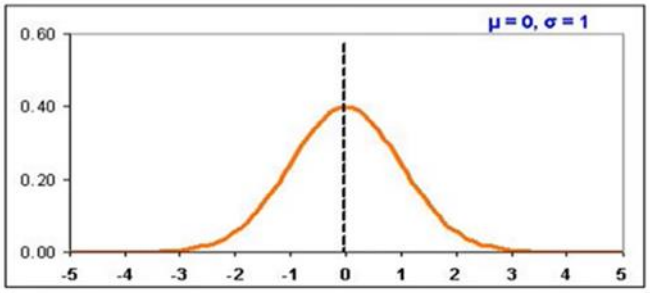
إختبار التوزيع الطبيعي للبيانات كولموجروف سميرنوف

1 تعريف التوزيع الطبيعي للبيانات

هناك بعض الإختبارات الإحصائية تشترط أن يكون توزيع البيانات توزيعا إعتداليا أي يتبع التوزيع الطبيعي المعياري، وهو الشكل البياني الذي يكون متوسطه الحسابي يساوي الصفر (0) وإنحرافه المعياري يساوي الواحد (1).



2 أهمية إختبار التوزيع الطبيعي للبيانات

تتمثل أهمية إختبار التوزيع الطبيعي للبيانات أو ما يسمى إختبار إعتدالية توزيع البيانات، كون أن هذا الإختبار أحد أهم شروط تطبيق الإختبارات البارامترية (المعلمية) التي تتميز بالدقة في نتائجها، حيث لا يمكن تطبيق تلك الإختبارات (البارامترية) دون التحقق من شرط إعتدالية توزيع البيانات، وإذا لم يتحقق هذا الشرط (التوزيع الطبيعي للبيانات) فإننا نلجأ إلى تطبيق الإختبارات الإحصائية البديلة وهي الإختبارات اللابارامترية (اللامعلمية).

3 إختبار كولموجروف - سميرنوف

يتم تطبيق هذا الإختبار في حالة عينة واحدة كما يلي:

كولموجروف – سميرنوف =

| التكرار الملاحظ المتجمع الصاعد النسبي – التكرار المتوقع المتجمع الصاعد النسبي |

أ فرضيات إختبار كولموجروف – سميرنوف

الفرض الصفري(H0): لا يختلف توزيع بيانات العينة عن التوزيع النظري

$$H0 : F(Xi) = F0(Xi)$$

الفرض البديل(H1): يختلف توزيع بيانات العينة عن التوزيع النظري

$$H1 : F(Xi) \neq F0(Xi)$$

ب حالات قبول أو رفض الفرض الصفري

بعد تطبيق قانون إختبار كولموجروف – سميرنوف يتم أخذ قيمة أكبر فرق مطلق بين التكرار الملاحظ المتجمع الصاعد النسبي والتكرار المتوقع المتجمع الصاعد النسبي، ومقارنة هذه النتيجة مع القيمة الحرجة لجدول الدلالة الإحصائية لكولموجروف – سميرنوف لعينة واحدة، فإذا كانت المحسوبة أقل تماما من الجدولية فإننا نقبل الفرض الصفري ونرفض الفرض البديل ونستنتج أن بيانات العينة تتبع التوزيع الطبيعي.

أما إذا كانت المحسوبة أكبر من أو تساوي من الجدولية فإننا نرفض الفرض الصفري ونقبل الفرض البديل ونستنتج أن بيانات العينة لا تتبع التوزيع الطبيعي.

ج مثال تطبيقي

لدينا البيانات التالية ونرغب إختبار الفرضية الصفرية التي تقول أن هذه البيانات لا تختلف عن التوزيع الطبيعي (أي تتبع التوزيع الطبيعي)؟

القيمة	التكرار
3	3
7	6
6	7
8	9
المجموع	25

الحل: سيتم وفق الخطوات التالية:

1)- تحديد الفرضيات:

الفرضية الصفرية: لا يختلف توزيع بيانات العينة عن التوزيع الطبيعي $H0 : F(X_i) = F_0(X_i)$

الفرضية البديلة: يختلف توزيع بيانات العينة عن التوزيع النظري $H1 : F(X_i) \neq F_0(X_i)$

2)- تحديد إتجاه الفرضية البديلة: الفرضية البديلة غير متجهة (بذيلين أو بطرفين).

3)- تحديد مستوى الدلالة: مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$

4)- حساب قيمة كولموجروف – سميرنوف المحسوبة: وذلك كما يلي:

القيمة	التكرار الملاحظ	التكرار الملاحظ المتجمع الصاعد	التكرار الملاحظ المتجمع الصاعد النسبي	التكرار المتوقع	التكرار المتوقع المتجمع الصاعد	التكرار المتوقع المتجمع الصاعد النسبي	الفرق
3	3						
7	6						
6	7						
8	9						
المجموع	**25**	/	/	/	/	/	/

– أكبر فرق بالقيمة المطلقة بين التكرار الملاحظ المتجمع الصاعد النسبي والتكرار المتوقع المتجمع الصاعد النسبي =

5)- حساب قيمة كولموجروف – سميرنوف الجدولية:

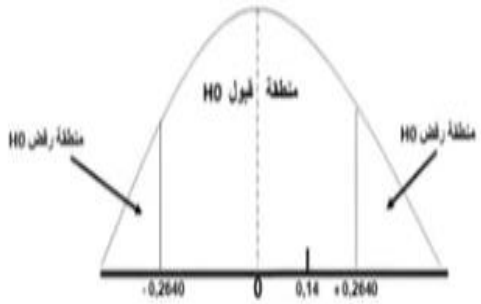
القيمة	التكرار الملاحظ	التكرار الملاحظ المتجمع الصاعد	التكرار الملاحظ المتجمع الصاعد النسبي	التكرار المتوقع	التكرار المتوقع المتجمع الصاعد	التكرار المتوقع المتجمع الصاعد النسبي	الفرق
3	3	3	0.12	6.25	6.25	0.25	-0.13
7	6	9	0.36	6.25	12.5	0.50	-0.14
6	7	16	0.64	6.25	18.75	0.75	-0.11
8	9	25	1	6.25	25	1	0
المجموع	**25**	/	/	/	/	/	/

– أكبر فرق بالقيمة المطلقة بين التكرار الملاحظ المتجمع الصاعد النسبي والتكرار المتوقع المتجمع الصاعد النسبي = 0.14

5)- حساب قيمة كولموجروف – سميرنوف الجدولية:

يتم إستخراج القيمة الحرجة من الجداول الإحصائية لإختبار كولموجروف – سميرنوف عند مستوى دلالة $\alpha = 0.05$ وبإختبار بطرفين وحجم العينة يساوي 25 نجدها تساوي = 0.2640

6)-إتخاذ القرار:



بما أن قيمة إختبار كولموجروف – سميرنوف المحسوبة (0.14) أقل من القيمة الحرجة الجدولية (0.2640) فإننا نقبل الفرض الصفري ونرفض الفرض البديل.

7)- **النتيجة**: توزيع هذه البيانات لا يختلف عن التوزيع الطبيعي (أي أن البيانات تتبع التوزيع الطبيعي).

جدول القيم الحرجة لإختبار كولموجروف – سميرنوف:

	One–tailed test (طرف واحد)		Two–tailed Test (طرفين)	
N	**0.05**	**0.01**	**0.05**	**0.01**
1	0.9500	0.9900	0.9750	0.9950
2	0.7764	0.9000	0.8419	0.9293
3	0.6360	0.7846	0.7076	0.8290
4	0.5652	0.6889	0.6239	0.7342
5	0.5094	0.6272	0.5633	0.6685
6	0.4680	0.5774	0.5193	0.6166
7	0.4361	0.5384	0.4834	0.5758
8	0.4096	0.5065	0.4543	0.5418
9	0.3875	0.4796	0.4300	0.5133
10	0.3687	0.4566	0.4092	0.4889
11	0.3524	0.4367	0.3912	0.4677
12	0.3382	0.4192	0.3754	0.4490
13	0.3255	0.4036	0.3614	0.4325
14	0.3142	0.3897	0.3489	0.4176
15	0.3040	0.3771	0.3376	0.4042
16	0.2947	0.3657	0.3273	0.3920
17	0.2863	0.3553	0.3180	0.3809
18	0.2785	0.3457	0.3094	0.3706
19	0.2714	0.3369	0.3014	0.3612
20	0.2647	0.3287	0.2941	0.3524
21	0.2586	0.3210	0.2872	0.3443
22	0.2528	0.3139	0.2809	0.3367
23	0.2475	0.3073	0.2749	0.3295
24	0.2424	0.3010	0.2693	0.3229
25	0.2377	0.2952	0.2640	0.3166
26	0.2332	0.2896	0.2591	0.3106
27	0.2290	0.2844	0.2544	0.3050
28	0.2250	0.2794	0.2499	0.2997
29	0.2212	0.2747	0.2457	0.2947