LES ERREURS DE MESURE

I- INTRODUCTION :

Les seuls mesurandes dont la valeur est parfaitement connue sont les grandeurs étalons puisque leur valeur est fixée par convention. La valeur de tout autre mesure ne peut être connue qu'après traitement par une chaîne de mesure. L'écart entre la valeur mesurée et la valeur exacte est l'erreur de mesure : celle ci est due en particulier aux imperfections des appareils de mesure. L'erreur de mesure ne peut être donc qu'estimée, cependant une conception rigoureuse de la chaîne de mesure et du choix des instruments de mesure permet de réduire l'erreur de mesure et donc l'incertitude sur la valeur vraie.

II- NATURE DES ERREURS :

II-1- **les erreurs systématiques** :

Ce sont des erreurs reproductibles reliées à leur cause par une loi physique, donc susceptible d'être éliminées par des corrections convenables. Parmi ces erreurs on cite :

- erreur de zéro (offset),
- L'erreur d'échelle (gain) : c'est une erreur qui dépend de façon linéaire de la grandeur mesurée.
- L'erreur de linéarité : la caractéristique n'est pas une droite,
- L'erreur due au phénomène d'hystérésis : lorsque le résultat de la mesure dépend de la précédente,
- L'erreur de mobilité : cette erreur est souvent due à une numérisation du signal.

II-2- Les erreurs aléatoires :

Ce sont des erreurs non reproductibles, qui obéissent à des lois statistiques.

II-3- Les erreurs accidentelles :

Elles résultent d'une fausse manœuvre, d'un mauvais emploi ou de disfonctionnement de l'appareil. Elles ne sont généralement pas prises en compte dans la détermination de la mesure.

III- CARACTERISTIQUES DES INSTRUMENTS DE MESURE :

III-1- Gamme de mesure - étendue de mesure :

La gamme de mesure, c'est l'ensemble des valeurs du mesurande pour les quelles un instrument de mesure est supposée fournir une mesure correcte.

L'étendue de mesure correspond à la différence entre la valeur maximale et la valeur minimale de la gamme de mesure.

Pour les appareils à gamme de mesure réglable, la valeur maximale de l'étendue de mesure est appelée pleine échelle.

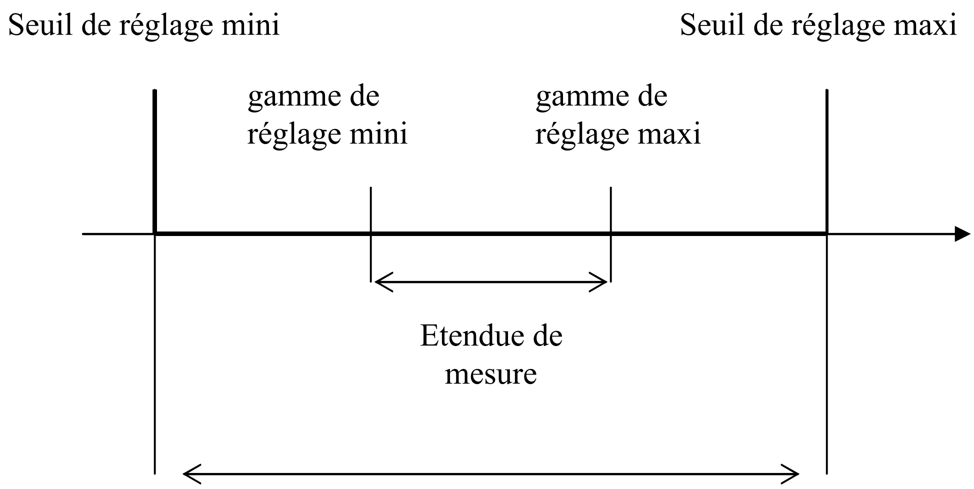

Figure 62 : gam endue de mesure

III-2- Courbe d'étalonnage :

Elle est propre à chaque appareil. Elle permet de transformer la mesure brute en mesure corrigée. Elle est obtenue en soumettant l'instrument à une valeur vraie de la grandeur à mesurer, fournie par un appareil étalon, et en lisant avec précision la mesure brute qu'il donne.

III-3- Sensibilité :

Soit X la grandeur à mesurer, x l'indication ou le signal fourni par l'appareil. A toutes valeur de X, appartenant à l'étendue de mesure, correspond une valeur de x (x = f(X)). La sensibilité autour d'une valeur X0 de X est $m=\frac{dx}{dX}(X0)=f'(X0)$. Si la fonction est linéaire, la sensibilité de l'appareil est constante. Lorsque x et X sont de même nature, m qui est alors sans dimension peut être appelée gain qui s'exprime généralement en dB [gain (dB) = 20log(m)].

III-4- Classe de précision – résolution :

La classe de précision d'un appareil de mesure correspond à la valeur en % du rapport entre la plus grande erreur possible sur l'étendue de mesure :

$$\text{classe}(\%) = 100.\frac{\text{plus grande erreur possible}}{\text{étendue de mesure}}$$

Lorsque l'appareil de mesure est un appareil numérique, on définit la résolution par la formule suivante :

$$\text{résolution} = \frac{\text{étendue de la mesure}}{\text{nombre de points de la mesure}}$$

III-5- Rapidité, temps de réponse :

C'est l'aptitude d'un instrument de mesure à suivre les variations de la grandeur à mesurer. Dans le cas d'un échelon de la grandeur entraînant la croissance de la mesure on définit le **temps de réponse à 10 %** : c'est le temps nécessaire pour que la mesure croisse, à partir de sa valeur initiale jusqu'à rester entre 90 % et 110 % de sa variation totale.

III-6- Bande passante :

La bande passante est la bande de fréquence pour laquelle le gain de l'instrument de mesure est compris entre deux valeurs.
Par convention, le signal continu à une fréquence nulle.

III-7- Grandeur d'influence et compensation :

On appelle grandeur d'influence, toutes les grandeurs physiques autres que la grandeur à mesurer, susceptibles de perturber la mesure. Généralement, la température est la grandeur d'influence qui le plus souvent rencontré.

IV- LES INCERTITUDES DE MESURES.

On appelle incertitude de mesure ΔX, la limite supérieur de la valeur absolue l'écart entre la valeur mesurée et la valeur exacte de la mesurande. En pratique on ne peut qu'estimer cette incertitude. On distingue deux types d'incertitudes : **incertitude absolue ΔX**, qui s'exprime en même unité que la grandeur mesurée et l'**incertitude relative** $\frac{\Delta X}{X}$ qui s'exprime généralement en pourcentage (%).

IV-1-incertutude absolue instrumentale :

L'incertitude instrumentale est l'incertitude due à l'appareil de mesure . Elle est fonction de la précision de l'appareil et elle est présentée de la manière suivante :
Δ(symbole de la grandeur mesurée), exemples : ΔU, ΔI, ΔP, ΔR ou d'une manière générale $\Delta(X)$ avec X : symbole de la grandeur mesurée.

Cette incertitude instrumentale est donnée par les expressions suivantes :
$\Delta(X)\text{inst} = \frac{\text{classe.calibre}}{100}$ pour un appareil à déviation et **Δ(X)inst = ± (…% de la lecture + …dgt)** pour un appareil de mesure numérique.

Remarque : Pour les appareils à déviation,i l n'est pas tenu de calculer l'incertitude sur la lecture, car d'après la norme NFC 42100, cette incertitude est déjà prise en considération dans la classe de précision de l'appareil.

IV-2- Incertitude absolue de la méthode :

Cette incertitude sera calculer lorsqu'il y a plus qu'une manière de branchement des appareils de mesure. Cette incertitude est notée **Δ(X)méth**.

IV-3- Incertitude absolue totale :

C'est la somme de l'incertitude instrumentale avec celle de méthode. Cette incertitude est notée **Δ(X)tot = Δ(X)inst + Δ(X)méth**.

V- CALCUL D'INCERTITUDE ABSOLUE INSTRUMENTALE SUR UN RESULTAT DE MESURE (propagation des erreurs).

La grandeur mesurée s'obtient par la mesure de 2 ou plusieurs grandeurs.

V-1- Règle générale :

Supposons que des mesures ont donné des valeurs x, y et z avec des incertitudes absolues instrumentales **Δx**, **Δy** et **Δz**. Considérons la fonction f(x,y,z) dont on veut calculer **Δf**.

1ère étape : on exprime la différentielle $df = \frac{\partial f}{\partial x}.dx + \frac{\partial f}{\partial y}.dy + \frac{\partial f}{\partial z}.dz$

2ème étape : on calcule Δf, en faisant une majoration de df : $\Delta f = \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|.\Delta x + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|.\Delta y + \left|\frac{\partial f}{\partial z}\right|.\Delta z$

Lorsque la fonction f, se présente sous forme d'un produit ou d'un quotient, on est conduit à des calculs un peut plus simple en utilisant la différentielle logarithmique.

Exemple : $f(x,y) = \frac{x - y}{x + y}$

1ère étape : on calcule $\ln(f) = \ln(x - y) - \ln(x + y)$

2ème étape : on exprime la différentielle $\frac{df}{f} = \frac{d(x - y)}{x - y} + \frac{d(x + y)}{x + y}$, la faute à ne pas commettre à ce stade est de majorer tout de suite l'erreur relative, ce n'est qu'après avoir regroupés tous les termes en dx et en dy qu'on à le droit de majorer.

$$\frac{df}{f} = \frac{d(x) - d(y)}{x - y} - \frac{d(x) + d(y)}{x + y} = \frac{dx}{x - y} - \frac{dy}{x - y} - \frac{dx}{x + y} - \frac{dy}{x + y}$$

$$= dx.\left(\frac{1}{x - y} - \frac{1}{x + y}\right) - dy.\left(\frac{1}{x - y} + \frac{1}{x + y}\right)$$

$$= dx.\left(\frac{2y}{x^2 - y^2}\right) - dy.\left(\frac{2x}{x^2 - y^2}\right)$$

3ème étape : on calcule $\frac{\Delta f}{f} = \left|\frac{2y}{x^2 - y^2}\right|.\Delta x - \left|\frac{2x}{x^2 - y^2}\right|.\Delta y$

V-2- Règles particulières :

- Somme : $f(x,y) = x + y \Rightarrow df = dx + dy \Rightarrow \Delta f = \Delta x + \Delta y \Rightarrow \frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta x + \Delta y}{x + y}$
- Différence : $f(x,y) = x - y \Rightarrow df = dx - dy \Rightarrow \Delta f = \Delta x + \Delta y \Rightarrow \frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta x + \Delta y}{x - y}$
- Produit : $f(x,y) = x.y \Rightarrow df = y.dx + x.dy \Rightarrow \Delta f = y.\Delta x + x.\Delta y \Rightarrow \frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}$
- Quotient :

  $f(x,y) = \frac{x}{y} \Rightarrow df = \frac{1}{y}.dx + \left(-\frac{x}{y^2}\right).dy \Rightarrow \Delta f = \frac{1}{y}.\Delta x + \frac{x}{y^2}.\Delta y \Rightarrow \frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}$

Conclusion :
Dans le cas d'une somme ou d'une différence **les incertitudes absolues s'ajoutent**.
Dans le cas d'un produit ou d'un quotient **les incertitudes relatives s'ajoutent**.

VI- PRESENTATION D'UN RESLTAT DE MESURE ET CHIFFRES SIGNIFICATIFS.

VI-1- Chiffres significatifs :

Les chiffres qui veulent vraiment dire quelques chose sont dits significatifs, ce sont eux qui servent à écrire un nombre, au delà de ces chiffres, la précision qu'apporterait d'autres chiffres serait illusoire.

On rappelle que tous les zéros à gauche d'un nombre ne sont pas significatifs, par contre les zéros droite d'un nombre sont significatifs.

Exemple : 2006 ---→ 4 chiffres significatifs,
187.50 ---→ 5 chiffres significatifs
0.52 ---→ 2 chiffres significatifs
0.200 ---→ 3 chiffres significatifs

Remarque : les zéros placés à la fin d'un nombre sans virgule, peuvent être ou ne pas être significatifs. Pour sortir de cette ambiguïté, on peut changer d'unité et faire apparaître des virgules.

Exemple : 200 mA ----→ 0.2 A (1 chiffre significatif)
----→ 0.20 A (2 chiffres significatifs)
----→ 0.200 A (3 chiffres significatifs)

Pour avoir un nombre correct de chiffres significatifs, il faut arrondir certains résultats et on garde le nombre de chiffres significatifs désiré :

- si le chiffre délaissé $\in \{5, 6, 7, 8, 9\}$, on ajoute une unité au dernier chiffre signification (avec retenue éventuelle),
- si le chiffre délaissé $\in \{0, 1, 2, 3, 4\}$, on garde le dernier chiffre sans changement.

Exemple : 527.3975 V s'arrondit à :
----→ 527.398 V (6 chiffres significatifs)
----→ 527.40 V (5 chiffres significatifs)
----→ 527.4 V (4 chiffres significatifs)
----→ 527 V (3 chiffres significatifs)
----→ 0.53 KV (2 chiffres significatifs)
----→ 0.5 KV (1 chiffres significatifs)

VI-2- Présentation d'un résultat de mesure :

On peut écrire un résultat de mesure de deux manières différentes, en utilisant l'incertitude absolue ou l'incertitude relative, tout en respectant le nombre de chiffres significatifs.

$$\mathbf{X = (Xmes \pm \Delta Xtot) \text{ unité de mesure}}$$

$$\mathbf{X = \left(Xmes \text{ (unité de mesure) } \pm \frac{\Delta Xtot}{X} (\%) \right)}$$

En général, un résultat de mesure donné avec **3 chiffres significatifs** suffit pour les mesures ordinaires en électricité. Ce niveau de précision correspond d'une part à la précision d'un appareil de mesure courant, d'autre part au niveau de bruit électronique qui se superpose à la grandeur mesurée.

Il est conseiller d'effectuer les calculs intermédiaires avec un nombre de chiffres significatifs plus élevé (les calculatrices font cela sans problème), pour éviter les arrondis de calcul, par contre il faut arrondir le résultat final au même nombre de chiffres significatifs que celui adopté lors de la mesure initiale.

Un résultat de mesure ne peut pas être plus précis que la moins précise des mesures qui à permis son calcul.

Une incertitude est donnée avec au plus **deux chiffres significatifs** et n'est jamais écrite avec une précision plus grande que le résultat.