المحور السادس :مسائل النقل

إن مسائل النقل تتعلق بمشاكل النقل للأشخاص، سلع، خدمات، شحن...إلخ من مجموعة من المصادر إلى مجموعة المراكز، ويتم تمثيل ذلك بجداول النقل.

1-حل جداول النقل: رياضيا نموذج النقل يأخذ الشكل التالي:

باعتبار أن (x_{ij}) تمثل الوحدات المنقولة أو المرحلة من المصدر i إلى المركز J بتكلفة (c_{ij}) فإن النموذج يكون كالتالي:

$$\boxed{Min z = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} Cij\ Xij}$$

حيث:

- المجموعة الأولى: قيود العرض $\sum_{i=1}^{n} Xij \leq Si$
- المجموعة الثانية: قيود الطلب $\sum_{i=1}^{m} Xij \leq Dj$

$$Xij \geq 0$$

حيث المجموعة الأولى من القيود التي تمثل مجموع الوحدات المنقولة من أي مركز لا يمكن أن تتجاوز عرض المصدر.

والمجموعة الثانية من القيود تمثل مجموع الوحدات المنقولة إلى أي مركز لا يمكن أن تتجاوز طلب المركز.

وحتى يكون نموذج النقل نموذج متوازن أي يكون مجموع الوحدات المعروضة يساوي مجموع الوحدات المطلوبة أي

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} Si = \sum_{i=1}^{m} Dj}$$

بهذه الفرضية يمكن تعديل نموذج النقل بالصورة التالية

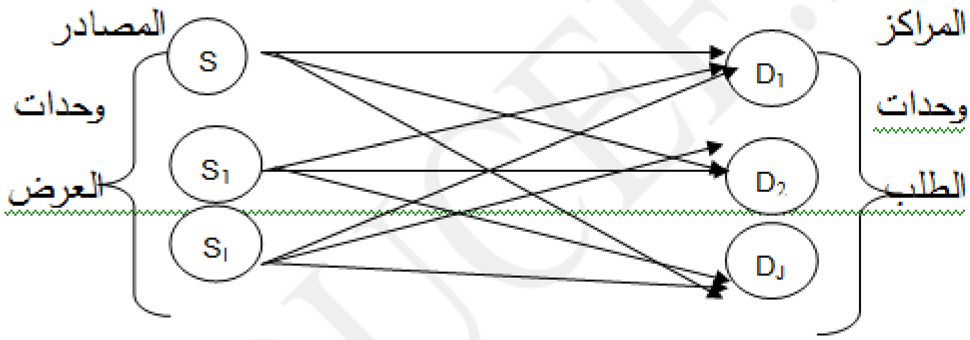
$$\sum_{i=1}^{n} Xij = Si$$

$$\sum_{j=1}^{m} \mathrm{Xij} = Dj$$

وعليه يمكن كتابة نموذج النقل رياضيا كالتالي

$$Minz = \sum_{ij=1}^{n} Cij\, Xij$$

أما شبكيا فنموذج النقل العام يمكن تمثيله بالصورة التالية:



أما تنفيذ النموذج عن طريق الجدول فيكون بالشكل التالي: وبافتراض

مراكز

	1	2	3	m
1	$C_{11}\, X_{11}$			S_1
2				S_2
مصادر				
n				

ويتم وضع جدول النقل التالي:

	1	2	3
1	X_{11} C_{11}	X_{12} C_{12}	X_{13} C_{13}
2	X_{21} C_{21}	X_{33} C_{22}	X_{23} C_{23}
3	X_{31} C_{31}	X_{32} C_{32}	X_{23} C_{33}

فمثلا الوحدات المتاحة الممثلة كالتالي على الكمية المتاحة

المصدر	1	2	3
الكمية المتاحة	1000	1500	1200

المركز	1	2
الكمية المطلوبة	2300	1400

أما التكلفة فممثلة كالتالي:

مركز

مصدر	80	215
	10	108
	102	68

مراكز

	1	2	
مصادر	X_{11} 80	X_{12} 215	1000
	X_{21} 10	X_{22} 108	1500
	X_{31} 102	X_{32} 68	1200
	2300	1400	

أما عن طريق البرمجة الخطية فيمكن وضع نموذج النقل بالصورة التالية:

$$\text{Min } \lambda p = 80X_{11} + 215X_{12} + 10X_{21} + 108X_{22} + 102X_{31} + 68X_{32}$$

$X_{11}+X_{12} = 1000 \longleftarrow 1$

$X_{21}+X_{22} = 1500 \longleftarrow 2$

$X_{31}+X_{32} = 1200 \longleftarrow 3$

$X_{11}+X_{21}+X_{31} = 2300 \longleftarrow 4$

$X_{12}+X_{22}+X_{32} = 1400 \longleftarrow 5$

$X_{ij} \geq 0$

يمكن تلخيص جدول النقل في المعطيات التالية:

1. المصادر (i) ممثلة في وحدات أو محطات أو نقاط بيع أو تخزين أو استقبال أو مدن...
2. المراكز (j) ممثلة في وحدات أو محطات أو نقاط بيع أو تخزين أو استقبال أو مدن.
3. (X_{ij}) تمثل الوحدات المنتجة أو الموزعة أو المنقولة وتشمل البضائع السلع، الأفراد.
4. (C_{ij}) تمثل تكلفة النقل أو توزيع وحدة واحدة من المصدر (i) إلى المركز (j).
5. الخلية (X_{ij}) و (C_{ij}) وهي الخلية التي يتم على أساسها البحث عن الطريقة المثلى للنقل وتشمل الخلية: – تكلفة النقل (تكلفة الانتاج).

–الوحدات المنقولة أو المنتجة.

–صافي التغير في التكلفة.

2–تقنيات النقل: تتمثل الخطوات الأساسية لتقنية النقل في الآتي:

1 ⟵ حدد حل عملي ابتدائي أو أولي.

2 ⟵ حدد متغير داخل من بين المتغيرات غير الأساسية، إذا كانت كل المتغيرات تحقق شرط الأمثلية يتوقف العمل وإذا لم يتحقق ننتقل إلى الخطوة الثالثة.

3 ــــــــــحدد المتغير الخارج من بين المتغيرات الأساسية لحل الجدول السابق، ثم أوجد المتغير الأساسي الجديد للحل، في حالة عدم الوصول إلى الحل الأمثل نتوجه إلى الخطوة (2) حتى الوصول إلى الحل الأمثل للبرنامج.

3-تحديد الحل لنماذج النقل:

نماذج النقل تشتمل على نوعين من الحلول:

أ. الحلول الأولية (الابتدائية): نعلم أن($\sum_{i=1} Si = \sum_{j=1} Dj$)، هذا يعني أن جدول النقل للنموذج أو البرنامج هو مجموع (n+m)، مما يعني أن جدول النقل يجب أن يشمل على (m+n-1) متغير أساسي أي مجموع الخلايا التي يتم بواسطتها النقل (الخلايا المشغلة) يساوي (m+n-1).

3-1-طرق الحل الابتدائي:

- طريقة زاوية الشمال الغربي.
- طرقة أقل تكلفة.
- طريقة VAM.
- طريقة RAM.

ب.**تحديد الحل الأمثل:** لتحديد الحل الأمثل لنموذج ما يجب أن يحتوي كذلك على (m+n-1) متغير أساسي و (m+n-1) خلايا مشغولة.

هذا يعني لتحديد الحل الأمثل يجب أن ننطلق من أحد الحلول الابتدائية ويفضل أن يكون الحل بطريقة زاوية الشمل الغربي.

وهناك طريقتين للوصول إلى الحل الأمثل: - طريقة الأحجار المتنقلة، - طريقة التوزيع المعدلة وتسمى بطريقة MODi.

مثال: مؤسسة وطنية تنتج آلات صناعية بأربع وحدات انتاج بمجموع طاقة 700 آلة، تريد نقل هذه المنتجات إلى 5 نقاط بيع بأقل تكلفة ممكنة، حسب المصالح المختلفة للمؤسسة فقد تم تحديد المعطيات التالية:

المصادر	1	2	3	4
المنتجات	200	150	250	100

المراكز	1	2	3	4	5
الوحدات المطلوبة	170	160	140	120	110

بالتكلفة التالية:

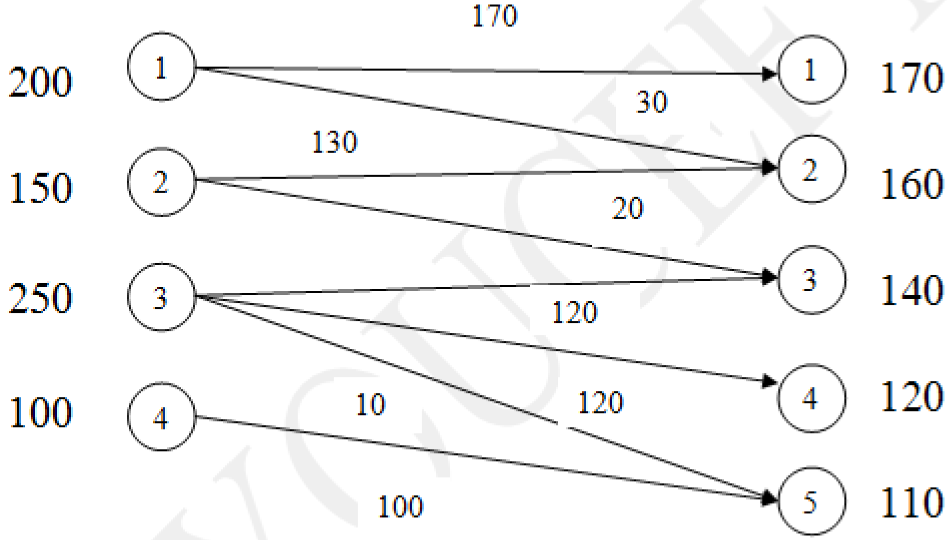
2	2.5	2	3	1.5
3	1.5	1.5	2	3
1.5	3	2	1	1.5
2.5	2	2	2	2

- وضع هذه المعطيات في نموذج نقل ثم البحث عن الحل الابتدائي

3-1-1-طريقة زاوية الشمال الغربي:

	1	2	3	4	5	
1	$\boxed{170}$ 2	$\boxed{30}$ 2.5	2	3	1.5	~~200~~ ~~30~~ 0
2	3	$\boxed{130}$ 1.5	$\boxed{20}$ 1.5	2	3	~~150~~ ~~20~~ 0
3	1.5	3	$\boxed{120}$ 2	$\boxed{120}$ 1	$\boxed{10}$ 1.5	~~250~~ ~~130~~ ~~10~~ 0
4	2.5	2	2	2	$\boxed{100}$ 2	~~100~~ 0
	~~170~~ 0	~~160~~ ~~130~~ 0	~~140~~ ~~120~~ 0	~~120~~ 0	~~110~~ ~~10~~ 0	

- الكمية المتاحة = 0 بعد عملية التشغيل يتم انتقال عموديا إلى الأسفل
- إذا كانت الكمية المطلوبة هي نفسها المنتجة في العمود أو السطر يتم الانتقال قطريا للخلية (2-2)
- تم تكرار الخطوة الأولى والثانية حتى ننتهي من عملية النقل.
- الخلايا المشغولة = $(m+n-1)=8$
- عدد المتغيرات الأساسية = 8.
- التكلفة = $(2\times170) + (2.5\times30) + (1.5\times130) + (1.5\times20) + (2\times120) + (1\times120) + (1.5\times10) + (2\times100) = 1215$
-



3-1-2-طريقة أقل التكلفة:

	1	2	3	4	5	
1	40 / 2	10 / 2.5	40 / 2	3	110 / 1.5	~~200~~ ~~90~~ ~~50~~ ~~10~~ 0
2	3	150 / 1.5	1.5	2	3	~~150~~ 0
3	130 / 1.5	3	2	120 / 1	1.5	~~250~~ ~~130~~ 0
4	2.5	2	100 / 2	2	2	~~100~~ 0
	~~170~~ ~~40~~ 0	~~160~~ ~~10~~ 0	~~140~~ ~~40~~ 0	~~120~~ 0	~~110~~ 0	

خانة أقل تكلفة
في جدول ونبدأ بها

ملاحظة: في حالة الخلايا بتكلفة متساوية نختار الخلية التي يمكن إعطاؤها أكبر عدد ممكن من الوحدات.

- لما التكلفة تكون 1: الخلية (3.4) قيمتها: 120.
- لما التكلفة = 1.5:
  - الخلية (1.5) يمكن تشغيلها بـ 110
  - الخلية (2.2) يمكن تشغيلها بـ 150
  - الخلية (2.3) يمكن تشغيلها بـ 140 تحذف لأن عدد وحدات في سطر 2 أصبح = 0
  - الخلية (3.1) يمكن تشغيلها بـ 130
  - الخلية (3.5) يمكن تشغيلها بـ 100 نفس سبب حذف عدد وحدات = 0 في عمود.

الخلية التي يمكن تشغيلها بأكبر عدد ممكن من الوحدات هي الخلية (2.2) ننطلق منها

-

- لما التكلفة = 2 – الخلية (1.1) يمكن تشغيلها ب 40

نبدأ التشغيل بأكبر قيمة وهي الخلية (4.3)

-الخلية (13) يمكن تشغيلها ب 90

- الخلية (4.2) يمكن تشغيلها ب 10

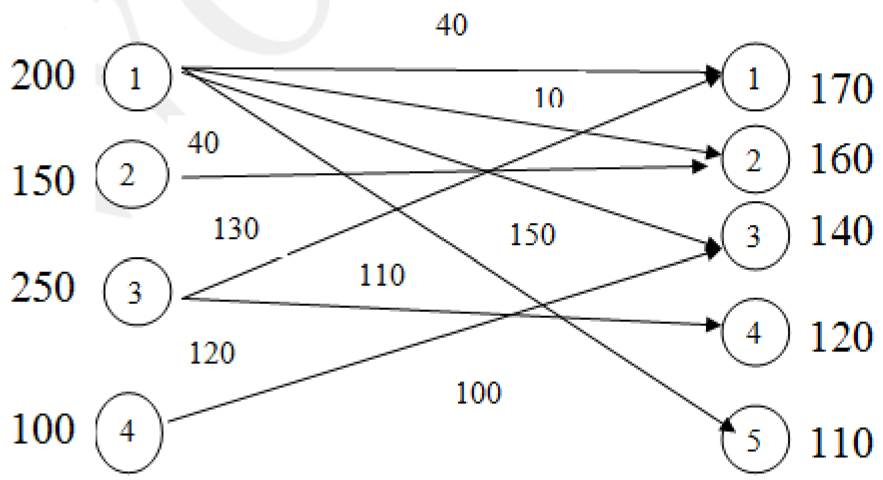
- الخلية (4.3) يمكن تشغيلها ب 100

أما الخلايا (2.4) (3.3) (4.4) (4.5) فهي تحذف من حساب لأن عدد الوحدات في سطر الثاني والثالث والعمود الرابع والخامس أصبح يساوي 0 وبنفس الطريقة نكمل باقي التكاليف التكلفة 2.5: الخلية (1.2)= 10.

التكلفة الإجمالية = (2×40) + (2.5×10) + (2×40) + (1.5×110) + (1.5×150) + (1×120) + (1.5×130) + (2×100)= 1040.

ملاحظة: تكلفة هذه الطريقة 1040 أقل من تكلفة الطريقة الاولى (زاوية الشمال الغربي) والتي تساوي 1215، وبالتالي هي أفضل من الأولى.

ومنه مخطط النقل:



4-1-طريقة الأحجار المتنقلة:

هذه الطريقة تؤدي إلى حل أمثل لأي نموذج نقل إذا كانت تركيبته صحيحة.

<u>الخطوة1</u>: حل النموذج بإحدى طرق الحل الابتدائي ويفضل أن تكون بطريقة زاوية الشمال الغربي.

في حالة عدم تحقيق الشرط $m+n-1$ يتم وضع خلية شاغرة بوحدات (0) بحيث هذه الخلية تسهل لنا طريقة التنقل.

<u>الخطوة 2</u>: حساب صافي التغير للتكلفة للخلايا غير المشغلة يتبع خط السير التالي:

- يجب أن يكون التحرك أو ما يطلق عليه مسار الحلقة المغلقة أفقيا يمينا أو يسارا، رأسيا إلى الأعلى أو الأسفل التحرك القطري غير مقبول، وبالتالي فإن أي انعطاف أو رجوع ينتج عنه زاوية قائمة.

ويكون هذا الرجوع مع خلية مشغلة.

- خط السير يجب أن يمر بخلايا مشغلة فقط في حالة إنعطاف الخلايا وسط الطريق لا تؤخذ بالاعتبار.
- مسار الحلقة المغلقة عبارة عن شكل مغلق أركانه تتشكل من خلايا أساسية (مشغلة) ما عدا الخلية التي يراد تقييمها.
- حساب صافي التغير في التكلفة ينتج عنه الإشارات التالية: (....−،+،−،+).

الخطوة 3: بعد حساب صافي المتغير في التكلفة للخلايا غير المشغلة يمكن الوصول الآتي:

- كل صافي التغير في التكلفة ≤ 0 هذا يعني أن الجدول الذي وصلنا إليه بمثل جدول حل أمثل.
- إذا ظهر صافي التغير في التكلفة لخلية أو أكثر أقل من الصفر (<0) هذا يعني أن الجدول لا يمثل جدول حل أمثل وبالتالي ننتقل للخطوة الرابعة.

الخطوة 4: نختار الخلية شاغرة التي بها اكبر صافي تغير في التكلفة وبإشارة (−) وتشغيلها بأكبر عدد ممكن من الوحدات مراعيا في ذلك الكمية المتاحة والكمية المطلوبة.

إذا كان تساوي في صافي التغير في التكلفة السالب اختيار الخلية التي بها أقل تكلفة، وإذا كان هناك تساوي في التكاليف نختار الخلية التي يمكن تشغيلها بأكبر عدد ممكن من الوحدات.

الخطوة 5: بعد عملية التشغيل يتمم الانتقال إلى جدول جديد مع إهمال الجدول القديم وتكرار الخطوات من جديد.

	1	2	3	4	5	
1	$\boxed{170}$ 2	$\boxed{30}$ 2.5	−0.5 / 2	1.5 / 3	−0.5 / 1.5	200
2	2 / 3	$\boxed{130}$ 1.5	$\boxed{20}$ 1.5	1.5 / 2	2 / 3	150
3	0 / 1.5	1 / 3	$\boxed{120}$ 2	$\boxed{120}$ 1	$\boxed{10}$ 1.5	250
4	0.5 / 2.5	0.5 / 2	− 0.5 / 2	0.5 / 2	$\boxed{100}$ 2	100
	170	160	140	120	110	

الخلية (1.3)= $C_{23}-C_{22}+C_{12}-C_{13}$

$= 1.5-1.5+2.5-2 = -0.5$

الخلية (1.4)= $C_{35}-C_{33}+C_{23}-C_{22}+C_{22}-C_{14}$

$= 1-2+1.5-1.5+2.5-3 = 1.5$

لخلية (1.5) = $C_{35}-C_{33}+C_{23}-C_{22}+C_{12}-C_{15}$

$= 1.5-2+1.5-1.5+2.5-1.5 = -0.5$

الخلية(2.1)............... مع كل الخلايا الشاغرة.

1	170 2	20 2.5	0.5 2	1.5 3	10 1.5	200
2	2 3	140 1.5	10 1.5	1.5 2	2.5 3	150
3	0 1.5	1 3	130 2	120 1	0.5 1.5	250
4	0 2.5	−1 2	−1 2	0 2	100 2	100
	170	160	140	120	110	

نختار خلية C_{42} بها أكبر صافي تغير سالب وأكبر عدد من وحدات

الجدول أعلاه يكون أو يشكل على أساس الخانة أو الخلية (1.5) بها أكبر صافي تغير بإشارة سالبة ويقابله أقل تكلفة وأكبر عدد من الوحدات، نضع الإشارة لتخفيض والزيادة وننتقل إلى جدول جديد أعلاه.

نختار أقل عدد من الوحدات به إشارة سالبة التغير حسب الخلايا التي بها إشارات فقط وفي جدول أعلاه هي (20) ننتقل للجدول جديد

	1	2	3	4	5
1	$\boxed{170}$ 2	2.5	2	3	$\boxed{30}$ 1.5
2	3	$\boxed{140}$ 1.5	$\boxed{10}$ 1.5	2	3
3	1.5	3	$\boxed{130}$ 2	$\boxed{120}$ 1	1.5
4	2.5	$\boxed{20}$ 2	2	2	$\boxed{80}$ 2

ونكمل جدول بنفس طريقة الجدول السابق حتى نصل إلى جدول الحل الأمثل تكون كل قيم صافي تغير تكلفة موجبة، أما إذا وصلنا إلى جدول الحل الأمثل ووجد إحدى صافي التغير في التكاليف تساوي (0) أو أكثر، هذا يعني أن البرنامج له حلول مثلى بديلة، أما إذا لم يوجد أي صافي تغير يساوي (0) فانه يوجد حل أمثل وحيد للبرنامج.

الحالات الخاصة:

1. حالة الانحراف: عدم تحقق العلاقة (m+n−1) تشغيل الخلية بوحدات الصفر (0) وبفضل الحل عن طريق الأخذ بعين الاعتبار الخلية التي بها أقل تكلفة
2. حالة Dummy: هي حالة عدم تساوي مجموع عملية متاحة مع المطلوبة نضيف عمودا أو سطر وهمي.
3. حالة Max (الربح): نختار الخلية التي بها أكبر ربح ونضع فيها (+) والوصول إلى الحل الأمثل عندما نصل إلى كل قيم صافي تغير أقل أو يساوي (0).