TD 2/ Machines thermiques

Exercice 01:

On considère une mole de gaz carbonique à la température T_1 = 150°C dans un volume V_1 = 1litre, et sous une pression p_1 (état A). Cette mole subit une détente adiabatique réversible jusqu'à un état B où son volume vaut V_2 = 10 V_1, et sa température est T_2. Le gaz subit ensuite une compression isotherme réversible qui l'amène à la pression initiale p_1 (état C).
Le gaz est ensuite réchauffé jusqu'à la température T_1 à pression constante.
1°/ Tracer le cycle suivi par le gaz dans un diagramme de Clapeyron (p, V). S'agit-il d'un cycle moteur ?

2°/ Calculer la pression initiale p_1 et la température T_2 de la source froide.

3°/ Calculer les quantités de chaleur reçues par le gaz au cours des trois transformations AB, BC et CA.

4°/ Établir le bilan entropique. Commenter le résultat.

5°/ Calculer le travail fourni au gaz au cours du cycle.

6°/ Calculer l'efficacité de cette machine, et évaluer son rendement en comparant cette efficacité à celle du cycle de Carnot fonctionnant entre les mêmes températures T_1 et T_2.

On donne :

- la constante des gaz parfaits est R = 8,31 J. mole/K.
- le gaz carbonique est assimilé à un gaz parfait pour lequel 33, γ = 1.

Exercice 02 :

On considère une machine à vapeur qui fonctionne entre T_1= 550 °C et T_2 = 250 °C.

1°/ Rappeler la définition de l'efficacité η des moteurs thermiques.

2°/ Exprimer η en fonction des quantités de chaleur Q et Q échangées par le gaz avec les sources chaudes et froides aux températures T et T2 respectivement.

3°/ Donner l'expression de cette efficacité dans le cas d'un cycle di-thermes réversible en fonction des températures du problème.

En pratique, un tel moteur aura une efficacité valant 70% de cette efficacité maximale.

Combien vaut-elle numériquement ?

Exercice 03 :

Un gaz diatomique subit un cycle de transformations quasi-statiques dithermes dit de Carnot, soit :
(i) la succession d'une compression isotherme AB à la température T2,
(ii) une compression adiabatique BC,
(iii) une détente isotherme CD à la température T1, et enfin (iv) une détente adiabatique DA.
Les données sont les suivantes : pA = 1 bar, T_1 = 250 °C et T2 = 25 °C, V_C = 1,5 litres et P_C = 10 bars et on donne pour un gaz diatomique, γ = 4.1.
1°/ Déterminer les coordonnées dans un diagramme (p, V) des quatre points du cycle.
2°/ Tracer le cycle dans un diagramme de Clapeyron.
3°/ Calculer les quantités de chaleur Q_1 et Q_2 et le travail W reçus par le gaz au cours du cycle et préciser leurs signes.
De quel type de machine thermique s'agit-il ?

4°/ Donner les expressions de l'efficacité (rendement) η de cette machine di-thermique en fonction de, W, Q_1 et Q_2 puis en fonction des températures T_1 et T_2.
5°/ Quel principe permet de retrouver cette dernière expression pour η ?
6°/ Calculer cette efficacité.

Exercice 04:

Une machine di-thermes fonctionne suivant un cycle de Carnot inverse (par rapport au sens moteur) et fonctionne entre les températures T_C et T_f des sources chaudes et froides.
1°/ Rappeler les transformations qui constituent un cycle de Carnot.
2°/ Tracer schématiquement ce cycle dans un diagramme (p, V) et (T, S).
Indiquer les températures et le sens de parcours du cycle.
3°/ Sachant que de la chaleur est toujours prélevée de la source froide et donnée à la source chaude, localiser les sources chaudes et froides dans le cas :

- d'un fonctionnement en réfrigérateur,
- d'un fonctionnement en pompe à chaleur (on considèrera des cas réalistes inspirés par les valeurs données pour l'application numérique).

4°/ Donner la définition des efficacités η_r et η_p de cette machine en modes respectivement réfrigérateur et pompe à chaleur.
5°/ Quelles sont leurs expressions en fonction des quantités de chaleur échangées ?
6°/ En écrivant l'expression de la variation d'entropie sur un cycle réversible,
7°/ donner l'expression de η_r et η_p en fonction des températures.
8°/ Faire l'application numérique et commenter le résultat.
On donne : Tf = - 5 °C et TC =18 °C.

Exercice 05:

Le moteur à explosion est un moteur à combustion interne dont l'allumage est commandé par des bougies. Il fonctionne suivant le cycle de Beau de Rochas. Ce cycle est constitué de deux isentropiques et deux isochores que subit un mélange d'air et de carburant.
Le système fermé considéré est donc une masse déterminée de ce mélange. Plus précisément, le cycle peut être décrit en quatre temps :
1. un cylindre admet le mélange à travers une soupape d'admission dans un volume V_A (portion IA du cycle);
2. les soupapes sont fermées et le mélange subit une compression isentropique jusqu'à un volume V_B (portion AB). Au point B se produit l'explosion du mélange qui augmente la pression de B à C;
3. les soupapes sont toujours fermées et les produits de la combustion subissent une détente isentropique en repoussant le piston jusqu'à sa position initiale (portion CD);
4. La soupape d'échappement s'ouvre : la pression chute brutalement (portion DA), et les gaz brûlés sont évacués.
Le cycle est caractérisé par le taux de compression volumétrique α qui vaut : V_A/V_B.
Les températures du mélange en A et C valent T_A = 293 K et T_C = 1220 K.
1°/ Tracer schématiquement ce cycle de Beau de Rochas dans le diagramme de Clapeyron, en faisant figurer les 5points I, A, B, C, et D.
2°/ Identifier sur le cycle les quantités de chaleur échangées et leurs signes, les travaux fournis et leurs signes, et écrire le bilan thermique sur un cycle.
3°/ Donner l'expression des quantités de chaleur échangées et donner l'expression de l'efficacité de ce moteur thermique. Faire l'application numérique.
4°/ Montrer que l'efficacité de ce moteur ne dépend que du taux de compression α.
5°/ Calculer le rendement (par rapport au moteur de Carnot idéal) de ce cycle.
Pour l'application numérique, on considère : γ = 4,1 = et α = 9.

Exercice 06 :

Le moteur Diesel est un moteur à combustion interne dont l'allumage n'est pas commandé par des bougies mais une compression élevée. L'air et le carburant sont comprimés séparément, le carburant n'étant injecté que dans la chambre de combustion et progressivement. Le premier moteur de ce type a été mis au point par l'allemand R. Diesel en 1893. Il fonctionne suivant le cycle éponyme constitué de deux isentropiques, d'une isobare et d'une isochore. Plus précisément, le cycle peut être décrit en quatre temps :

- un cylindre admet l'air seul à travers une soupape d'admission dans un volume V_A (portion IA du cycle);
- les soupapes sont fermées. L'injection de combustible démarre au point B et est progressive jusqu'à un point C de sorte que la pression reste constante;
- les soupapes sont toujours fermées et les produits de la combustion subissent une détente isentropique en repoussant le piston jusqu'à sa position initiale (portion CD);
- La soupape d'échappement s'ouvre : la pression chute brutalement (portion DA), et les gaz brûlés sont évacués. Le cycle est caractérisé par le taux de compression volumétrique α qui vaut : V_A/V_B et le rapport de détente préalable β qui vaut : V_C/V_B. Les températures du mélange en A et C valent : T_A = 293 K et T_C = 1220 K.

1°/ Tracer schématiquement ce cycle de Diesel dans le diagramme de Clapeyron, en faisant figurer les 5 points I, A, B, C, et D.

2°/ Identifier sur le cycle les quantités de chaleur échangées et leurs signes, les travaux fournis et leurs signes, et écrire le bilan thermique sur un cycle.

3°/ Donner l'expression des quantités de chaleur échangées et donner l'expression de l'efficacité ηm de ce moteur thermique. Faire l'application numérique.

4°/ Montrer que l'efficacité de ce moteur ne dépend que du taux de compression α et du rapport de détente α. On donne : γ = 1,4; α =14, et β = 1,55.

Exercice 07:

Un réfrigérateur fonctionne à une température intérieure T_2 = 4°C dans une pièce à la température T_1 = 19°C. (Pour toute l'étude on supposera que l'on a un fonctionnement réversible). On donne le schéma de principe du fonctionnement d'un réfrigérateur (machine frigorifique).

Placer sur ce schéma :

1°/ Le sens de parcours du fluide.

2°/ Les chaleurs et travaux échangés par le fluide en précisant leur sens

3°/ La zone haute pression et la zone basse pression

4°/ Exprimer son efficacité frigorifique η en fonction de Q_1 et Q_2 ainsi que T_1 et T_2.

5°/ Calculer la valeur numérique de η.

6°/ Peut-on, en été, refroidir une pièce en ouvrant un réfrigérateur ? Justifier votre réponse.

Exercice 08 :

Une pompe à chaleur réversible échange de la chaleur avec 2 sources, l'eau d'un lac (T_f = 280 K) d'un coté, et une réserve d'eau de masse M = 1000 kg isolée thermiquement d'un autre cotre; la température initiale de cette dernière est T0 = 293K. La chaleur massique de l'eau c_{eau} = 4190 J/kg.K. Lorsque la masse M de la réserve d'eau atteint la température de T = 333K, calculer :

1°/ Les quantités de chaleur échangées : pompe-réserve et pompe-eau du lac.

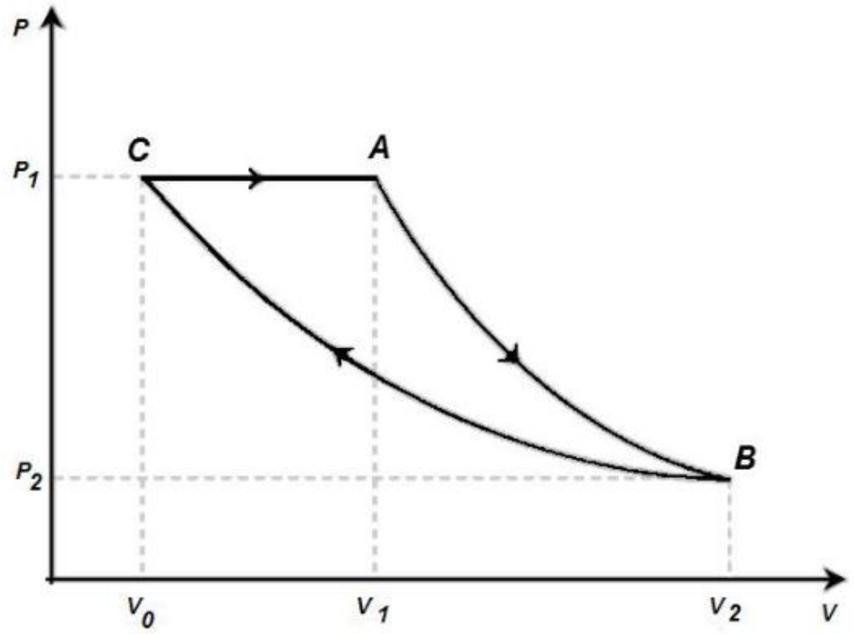
2°/ Le travail reçu par la pompe.

3°/ Le coefficient moyen de performance de la pompe à chaleur.

Corrigé TD2

Solution 01

1°/ Voir la figure ci-dessous.



Cycle du gaz en diagramme (p, V).

1°/ Le cycle thermodynamique est tracé dans un diagramme (p, V), voir la figure ci-dessus (sens horaire). Le calcul du travail du cycle par l''intégrale $-\int pdV$ est donc négative.
Le système fournit un travail et le cycle est moteur.

2°/ La pression p se calcule à l'aide de la loi des gaz parfaits :

$$p_1 = \frac{n\,R\,T_1}{V_1} = 3{,}5210^6 \text{ Pa}$$

Soit p_1 = 35, 2 bars.

La transformation entre les états A et B est une détente adiabatique, au cours de laquelle la quantité $TV^{\gamma-1}$ est constante, $T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1}$.

On en déduit : $T_2 = T_1(V_1/V_2)^{\gamma-1}$

$T_2 = 423(0.1)^{1/3} = 196$ K.

3°/ La transformation entre A et B est une détente adiabatique, donc QAB = 0.
La transformation entre B et C est une compression isotherme que l'on peut considérer quasi-statique. Donc, l'énergie interne du gaz est conservée et la pression extérieure agissante est à tout instant celle du gaz :
De manière infinitésimale, on a :

$$\delta Q = pdV \text{ et } Q_{BC} = \int \delta Q = nRT_2 \ln\frac{V_0}{V_2}$$

Le rapport des volumes est pour l'instant indéterminé. Mais puisque la compression est isotherme, on écrit:

$$p_2V_2 = p_1V_0$$

D'où

$$\frac{V_0}{V_2} = \frac{p_2}{p_1}$$

Par ailleurs,

$$p_1V_1^{\gamma} = p_2V_2^{\gamma}$$

$$p_2/ p_1 = (V_1/V_2)^{\gamma}$$

Finalement :

$$Q_{BC} = \gamma\ nRT_2 \ln\frac{V_0}{V_2} = \frac{4}{3} 8{,}31\ \ln(0.1) = -5001 \text{ Joules.}$$

De C à A, le gaz est réchauffé à pression constante et la chaleur fournie au gaz vaut

$$Q_{BC} = nC_p(T_1 - T_2)$$

Avec :

$\gamma = Cp/Cv$ et $R = Cp-Cv$,

On obtient : $Cp = \gamma R/(\gamma - 1)$

Ainsi,

$$Q_{CA} = 4.8{,}31(423 - 196) = 7546 \text{ Joules.}$$

4°/ La transformation entre A et B est adiabatique et réversible donc isentropique :

$$\Delta S_{AB} = 0$$

Pendant la compression isotherme BC :

$$dU = dQ + dW = TdS - pdV = 0$$

Donc

$$dS = nR\frac{dV}{V}$$

Après intégration, on obtient :

$$S_{BC} = n\ R\ \ln\frac{V_0}{V_2} = \gamma\ n\ R\ \ln\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{3} 8{,}31\ \ln(0.1) = -25{,}5 \text{ J/K.}$$

Au cours du réchauffement isobare, on a :

$$dH = n\ Cp\ dT = TdS$$

Donc, après intégration,

$$S_{CA} = n\ Cp\ \ln\frac{T_1}{T_2} = n\ \frac{\gamma\, R}{\gamma - 1}\ R\ \ln\frac{T_1}{T_2} = 4.\ 8{,}31\ \ln\left(\frac{423}{196}\right) = 25{,}5 \text{ J/K.}$$

La variation totale d'entropie sur le cycle vaut :

$$\Delta S_{Cycle} = \Delta S_{AB} + \Delta S_{BC} + \Delta S_{CA}$$

$$\Delta S_{Cycle} = 0 - 25{,}5 + 25{,}5 = 0$$

Elle est nulle car l'entropie est une fonction d'état.

5°/ Sur un cycle, la variation d'énergie interne du gaz est nulle :

$$W + \sum_i Q = 0$$

$$W = -Q_{BC} - Q_{CA} = 5001 - 7546 = -2535 \text{ J}$$ (travail négatif = travail positif).

Le cycle produit donc du travail. L'efficacité de cette machine est quantifiée par le rapport entre travail généré et énergie dépensée sous forme de chaleur fournie au gaz :

$$\eta = \frac{|W|}{Q_{CA}} = \frac{4525}{7546} = 33{,}7\%$$

Le rendement r de cette machine s'évalue en comparant son efficacité à l'efficacité maximale du cycle de Carnot :

$$\eta_C = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{196}{423} = 53{,}7\%$$

Donc,

$$\mathrm{r} = \frac{33{,}7\%}{53{,}7\%} = 62{,}8\%$$

Solution 02

1°/ Pour les moteurs thermiques, l'efficacité (rendement) est définie par :

$$\eta = \frac{|W|}{Q_1}$$

2°/ L'efficacité en fonction des quantités de chaleur échangées :
Pour un cycle, la variation d'énergie interne est nulle, d'où :

$$\Delta U = Q_1 + Q_2 + W = 0$$

Soit :

$$|W| = Q_1 + Q_2$$

On en déduit :

$$\eta = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}$$

3°/ La variation d'entropie du gaz en contact avec deux sources de chaleur est :

$$\Delta S \geq \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_1}$$

Puisqu'il y a réversibilité, il y a égalité et puisqu'il y a cycle, la variation d'entropie est nulle.
Soit :

$$\Delta S = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_1} = 0$$

On en déduit :

$$\frac{Q_2}{Q_1} = -\frac{T_2}{T_1}$$

L'efficacité maximale (rendement) dite de Carnot d'un cycle di-thermes réversible vaut donc

$$\eta_C = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

L'efficacité réelle (le rendement) du moteur vaut :

$$\eta_r = \frac{70}{100}\left(1-\frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{70}{100}\left(1-\frac{523}{823}\right) = 0{,}255$$

Solution 03

1°/ La donnée du volume, pression et température du gaz au point C définit complètement les variables thermodynamiques du gaz en particulier soin nombre de moles. Le volume VA au point A du cycle dépend de ce nombre de moles suivant la loi des gaz parfaits. Ainsi :

$$\frac{p_A\ V_A}{T_2} = \frac{p_C\ V_C}{T_1}$$

Soit :

$$V_A = \frac{p_C\ V_C}{p_A}\frac{T_2}{T_1}$$

$$V_A = 8{,}5 \text{ litres.}$$

Le point B est défini par son appartenance à l'isotherme passant par A, et l'adiabatique passant par C. Ainsi,

$$p_B\ V_B = p_A\ V_A$$

Et

$$p_B {V_B}^{\gamma} = p_A\ {V_A}^{\gamma}$$

L'élimination de p_B entre les deux équations permet d'obtenir l'expression de V_B :

$$V_B = p_A\ V_A\left(\frac{p_C\ {V_C}^{\gamma}}{p_A\ V_A}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

$$V_B = 6{,}1 \text{ litres}$$

La pression du gaz en p_B vaut :

$$p_B = \frac{p_A\ V_A}{V_B} = 1{,}4 \text{ bars}$$

Les coordonnées (p, V) du point D peuvent s'obtenir à partir de la même technique que celle utilisée pour le point B. On a pour une transformation adiabatique :

$$T_1 {V_D}^{\gamma-1} = T_2 {V_A}^{\gamma-1}$$

$$V_D = 2{,}1 \text{ litres.}$$

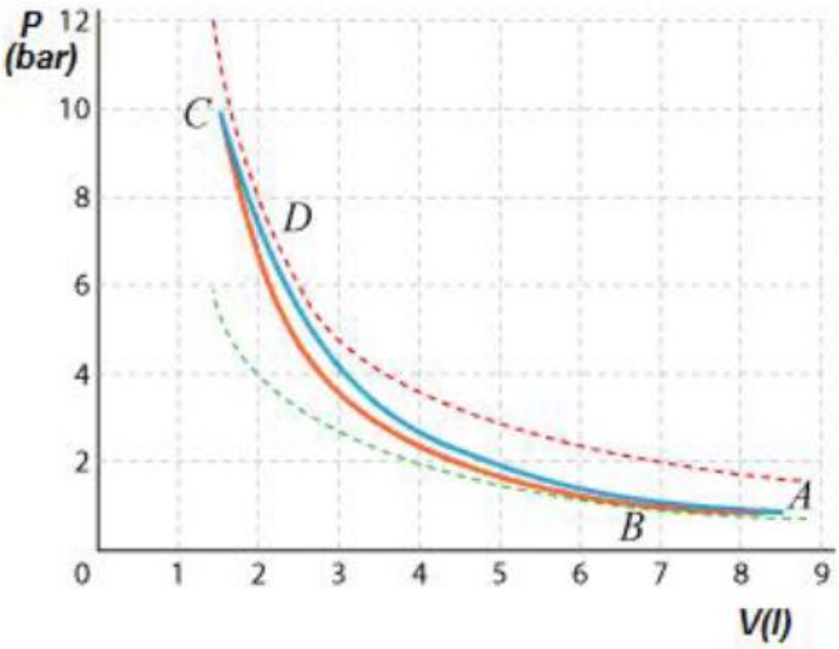
Les points C et D étant situés sur la même isotherme, d’où :

$$p_D\ V_D = p_C\ V_C$$

D’où

$$p_D = 7{,}2 \text{ bars.}$$

2°/ Le tracé du cycle dans un diagramme de Clapeyron est donné sur la figure ci-dessous.



3°/ Les échanges de chaleur ont lieu au cours des compressions et détentes isothermes. La variation d'énergie interne du gaz parfait étant nulle au cours de ces transformations, et celles-ci étant supposées quasi-statiques, on a

$$\delta Q = pdV = nRT\frac{dV}{V}$$

Après intégration, on obtient sur l'isotherme T_1 :

$$Q_1 = n\,R\,T_1 \ln\frac{V_D}{V_C} = p_C V_C \ln\frac{V_D}{V_C}$$

De même sur l'isotherme T_2 :

$$Q_2 = p_A V_A \ln\frac{V_B}{V_A}$$

Application numérique :

$$Q_1 = 10.101325.0{,}001\ \ln\frac{2{,}1}{1{,}5} = 511 \text{ Joules.}$$

Est la chaleur reçue par le gaz de la source chaude.

$$Q_2 = 101325.0{,}0085\ \ln\frac{6{,}6}{5{,}1} = -286 \text{ Joules.}$$

Est la chaleur donnée par le gaz à la source froide.
Au cours du cycle :

$$\Delta U = Q_1 + Q_2 + W = 0$$

D'où :

$$W = -Q_1 - Q_2 = -225 \text{ Joules.}$$

Cette machine thermique est donc un moteur thermique, du travail étant fourni (travail négatif) par le gaz au cours d'un cycle
4°/ Cette machine étant un moteur thermique, son rendement est évalué par :

$$\eta = \frac{|W|}{Q_1} = \frac{|Q_1 + Q_2|}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}$$

Relation liant les volumes des quatre points du cycle :

$$\eta = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{-T_2 \ln \frac{V_A}{V_B}}{T_1 \ln \frac{V_D}{V_C}} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}$$

Qui se simplifie en :

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

5°/ Selon le deuxième principe de la thermodynamique : la variation d'entropie du système au cours du cycle (qui est nulle) et vérifie :

$$\Delta S = 0 \geq \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_1}$$

D'où :

$$\frac{Q_2}{Q_1} \leq -\frac{T_2}{T_1}$$

Il y a égalité dans le cas réversible, ce qui est le cas ici. Donc on peut écrire également :

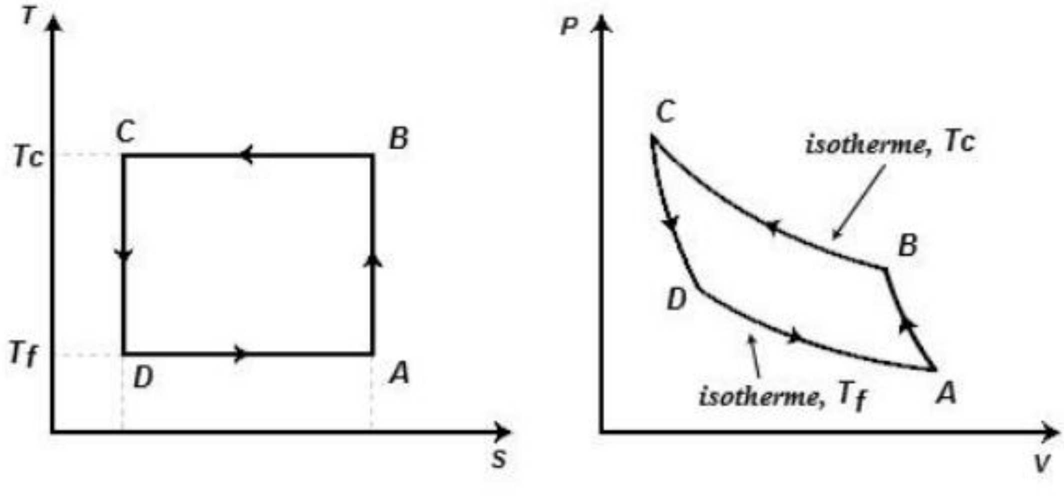
$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

6°/ Application numérique :

η = 43%.

Solution 04

1°/ Un cycle de Carnot est un cycle réversible constitué de deux Transformations adiabatiques et de deux transformations isothermes égales aux températures des sources, voir figure ci-dessous.



Représentation du cycle inverse de Carnot.

2°/ D'après la figure ci-dessus. Le cycle est parcouru dans les deux diagrammes dans le sens antihoraire. Ceci n'implique que l'intégrale:

$$W = \int -pdV$$

Est positive (égale à l'aire du cycle dans le diagramme (p, V), et l'intégrale :

$$Q = \int TdS$$

Est négative (égale à l'opposé de l'aire du cycle dans le diagramme (T, S). On remarque que le système reçoit effectivement le travail W sur un cycle.
3°/ On a toujours $Q_f > 0$ et $Q_C < 0$.
Si, on considère le cas de fonctionnement en réfrigérateur, la source froide est le volume maintenu à la température basse Tf = -5 °C en cédant la quantité de chaleur $Q_f > 0$ au système, et la source chaude est le local contenant le réfrigérateur et à la température T_C = 18°C.
Si, on considère le cas de fonctionnement en pompe à chaleur, la source froide est par exemple l'extérieur d'une habitation à la température (extérieure) T_f = - 5 °C (thermostat), et la source chaude est l'habitation maintenue à une température de confort de 18 °C en recevant la quantité de chaleur Q_C du système.
4°/ L'efficacité d'une machine thermique est définie comme le rapport entre le transfert utile suivant la vocation de la machine et le transfert d'énergie dépensé pour la faire fonctionner. Les efficacités η_r et η_p sont donc définies par :

$$\eta_r = \frac{Q_f}{W}$$

Et

$$\eta_p = \frac{|Q_C|}{W}$$

5°/ Or, sur un cycle, le bilan énergétique s'écrit :

$$\Delta U = Q_C + Q_f + W = 0$$

Soit

$$W = -Q_C - Q_f$$

Les efficacités s'écrivent donc :

$$\eta_r = \frac{1}{-1 - \frac{Q_C}{Q_f}}$$

Et

$$\eta_p = \frac{1}{-1 - \frac{Q_f}{Q_C}}$$

6°/ Dans le cas de transformations réversibles, la variation d'entropie du système (fermé) s'écrit :

$$\Delta S = \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{T_i}$$

Puisque l'on considère un cycle et que l'entropie est une fonction d'état, on écrit sur le cycle :

$$\frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_C}{T_C} = 0$$

Soit

$$\frac{Q_f}{Q_C} = -\frac{T_f}{T_C}$$

7°/ En reportant l'expression du rapport des quantités de chaleur dans l'expression des efficacités, on obtient :

$$\eta_r = \frac{T_f}{T_C - T_f}$$

Et

$$\eta_p = \frac{T_C}{T_C - T_f}$$

Ainsi, l'efficacité de la machine varie à l'inverse de la différence des températures entre les sources chaude et froide. D'où l'intérêt, dans le cas de l'utilisation en pompe à chaleur pour le chauffage d'une habitation, de l'utilisation d'une source géothermique à température moyenne et constante. L'efficacité en mode pompe à chaleur est plus élevée que dans le mode réfrigérateur.

8°/ Application numérique :

$$\eta_r = \frac{268}{291 - 268} = 11{,}7$$

Et

$$\eta_p = \frac{291}{291 - 268} = 12{,}7$$

Solution 06

1°/ Voir la figure ci-dessous.

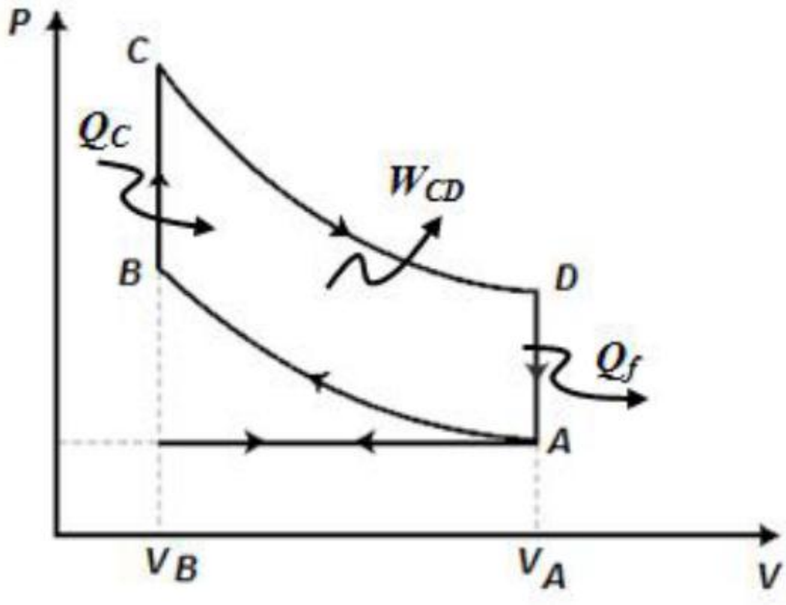


Figure : Cycle moteur de Beau de Rochas

2°/ Sur les deux isentropiques AB et CD, aucune chaleur n'est échangée par définition. Le mélange reçoit de la chaleur ($Q_C > 0$) au cours de l'explosion (portion BC), et perd de la chaleur ($Q_f < 0$) lors de la détente isochore (portion DA). Sur un cycle, du travail est fourni $W_{total} < 0$ (le cycle est parcouru dans le sens horaire; c'est un cycle moteur) et il résulte d'un travail $W_{AB} > 0$ fourni au gaz au cours de sa compression entre A et B, et d'un travail $W_{CD} < 0$ que génère le gaz entre C et D.
Le bilan thermique sur un cycle est le suivant :

$$\Delta U = W_{AB} + Q_C + W_{CD} + Q_f = 0$$

Soit

$$W_{Total} = W_{AB} + W_{CD} = -Q_C - Q_f$$

3°/ Au cours des transformations isochores, les quantités de chaleur échangées sont égales à la variation d'énergie interne du gaz, dont l'expression est simple, soient :

$$Q_C = \Delta U_{B-C} = Cv(T_C - T_B)$$

Et

$$Q_f = \Delta U_{D-A} = Cv(T_A - T_D)$$

L'efficacité de ce moteur thermique est donnée par :

$$\eta = \frac{|W|}{Q_C} = \frac{Q_C + Q_f}{Q_C} = 1 + \frac{Q_f}{Q_C} = 1 + \frac{T_A - T_D}{T_C - T_B}$$

4°/ Puisque les transformations AB et CD sont deux isentropiques, et en considérant que le mélange air/carburant est un fluide parfait, on a :

$$\frac{T_A}{T_B} = \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{\gamma-1}$$

Et

$$\frac{T_C}{T_D} = \left(\frac{V_D}{V_C}\right)^{\gamma-1} = (\alpha)^{\gamma-1}$$

Alors, l'efficacité s'écrit :

$$\eta = 1 + \frac{T_B(\alpha)^{\gamma-1} - T_D}{T_D(\alpha)^{\gamma-1} - T_B} = 1 + (\alpha)^{1-\gamma}\frac{T_B - (\alpha)^{\gamma-1}\,T_D}{T_D(\alpha)^{\gamma-1} - T_B} = 1 - \frac{1}{(\alpha)^{\gamma-1}}$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{(\alpha)^{\gamma-1}} = 58{,}5\%$$

5°/ L'efficacité (le rendement) du moteur de Carnot idéal de ce cycle fonctionnant entre les températures T_A et T_C vaut :

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_A} = 1 - \frac{293}{1200} = 76\%$$

Le rendement du cycle de Beau de Rochas vaut donc :

$$\eta = \frac{\eta}{\eta_C} = \frac{58{,}5}{76} = 77\%$$

Solution 06

1°/ Voir figure ci-dessous.

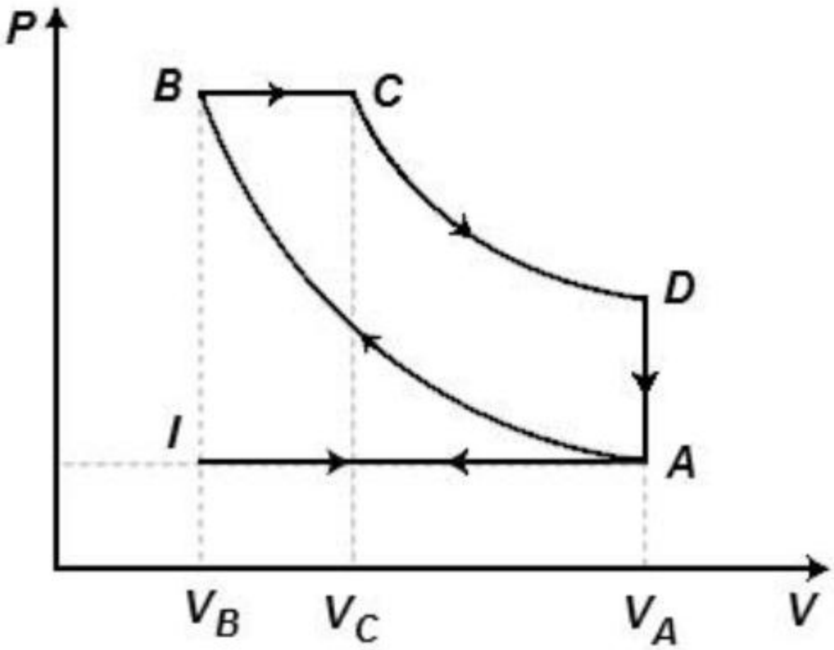


Figure : Cycle moteur de Diesel

2°/ Sur les deux isentropiques AB et CD, aucune chaleur n'est échangée par définition. Le mélange reçoit de la chaleur ($Qc > 0$) au cours de la combustion isobare (portion BC), et perd de la chaleur ($Qf < 0$) lors de la détente isochore (portion DA). Sur un cycle, du travail est fourni $W_{Total} < 0$ (le cycle est parcouru dans le sens horaire; c'est un cycle moteur) et il résulte d'un travail $W\ AB > 0$ fourni au gaz au cours de sa compression entre A et B, et d'un travail $W\ CD < 0$ que génère le gaz entre C et D.

Le bilan thermique sur un cycle est le suivant :

$$\Delta U = W_{AB} + Q_C + W_{CD} + Q_f = 0$$

Soit

$$W_{Total} = W_{AB} + W_{CD} = -Q_C - Q_f$$

3°/ Au cours de la transformation isobare, la quantité de chaleur échangée est égale à la variation d'enthalpie du gaz, en effet :

$$dH = d(U + p.V) = \delta Q + Vdp$$

Dont l'expression est simple, soit :

$$Q_C = \Delta H_{B-C} = Cp(T_C - T_B)$$

Au cours de la transformation isochore, la quantité de chaleur échangée est égale à la variation d'énergie interne du gaz, dont l'expression est simple, soit :

$$Q_f = \Delta U_{B-C} = Cv(T_A - T_D)$$

L'efficacité de ce moteur thermique est donnée par :

$$\eta = \frac{|W|}{Q_C} = \frac{Q_C + Q_f}{Q_C} = 1 + \frac{Q_f}{Q_C} = 1 + \frac{C_v(T_A - T_D)}{C_p(T_C - T_B)}$$

4°/ Puisque les transformations AB et CD sont deux isentropiques, et en considérant que le mélange air/carburant est un fluide parfait, on a :

$$\frac{T_A}{T_B} = \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{\gamma-1}$$

Et

$$\frac{T_C}{T_D} = \left(\frac{V_D}{V_C}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_A}{V_B}\frac{V_B}{V_C}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\gamma-1}$$

Alors, l'efficacité s'écrit :

$$\eta = 1 + \frac{1}{\gamma}\frac{T_B(\alpha)^{\gamma-1} - T_C(\alpha)^{\gamma-1}(\beta)^{\gamma-1}}{T_C - T_B}$$

Par ailleurs, la transformation entre B et C est une isobare. D'après la loi des gaz parfaits, on peut écrire alors :

$$\frac{T_C}{V_C} = \frac{T_B}{V_B}$$

Soit

$$T_C = \frac{V_C}{V_B}T_B$$

En remplaçant T_C par son expression dans l'équation précédente, on obtient :

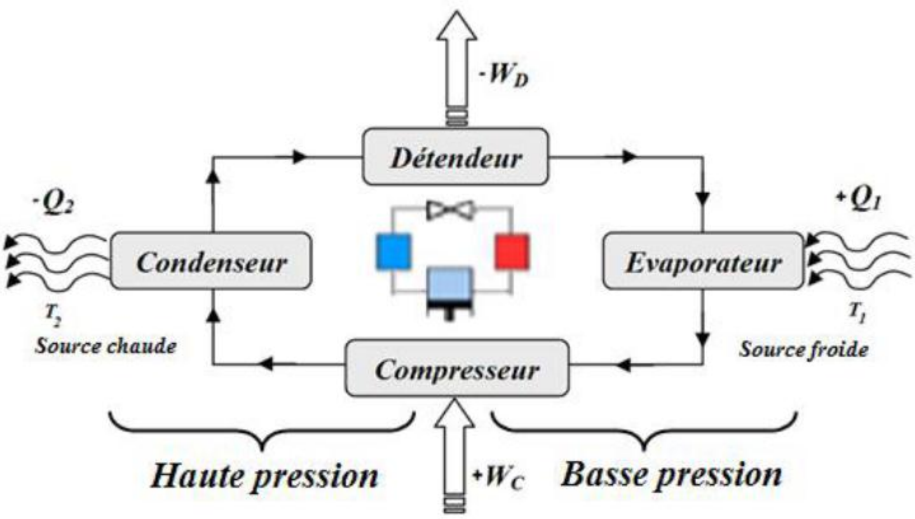
$$\eta = 1 + \frac{1}{\gamma}\frac{\alpha^{1-\gamma}(1-\beta^{\gamma})T_B}{(1-\beta)T_B} = 1 - \frac{1}{\gamma\alpha^{\gamma-1}}\frac{1-\beta^{\gamma}}{1-\beta}$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{1{,}4.\,1{,}4^{0{,}4}}\frac{1-1{,}55^{1{,}4}}{1-1{,}55} = 61{,}7\%$$

Cette efficacité est supérieure à celle obtenue dans le cas de moteur à explosion.

Solution 06

1°/ Le sens du fluide frigorigène est représenté sur le schéma ci-dessous.
2°/ Les chaleurs et travaux échangés par le fluide avec les différents éléments avec leur signes sont précisés sur le schéma ci-dessous.



3°/ Les zones: haute et basse pressions sont indiquées sur la figure ci-dessus.

4°/ Efficacité du réfrigérateur :

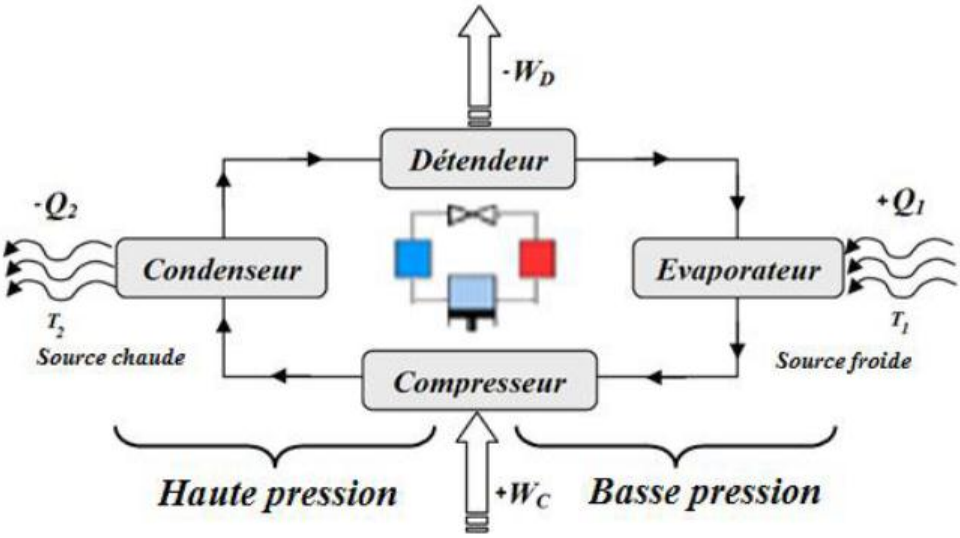
$$\eta = \frac{\text{Froid induit}}{\text{Travail consommé}} = \left|\frac{Q_1}{W_C}\right| = \left|\frac{Q_1}{Q_1 - Q_2}\right| = \left|\frac{T_1}{T_1 - T_2}\right| = \left|\frac{277}{277 - 292}\right| =$$

$$\eta = 18{,}46$$

6°/ On ne peut pas utiliser un réfrigérateur à porte-ouverte pour refroidir une pièce en été. Cette astuce n'aboutit pas, car il y a annulation de la source froide et par conséquent rupture du principe de fonctionnement d'une machine frigorifique (2ème principe).

Solution 07

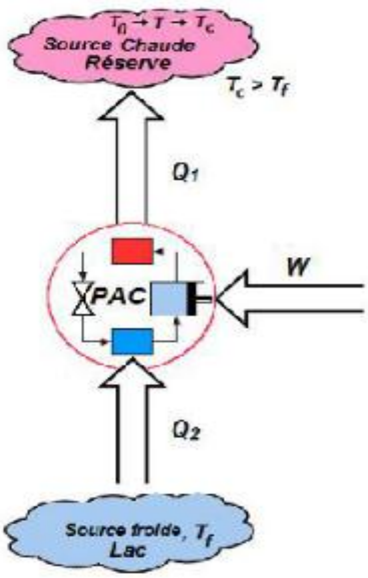
1°/ Le sens du fluide frigorigène est représenté sur le schéma ci-dessous.
2°/ Les chaleurs et travaux échangés par le fluide avec les différents éléments avec leur signes sont précisés sur le schéma ci-dessous



3°/ Les zones : haute et basse pressions sont indiquées sur la figure ci-dessus.
4°/ Efficacité du réfrigérateur :

Solution 08

1°/ Quantités de chaleur échangées:
- Représentation du problème :



Lors d'un cycle et un fonctionnement réversible:
Le premier principe permet d'écrire:

$$Q_1 + Q_2 + W = 0$$

Le second principe permet d'écrire :

$$\frac{Q_1}{T} + \frac{Q_2}{T_f} = 0$$

Avec

$$Q_1 = -m.c.dT$$

Ce que perd la pompe comme chaleur est de signe négatif.
Quantité de chaleur cédée par l'eau du lac :

$$\frac{Q_2}{T_f} = -\frac{m.c}{T\,dT}$$

$$Q_2 = T_f\,.\,m.c.\ln\frac{T_c}{T_0}$$

$$Q_2 = 280.4190.1000\,\ln\frac{333}{293} = 150\text{ MJ.}$$

Quantité de chaleur reçue par l'eau de la réserve :

$$Q_1 = -M.c.(T_c - T_0)$$

$$Q_1 = -1000.4190.(333-293) = -167{,}6\text{ MJ.}$$

2°/ Travail reçu par la pompe à chaleur :

$$Q_1 + Q_2 + W = 0$$
$$W = 167{,}6 - 150 = 17{,}6\text{ MJ}$$

3°/ Coefficient moyen de performance de la pompe :
Le coefficient de performance est la chaleur absorbée par la source chaude sur le travail fourni

$$\eta = \frac{|Q_1|}{W} = \frac{167{,}6}{17{,}6} = 9{,}52$$