وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة محمد بوضياف المسيلة
كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية
و علوم التسيير
قسم العلوم الاقتصادية

محاضرات مقياس اساسيات بحوث العمليات

مقدمة لطلبة السنة الثانية علوم اقتصادية

من إعداد أ.د/ بن يوسف نوة

BENYOUCEF.N

2024/2023

المحور الرابع: تحليل الحساسية.

إن الوصول إلى الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية هو غاية الحل ,وان الحل الأمثل هو الحل الذي نجده من خلال قيم المتغيرات الموجودة في نموذج البرمجة الخطية في ظل معاملات المتغيرات في دالة الهدف وداخل القيود ولوجود كميات في المصادر(الجانب الأيمن) محدودة ولكن ماالعمل فيما لو ,وبعد استخراج الحل الأمثل تم تغير في معاملات المتغيرات في دالة الهدف أي تغير الأرباح أو التكلفة أو تغيير اسعار السوق وتبدل العرض.... إذن كيف يمكن الاستفادة من الحل الأمثل للوصول إلى الحل الأمثل تحت أي ظرف من هذه الظروف ,انه من الطبيعي أن تحصل كل هذه التغيرات أو بعضها لان الواقع العملي يصعب السيطرة عليه ،ومثل هذه الحالة لايمكن توقعها بشكل صحيح لذا نلجأ إلى تحليل الحساسية لمعالجة كل تغير ,ومن هذه التغيرات نذكر:

:

- تغيرات لها تأثير على العملية
  - التغير في الطرف الأيمن للقيود(الموارد)
  - إضافة قيد جديد
- تغيرات لها تأثير على الأمثلية
  - التغيرات في معاملات دالة الهدف
  - إضافة متغير قراري جديد(إضافة نشاط جديد)

من اجل مواصلة تحليل الحساسية يمكن وضع الخطوات التالية:

1-إيجاد الحل الأمثل للبرنامج الأصلي.

2-من اجل أي اقتراح للتغيير في البرنامج الأصلي وبعد إعادة حساب العناصر الجديدة للجدول الأمثل وباستعمال الحسابات الأصلية للثنائية ،ننشأ الخطوة الثالثة.

3-إذا كان الجدول الجديد غير امثل نتوجه إلى الخطوة (4) وإذا كان غير عملي نتوجه إلى الخطوة (5)، وإلا يتم تمثيل جدول جديد كجدول حل جديد امثل.

4-استعمال طريقة simplex العادية.

5- استعمال طريقة simplex الثنائية للوصول إلى الجدول الأمثل الجديد

مثال تطبيقي:

افترض البرنامج الخطي التالي:

$$\text{Max : } Zp=2X_1+3X_2$$
$$\text{St :}$$
$$7X_1+4X_2 \leq 28$$
$$4X_1+5X_2 \leq 20$$
$$X_2 \leq 3$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$

إذا علمت أن جدول الحل الأمثل لهذا البرنامج هو كالتالي:

عمود الأساس	X1	X2	S1	S2	S3	عمود الموارد
S1	0	0	1	-7/4	19/4	29/4
X1	1	0	0	1/4	-5/4	5/4
X2	0	1	0	0	1	3
Zp	0	0	0	1/2	1/2	46/4

حيث يتم إنتاج 5/4وحدة من النوع الأول (X1=5/4) ;3وحدات من النوع الثاني (X2=3)

لنتمكن من تحقيق ربح قدره 46/4 و.ن (Z_P=46/4).

1-تغيرات لها تأثير على العملية :

1-1-تغيرات في الموارد المتاحة للطرف الأيمن:

بافتراض انه حدث تغيير للمورد الثاني من 20 إلى 22 فما هو تأثير هذا التغير على الحل الأمثل.

إن هذا التغيير سوف يكون له تأثير على شرط العملية فقط وبالتالي فان عمود الموارد الجديد على ضوء أي تغيير سيكون كالتالي:

عمود الاساس = مصفوفة المتغيرات الاساسية * عمود الموارد = عمود موارد الجديد

$$\begin{pmatrix} S1 \\ X1 \\ X2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -7/4 & 19/4 \\ 0 & 1/4 & -5/4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 28 \\ 22 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15/4 \\ 7/4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

عمود الأساس	X1	X2	S1	S2	S3	عمود الموارد
S1	0	0	1	-7/4	19/4	15/4
X1	1	0	0	1/4	-5/4	7/4
X2	0	1	0	0	1	3
Zp	0	0	0	1/2	1/2	50/4

BENYOUCEF.N

شرط العملية لم يتأثر بل التغيير الذي حدث في قيم عمود الموارد الجديد حيث تصبح المؤسسة تنتج 7/4وحدة من النوع الأول (X1=7/4) ;3وحدات من النوع الثاني (X2=3)

لنتمكن من تحقيق ربح قدره 50/4 و.ن (Zp=(7/4)2+(3) 3=50/4).

إذا افترضنا انه حدث تغيير للمورد الثاني والثالث معا حيث أن المورد الثاني تغير من 20 إلى 22 والمورد الثالث من 3 إلى 5 فما هو تأثير هذا التغير على الحل الأمثل.

عمود الاساس مصفوفة المتغيرات الاساسية عمود الموارد عمود موارد الجديد

$$\begin{pmatrix} S1 \\ X1 \\ X2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -7/4 & 19/4 \\ 0 & 1/4 & -5/4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 28 \\ 22 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 53/4 \\ -3/4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

عمود الاساس	X1	X2	S1	S2	S3	عمود الموارد
S1	0	0	1	-7/4	19/4	53/4
X1	1	0	0	1/4	-5/4	-3/4
X2	0	1	0	0	1	5
Zp	0	0	0	1/2	1/2	54/4

شرط العملية أصبح غير محقق وبالتالي سوف نكمل الحل للجدول بطريقة تسمى طريقة حل السمبلاكس الثنائية (لا يعني حل الثنائية)لم يتأثر بل التغيير الذي حدث في قيم عمود الموارد الجديد حيث تصبح **طريقة حل السمبلاكس الثنائية**

وهي طريقة حل خاصة تجرى في حالة عدم تحقق شرط العملية

خطوات حل هذه الطريقة:

1-نحول البرنامج إلى الشكل المعياري إذا كان البرنامج من بدايته.

2-بعد وضع الجدول واختار سطر الدوران (المتغير الخارج)حيث يتم اختيار اكبر عنصر من عمود الموارد باشارة سالبة(-) سواء للبرنامج(Max)أو (Min)

1- اختيار عمود الدوران (المتغير الداخل) يتم بقسمة عناصر السطر Zp على عناصر سطر الدوران وهذا للعناصر السالبة فقط ونهمل العناصر الأكبر أو تساوي الصفر

Zp	0	0	0	1/2	1/2
X1	1	0	0	1/4	-5/4

تهمل

-نختار عمود لدوران في دالة الهدف (Z) من نوع (Max) لأكبر ناتج قسمة متبوع بإشارة سالبة ،و إذا كانت دالة الهدف من نوع (Min) على أساس أكبر ناتج قسمة متبوع بإشارة موجبة .

في هذا المثال فان X1 هو المتغير الخارج له اكبر قيمة متبوعة بإشارة سالبة في عمود لموارد وبقسمة عناصر السطر Zp على عناصر سطر الدوران X1 لدينا قيمة واحدة سالبة إذنS3 هو المتغير الداخل. وعنصر الدوران هو (- 5/4)

3-وبإكمال حساب باقي قيم الجدول بنفس الخطوات والمراحل في طريقة السمبلاكس العادية(الاختلاف الوحيد يكمن في اختار سطر وعمود الدوران)

عمود الأساس	X1	X2	S1	S2	S3	عمود الموارد
S1	19/5	0	1	-4/5	0	52/5
S3	-4/5	0	0	-1/5	1	3/5
X2	4/5	1	0	1/5	0	22/5
Zp	2/5	0	0	3/5	0	528/40

1-2-إضافة قيد جديد:

بالنسبة للتغيرات التي تحدث على أساس إضافة قيد جديد فينظر إلى طبيعة هذا القيد:

-إذا كان هذا القيد الأخير يحقق شروط الحل الأمثل نقول أن هذا القيد متوفر وبالتالي لا يؤثر على شرط العملية

- إذا كان هذا القيد الأخير لا يحقق شروط الحل الأمثل نقول أن هذا القيد نادر وبالتالي سوف يؤثر على شرط العملية وعلى الحل الأمثل السابق.

إذا افترضنا انه تم إضافة قيد جديد: $X_2 \leq 2$

يصبح البرنامج

$$\text{Max : } Zp=2X_1+3X_2$$
$$\text{St :}$$
$$7X_1+4X_2 \leq 28$$
$$4X_1+5X_2 \leq 20$$
$$X_2 \leq 3$$
$$X_2 \leq 2$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$

بإضافة هذا القيد يتم إجراء الحسابات التالية

1-تحويل هذا القيد إلى الشكل المعياري: $X_2 + S4=2$ 1

2- حساب قيمة X_2 من جدول الحل الأمثل حتى يمكن إجراء تعويض في هذا القيد الجديد

باستخراج سطر X_2 نحصل على: $0\ X_1+ X_2+0\ S1+0\ S2+1\ S3=3$

$$X_2 +1\ S3=3$$

$$X_2 =3 - S3 \quad .....2$$

بتعويض المعادلة 2 في المعادلة 1نجد $3 - S3 + S4=2$

$$\boxed{- S3 + S4= -1}$$

نتيجة الحساب الاخيرة يتم إضافتها إلى جدول الحل الأمثل

عمود الاساس	X1	X2	S1	S2	S3	S4	عمود الموارد
S1	0	0	1	-7/4	19/4	0	29/4
X1	1	0	0	1/4	-5/4	0	5/4
X2	0	1	0	0	1	0	3
S4	0	0	0	0	-1	1	-1
Zp	0	0	0	1/2	1/2	0	46/4

شرط العملية غير محقق الجدول ليس جدول حل امثل نكمل الانتقال إلى جدول آخر بطريقة السمبلاكس الثنائية

والجدول الجديد يكون بعد اختيار سطر الدوران S4 وعمود الدوران S3 وعنصر الدوران هو (1-)

عمود الاساس	X1	X2	S1	S2	S3	S4	عمود الموارد
S1	0	0	1	-7/4	0	19/4	10/4
X1	1	0	0	1/4	0	-5/4	10/4
X2	0	1	0	0	0	1	2
S3	0	0	0	0	1	-1	1
Zp	0	0	0	1/2	0	1/2	11

شرط العمليةمحقق تصبح المؤسسة تنتج 10/4وحدة من النوع الأول (X1=10/4) و 2 وحدات من النوع الثاني (X2=2)

لنتمكن من تحقيق ربح قدره 11 و.ن (11=3 (2)+(10/4)2=(Z_P)).

2-تغيرات لها تأثير على الامثلية:

2-1-تغيرات في معاملات دالة الهدف:

إذا كانت التغيرات تشمل معاملات المتغيرات التي تظهر أساسية في جدول الحل الأمثل للبرنامج الأصلي فسيتم حساب قيم جديدة للثنائية من اجل استعمالها في حساب عناصر السطر Zp .

أما إذا كانت التغيرات تشمل معاملات المتغيرات الغير أساسية في جدول الحل الأمثل للبرنامج الأصلي فنستعمل قيم الثنائية من الحل الأمثل للبرنامج الأصلي لحساب عناصر السطر Zp .

بافتراض انه حدث تغيير لدالة الهدف في البرنامج الأصلي حيث:

$$Max : Zp=3X_1 +5X_2$$

هذا التغيير يشمل المتغيرات الاساسيةوبالتالي يجب حساب قيم ثنائية جديدة وحسابها يتم الطريقة التالية:

$$[Y1.Y2.Y3] = [0\ 3\ 5] * \begin{bmatrix} 1 & -7/4 & 19/4 \\ 0 & 1/4 & -5/4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [0 \quad 3/4 \quad 5/4]$$

$$Y1=0 \quad Y2=3/4 \quad Y3=5/4$$

بعد إيجاد قيم الثنائية الجديدة من حساب ضرب المصفوفات يتم حساب عناصر السطرZp وهذا بأخذ الفرق بين الطرف الأيمن والأيسر لقيد الثنائية المشارك مع كل متغير أصلية.

مع X1 : (قيد الثنائية بالنسبة لـX1) $7Y1 +4Y2+0Y3 \ -3$

بتعويض قيم Y1 .Y2.Y3 نجد:

$$7(0) +4(3/4)+0(5/4) -3 =0$$

مع X2 : (قيد الثنائية بالنسبة لـX2) $4Y1 +5Y2+1Y3 \ -5$

بتعويض قيم Y1 .Y2.Y3 نجد:

$$4(0) +5(3/4)+1(5/4) -5 =0$$

معS1 : $Y1 -0 = 0$

معS2 : $Y2 -0=3/4$

معS3 : $Y3 -0=5/4$

مدام البرنامج على شكل Max وان عناصر السطرZp التي تم حسابها لم يؤثر على شرط الامثلية إذن التغير الوحيد الذي حدث يكون في قيمة Zp

2-2-إضافة نشاط جديد:

بافتراض انه حدث تغيير في البرنامج الأصلي بإضافة نشاط جديد حيث:

BENYOUCEF.N

$$\text{Max : } Zp=2X_1+3X_2+2X3$$
$$\text{St :}$$
$$7X_1+4X_2+X3 \leq 28$$
$$4X_1+5X_2+2X3 \leq 20$$
$$X_2-X3 \leq 3$$
$$X_1, X_2, X3 \geq 0$$

لمعالجة هذا التغيير يتم إيجاد قيد الثنائية المشارك مع المتغير الجديد حيث:

$Y1+2Y2-Y3 \geq 2$

مادام X3 غير أساسي في جدول الحل الأمثل للبرنامج الأصلي على أساس حساب عنصر السطر Zp لهذا المتغير الجديد وبنفس الطريقة السابقة .الفرق بين الطرفالأيمن والأيسر لقيد الثنائية المشارك.

مع X3 : (قيد الثنائية بالنسبة لـX3) $Y1+2Y2-Y3-2$

$$Y1 = 0$$
$$Y2 = 1/2$$
$$Y3 = 1/2$$

بتعويض قيم Y1 .Y2.Y3 نجد:

$$0+2(1/2)-(1/2)-2 = -3/2$$

بالنسبة لحساب باقي عناصر عمود X3 تتم بالطريقة التالية:

$$\begin{bmatrix} S1 \\ X1 \\ X2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -7/4 & 19/4 \\ 0 & 1/4 & -5/4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -29/4 \\ 7/4 \\ -1 \end{bmatrix}$$

معاملات X3 في البرنامج

عناصر عمود X3

جدول الحل الأمثل بعد إضافة النشاط X3

BEN YOUCEF.N

عمود الاساس	X1	X2	X3	S1	S2	S3	عمود الموارد
S1	0	0	-29/4	1	-7/4	19/4	29/4
X1	1	0	7/4	0	1/4	-5/4	5/4
X2	0	1	-1	0	0	1	3
Zp	0	0	-3/2	0	1/2	1/2	46/4

شرط الامثلية غير محقق قيمة سالبة في السطر Zp نقوم بالحل بطريقة السمبلاكس العادية فنجد الحل الأمثل كالتالي يتم إنتاج 5/7وحدة من النوع الثالث (5/7) و 26/7وحدات من النوع الثاني (X2=26/7) لنتمكن من تحقيق ربح قدره 88/7و.ن (Zp=(26/7)3+(5/7) 2=88/7).

BENYOUCEF.N