيوتن للتبريد |
| 1769 | $Q = mc\Delta T$ | جيمس وات | معادلة سعة انتقال الحرارة في جسم مادي |
| 1822 | $\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha.\nabla^2 u$ | فورييه | معادلة انتشار الحرارة في الجسم |
| 1822 | $\frac{\partial T}{\partial t} = -k\,\nabla^2 T$ | فورييه | معادلة التبريد |
| 1822 | $Q = m.c.\Delta T$ (حرارة محسوسة)<br>$Q = m.L$ (تغيير الحالة) | فورييه | معادلات انتقال الحرارة |
| 1822 | $W = \Delta U + Q$ | فورييه | القانون الأول للديناميكا الحرارية |
| 1822 | $m.C\,.\frac{dT}{dt} = Q(t) - \lambda.A.(T - T_0)$ | فورييه | القانون الثاني للديناميكا الحرارية |
| 1822 | $\nabla^2 E = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$ | فورييه | معادلة انتشار الضوء |
| 1842 | $dU = \delta Q - \delta W$ | جوليو روبرت ماير | معادلة الحرارة الداخلية |
| 1850 | $dS \geq \frac{\delta Q}{T}$ | رودولف كلاوزيوس | معادلة الزيادة في الانتروبيا |
| 1864 | $\frac{\partial u}{\partial t} = k\,\nabla^2 u$ | ماكسويل | معادلة الحرارة |
| 1867 | $\delta Q = mc\delta T + \left(\frac{5}{2}\right)R\delta T$ | جيمس كليرك | ماكسويل معادلة الحرارة الناتجة عن التمدد الحجمي |
| 1872 | $\frac{dS}{dt} = \frac{\delta Q}{T} + \sigma$ | ليونارد بولتزمان | معادلة الانتروبيا العامة |
| 1873 | $dS = \int \frac{\delta Q_{rev}}{T}$ | يوجين لارمور | معادلة انتروبيا متعددة الحدود |
| 1877 | $\frac{dS}{dt} \geq \frac{\delta Q_{rev}}{T}$ | لودفيغ بولتزمان | معادلة معدل الانتروبيا الشرطية |
| 1879 | $\Delta G = \Delta H - T\Delta S$ | يوجين ويغنر | معادلة غيبس للتغير في الطاقة الحرة |
| 1897 | $\Delta S = \int \frac{\delta Q_{rev}}{T}$ | ماكس بلانك | معادلة انتروبيا في العمليات غير المتوازنة |
| 1900 | $dQ = TdS$ | هيرمان فون هيلم هولتز | معادلة انتقال الحرارة |
| 1905 | $\frac{\partial u}{\partial t} = k\;\nabla^2 u + Q$ | هاينريش هيرتز | معادلة الانتشار الحراري |
| 1935 | $\frac{\partial u}{\partial t} = k\;\nabla^2 u + Q - h(u - u_0)$ | لارس أونساغر | معادلة الانتشار الحراري مع الاضمحلال |
| 1948 | $\frac{d(\ln(K))}{dT} = \frac{\Delta H}{RT^2}$ | فانت هوف | معادلة تجانب تغيير ثابت التوازن بالحرارة |
| 1948 | $\frac{\partial u}{\partial t} = k\;\nabla^2 u + Q - h(u - u_0) + F(u)$ | إيليا بريغوجين | معادلة الانتشار الحراري مع الاضمحلال والنمو غير الخطي |
| 1958 | $\frac{\partial u}{\partial t} = k\;\nabla^2 u + Q - h(u - u_0) + F(u) + G(u, \Delta u)$ | إيليا بريغوجين | معادلة الانتشار الحراري مع الاضمحلال والنمو غير الخطي والتفاعلات غير المحلية |

## 7. الإقتصاد

| السنة | الصيغة | العالم | التسمية |
|---|---|---|---|
| 1809 | $P(x) = \frac{e^{\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ | كارل فريدريش غاوس | التوزيعات الاحتمالية |
| 1756 | $PMT = \frac{PV \times r}{1-(1+r)^{-n}}$ | جايمس دودسن | (PMT) قيمة دفعة دورية |
| 1827 | $FV = PV(1+r)^n$ | بلانو | (FV) قيمة المستقبل |
| 1870 | $NPV = \sum_{t=0}^{n} \frac{CF_t}{(1+r)^t}$ | إيرنست فراش | (NPV) القيمة المالية الصافية |
| 1879 | Y = C + I + G + (X - M) | جون بابتيست ساي | GDP معادلة الإنتاج الإجمالي |
| 1913 | $PV = \frac{FV}{(1+r)^n}$ | بريزنت | (PV) قيمة الحاضر |
| 1930 | $r = \frac{1+i}{1+\pi_e} - 1$ | إيرفينج فيشر | معادلة فيشر الموسعة لحساب سعر الفائدة الحقيقي |
| 1950 | $pi_i(s) \geq \pi_i(s_{i'}, s_{-i}) \quad \forall i, s_{i'} \in S_i$ | جون ناتش | معادلة توازن اللاعبين الرئيسيين |
| 1964 | $E(R_i) = R_f + \beta_i \cdot (E(R_m) - R_f)$ | ويليام شارب | (CAPM) متوسط العائد المتوقع |
| 1997 | $\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS\frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0$<br>$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + \lambda(S\frac{\partial V}{\partial S} - V) - \lambda rV = 0$ | بلاك شولز<br>مرتون | معادلات التسعير الجزئي لخيارات الشراء |

## 8. البرمجة

| السنة | الصيغة | العالم | التسمية |
|---|---|---|---|
| 1936 | $M = (K, \Sigma, \delta, q_0, F)$ | ألان تورنغ | معادلة آلة تورنغ |
| 1936 | $T(M) = P(H(M) = H(I))$ | ألان تورنغ | معادلة اختبار تورنغ |
| 1947 | $max(z) = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$ | جورج دانتزيغ | معادلة البرمجة الخطية |
| 1947 | $min(z) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} c_{ij}x_{ij}$ | جورج دانتزيغ | معادلة النقل |
| 1947 | $max(f(x)) = x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2$ | جون فون نويمان | معادلة البرمجة العددية غير الخطية |
| 1957 | $L = \lambda W$ | ألان نيويل | معادلة الصفوف الانتظارية |

**9. المعلومات**

| السنة | الصيغة | العالم | التسمية |
|---|---|---|---|
| 1927 | $H(X) = \log_2 \frac{1}{p(x)}$ | رالف هارتلي | أنتروبيا هارتلي |
| 1948 | $H(X) = \sum_{i=1}^{n} p(x_i)\cdot \log_2(p(x_i))$ | شانون | معادلة شانون |
| 1948 | $H(X \mid Y) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} p(x_i, y_j)\cdot \log_2(p(x_i \mid y_j))$ | شانون | أنتروبيا مشروطة |
| 1948 | $I(X;Y) = H(X \mid Y) - H(X) - H(Y)$ | شانون | المعلومات المتبادلة |
| 1948 | $H(X,Y) = H(X) + H(Y \mid X)$ | شانون | معادلة شانون – هارتلي أنتروبيا مشتركة |
| 1957 | $H(X \mid Y) = H(X) - I(X;Y)$ | روبرت فانو | أنتروبيا مشروطة مبسطة |
| 1962 | $C = \max_{p(x)} I(X;Y)$ | شانون | سعة القناة |
| 1974 | $K(X,Y) = \inf_{\phi,\psi} E[d(X,\phi(Y)) + d(Y,\psi(X))]$ | أندريه كولموغوروف | تعقيد كولموغوروف |
| 1991 | $I(X;Y) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} p(x_i, y_j)\cdot \log_2 \frac{p(x_i, y_j)}{p(x_i)\cdot p(y_j)}$ | توماس كوفر | المعلومات المتبادلة ككسر |
| 2003 | $I(X;Y) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} p(x_i, y_j)\cdot \log_2 \frac{p(x_i \mid y_j)}{p(x_i)}$ | ديفيد ماكاي | المعلومات المتبادلة كاحتمال |
| 2011 | $H(X) = \sum_{i=1}^{n} p(x_i)\cdot \log_2 \frac{1}{p(x_i)}$ | كريستوفر م. بيدرسن | أنتروبيا معكوس الاحتمال |
| 2020 | $I(X;Y) = \sum_{x\in X}\sum_{y\in Y} p(x,y)\log\left(\frac{p(x,y)}{p(x)p(y)}\right)$ | جودفلو إيان | المعلومات المتبادلة كاختلاف الاحتمالات |

## 1.3 تطبيقات الرياضيات في علم الفيزياء

### 1.3.1 علاقة الرياضيات بالفيزياء

**العلاقة بين كل من الفيزياء والرياضيات تكمن حينما بدأ فيه علماء الفيزياء باستخدام القوانين الرياضية .**

**يهتم علم الفيزياء بدراسة بنية المواد الموجودة في الطبيعة والتفاعلات بين المكوّنات الأساسية للكون المرئي على المستوى العيني و المجهري، كما يدرس الفيزياء سلوك الأجسام تحت تأثير قوى معينة عليها.**

**الرياضيات هي لغة صياغة قوانين الطبيعة التجريبية. يتم تحديد جزء كبير من الرياضيات من خلال فهم العلاقات بين الكائنات وتعريفها، إذ تستخدم الرياضيات كأداة لتحليل المعادلات الفيزيائية وإيجاد نواتجها؛ لذا فإنّ الرياضيات أداة لوصف الفيزياء وتحليل مشكلاتها.**

### 1.3.2 التطور التاريخي لترابط الفيزياء بالرياضيات

**قدّم العالم يوهانس كيبلر اكتشافه لقوانين مدارات الكواكب عام 1609 م وحساب طولها بالرياضيات، وتلاه إسحاق نيوتن في قوانين الجاذبية عام 1687 م التي استند فيها إلى التفاضل والتكامل.**

**بدأت قوانين الكهرومغناطيسية بالظهور عن طريق العالم جيمس كلارك ماكسويل وقد طورها باستعانته بعلم الرياضيات في العام 1865 م.**

بدأت العلاقة بين الفيزياء والرياضيات بالتطور في ستينات وسبعينيات القرن العشرين ، عندما بدأ التوسع في دراسة الثقوب السوداء من قبل العالمين الفيزيائيين ستيفن هوكينغ و روجر بنروز. بتطوير نظريات الأوتار الفائقة في الثمانينيات.

### 1.3.3 أمثلة عن أهم النظريات الفيزيائية الكبري التي استعملت فيها الرياضيات

1. <u>النظرية النسّبية</u>

استخدم العالم الفيزيائي آينشتاين هندسة ريمان في وصف الفراغات المنحنية؛ إذ تؤكد النظرية النسّبية العامة على أن الأجسام المُتصفة بالضخامة تتقوس في الفراغ.

كانت الرياضيات المستعملة في نظرية النسبية تقتصر على الهندسة التفاضلية والمعادلات التفاضلية الجزئية، ونظرية الاحتمالات المستعملة في الميكانيكا الإحصائي.

2. <u>ميكانيكا الكم</u>

تتطلب ميكانيكا الكم إدخال النظرية الفيزيائية لمجال واسع من الرياضيات البحتة، المجال الكامل المرتبط بالضرب غير التبادلي.

تشرح نظرية الكم العلاقة بين الجسيمات والطاقة الكامنة في المجال الكمي المحيط بها.

أهم ما يميز الصياغة الرياضية لميكانيكا الكم عن الصياغات الرياضية للنظريات السابقة لها هو اعتمادها على بنى رياضية مجردة، مثل فراغ هلبرت والمؤثرات المعرفة فيه. باختصار فإن الكميات الفيزيائية مثل الطاقة لم تعد تعتبر دوالا رياضية ، لكن مؤثرات على هذه الدوال.

3. <u>نظرية الأوتار</u>

تعد نظرية الأوتار ثورة جديدة في علم الفيزياء الحديث، وهي نظرية تشرح العلاقة بين فيزياء الجسيمات المختلفة مع الجاذبية، والتي تقوم على مبدأ أنّ اللبنات الأساسية المكوّنة للطبيعة عبارة عن أوتار صغيرة أحادية البعد بسمك صفري،

وتوحد هذه النظرية المفاهيم الأساسية للفيزياء وتدمج بينها. وباستخدام التناظر والأبعاد الإضافية الرياضية يُمكن للعلماء التوصل إلى نظرية الأوتار بصورتها الكاملة.

## 1.4 تطبيقات الرياضيات في علم الأحياء

### 1.4.1 أهمية استخدام الرياضيات في علوم الأحياء

إن تطبيق الرياضيات على علم الأحياء له تاريخ طويل، ولكن في الآونة الأخيرة كان هناك اهتمام كبير في هذا المجال.

بعض أسباب ذلك الاهتمام:

- ثورة البيانات الغنية في مجموعات المعلومات والتي تُرجع إلى ثورة الأصول وهذه البيانات يصعب فهمها من دون استخدام أدوات التحليل.
- التطور الأخير للأدوات الرياضية، مثل نظرية الفوضى للمساعدة في فهم الآليات المعقدة غير الخطية في علم الأحياء.
- زيادة في القدرة الحاسوبية التي تؤمن إنجاز الحسابات وعمليات المحاكاة والتي لم تكن ممكنة في السابق.
- تزايد الاهتمام بالعمليات المنجزة بواسطة الحاسوب.

### 1.4.2 أمثلة عن استخدام النماذج الرياضية في علوم الأحياء

1. <u>النمو ألأسي، كيف تتزايد التجمعات السكانية؟</u>

يهتم علماء علوم الأحياء دوماً بمعرفة كيفية سيتزايد أو يتناقص عدد الفيروسات ضمن بيئةٍ معينة ووفق شروطٍ معينة.

عند دراسة مثل هكذا تجمعات سكانية يتم عادةً اللجوء لمعادلةٍ رياضية بسيطة هي النمو ألأسي Exponential Growth، وشكلها العمليّ وهو النمو اللوجستي Logistic Growth. تعبر كلا المعادلتين عن الكيفية التي سيتزايد بها عدد أفراد تجمعٍ

**سكانيّ، والفرق بينهما هو أن النمو ألأسي يستمر إلا ما لا نهاية بينما يصف النمو اللوجستيّ تزايد عدد السكان حتى الوصول لقيمةٍ أو مرحلة لن يتزايد بعدها التعداد السكاني، وهي القيمة التي تُعرف بالإحصاء باسم سعة التحمل.**

**النمو اللوجستي هو التمثيل الأكثر واقعية لكيفية انتشار التجمعات السكانية كونه يأخذ بعين الاعتبار العوامل البيئية والتنافس على المصادر المتاحة والعوامل المضادة التي ستؤثر على معدل النمو وتجعله يتناقص. يمكن استخدام معادلة رياضية بسيطة لحساب النمو اللوجستي:**

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = rN\left(\frac{K - N}{K}\right)} \qquad (4.1)$$

**يُمثل الرمز K في المعادلة السابقة سعة الحمل، بينما يمثل الرمز N العدد الأولي للتجمع السكاني ويُمثل الرمز r معدل النمو، وأخيراً يمثل الحد $\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}$ معدل الزيادة الحاصلة على عدد أفراد التجمع السكانيّ.**

**2. فيروس كورونا والنمو ألأسي:**

**منذ بداية انتشار الفيروس في جميع أنحاء الكوكب، أصبح هنالك كمية جيدة من البيانات التي يمكن استخدامها من أجل فهم سلوك الفيروس وكيفية انتشاره، ولو قمنا بتمثيل عدد الحالات المصابة بالفيروس فإنه سنجد أن هنالك نمط نمو أسيّ .**

**كان هنالك تزايد بطيء بعدد الإصابات ومن ثم أصبح الإصابات بتزايدٍ أسيّ كبير، وهكذا فإنه يمكن استخدام معادلة النمو ألأسي لفهم كيفية انتشار فيروس كورونا، وكذلك من أجل فهم عدد الإصابات المحتمل عند يومٍ محدد. لو عدنا لمعادلة النمو ألأسي فإن ما يهمنا معرفته هو معدل النمو الخاص بالفيروس وما هي العوامل المرتبطة مثل المعدل الوسطي للأشخاص الذين سيقابلهم شخص مصاب بالفيروس في كل يوم ولنسمي هذا العامل الرمز E، واحتمالية أن يؤدي كل تعرّض لحدوث إصابة، ولنسمي هذا العامل بالرمز p وبالتالي ومن أجل توقع عدد الأشخاص المصابين بفيروس كورونا بيوم ما، يمكننا استخدام معادلة النمو ألأسي كما يلي:**

$$\boxed{N_d = \left(1 + E.p\right)^d N_0} \qquad (5.1)$$

**يمثل الرمز $N_d$ عدد الأشخاص المصابين بفيروس كورونا في اليوم d، ويمثل الرمز $N_0$ عدد الأشخاص المصابين بالفيروس عند بدء التوقع، يمثل الجداء E.p معدل النمو الحقيقي الخاصة بالفيروس.**

## 1.5 استخدامات الرياضيات في علوم الكمبيوتر

### 1.5.1 أهمية الرياضيات في علوم الكمبيوتر

- **لم يبدأ تشغيل أجهزة الكمبيوتر إلا بعد التقدم في الرياضيات، فهو الركيزة التي يبنى عليها علم الحاسوب، لأن الأساس الحسابي لأجهزة الكمبيوتر هو المنطق والذي يعتبر أساس الرياضيات.**
- **فيحتاج كل مبرمج وعالم حاسوب إلى معرفة لا بدّ منها في الرياضيات ويعتمد نوع ومستوى الرياضيات التي يحتاجها على المجال الذي سيعمل فيه.**
- **الفهم الجيد لمفاهيم الرياضيات يساعد الطلاب على فهم أجهزة الكمبيوتر ويمكّنهم بسهولة من فهم كيفية عمل وحدات التحكم المنطقية، وكيفية كتابة خوارزميات أفضل، وكيفية عمل التشفير.**

### 1.5.2 أهم فروع الرياضيات التي تستعمل في علوم الكمبيوتر

1. نظرية الأعداد

والتي تسمى أحيانا بعلم الحساب المتقدم، تستخدم في امن المعلومات و التشفير للحفاظ على سرية المراسلات و البيانات.

2. الإحصاء

يسمح لبرامج الحاسوب بتقديم تعميمات وتوقعات دقيقة بناءً على المعلومات المتاحة. كما أصبح جانبًا مهمًا من الحوسبة العلمية في مجالات عديدة منها تعلم الآلة "الذكاء الاصطناعي".

3. التحليل الرياضي

يستخدم في مجموعة من مجالات علم الحاسوب، بما في ذلك إنشاء الرسوم البيانية والمحاكاة والترميز والتشفير في التطبيقات وإنشاء الحلول الإحصائية وتصميم الخوارزميات وتحليلها.

### 1.5.3 أهم تطبيقات الرياضيات في علوم الكمبيوتر

1. لغات البرمجة

- يتم تدريس معظم مفاهيم الرياضيات من خلال لغة مجردة. من ناحية أخرى ، فإن أحد الأشياء التي يتم تناولها في علوم الكمبيوتر هو دراسة لغات البرمجة.
- معظم هذه اللغات هي أيضا مجردة وتتميز ببناء العمليات المحددة بشكل جيد ، والرموز ، والكلمات المفردة ، وحتى الصور المرئية.

2. إنشاء الخوارزميات

- المعرفة العميقة حول الخوارزميات ، والحوسبة ، والتعقيد يحتاج الي تطبيق الجبر و المنطق.
- تحسين عمل الخوارزميات خاصة في خلق وظائف التحكم عند البرمجة يحتاج إلي الرياضيات المتقطعة.

التشفير و حماية المعلومات.

- علم التشفير الحديث يستخدم الرياضيات ( الخوارزميات، اللوغريتمات المعقدة، ... ) للتشفير وفك تشفير البيانات. التشفير يُمكّنُك من تخزين المعلومات الحساسة أو نقلها عبر الشبكات غير الآمنة- مثل الإنترنت- وعليه لا يمكن قراءتها من قبل أي شخص ما عدا الشخص المرسل لـه.
- تستند خوارزميات التشفير الحديثة بشكل كبير إلى النظريات الرياضية، ويتم تصميم خوارزميات التشفير استنادا إلى فرضيات صعوبة الحساب فرض صعوبة الحساب، مما يجعل من الصعب كسر مثل هذه الخوارزميات عملياً.

3. تحليل البيانات الضخمة و المعقدة

- البيانات التي تكون من الضخامة بحيث تستحيل معالجتها وفرزها بالوسائل المتاحة نضطر إلي مجال علم الحاسوب والإحصاء الرياضي لتحليلها.
- توفير أدوات أساسية للتطور التكنولوجي الذي نلحظه يومياً ليس متاحا إلا باستعمال الرياضيات في كل ما نقوّمه من عينات ونماذج لظواهر طبيعية وغيرها، وكذا في دراستها وتحليلها، ولاسيما إذا ما حاكيناها عبر الحواسيب.

4. التعليم الآلي و التعليم العميق

- الكثير من المعادلات والصيغ الرياضية تستخدم لتصميم برامج التحكم في السيارات ذاتية القيادة.
- حاجة لاستخدام المعرفة الرياضيات لحل مشاكل الحياة الحقيقية من خلال جهاز كمبيوتر.
- الذكاء الاصطناعي يعتمد اعتماد أساسي علي تعلم الآلة و تعليمها التحليل و اتخذ القرار و كل هذا يستند إلى الاستعمال الكبير للمنطق الرياضي و التجريد الكبير للنظريات الرياضية.