المحاضرة الرابعة: مدخل عام لمعاملات الارتباط

أولا: تعريف الارتباط:

يعرف الارتباط بأنه درجة أو قيمة العلاقة التي تربط بين متغيرين أو أكثر مع بعضها البعض.

ثانيا: خواص معامل الارتباط

- تتراوح قيمة معامل الارتباط بين(1، −1)
- إذا كان r=1 فهذا يعني وجود علاقة موجبة تامة طردية بين المتغيرين.
- إذا كان r=−1 فهذا يعني وجود علاقة سالبة تامة عكسية بين المتغيرين.
- إذا كان r=0 فهذا يعني عدم وجود ترابط خطي بين المتغيرين.

لتوضيح اتجاه وقوة العلاقة بين المتغيرات الدراسية يمكن الاستعانة بالجدول التالي:

ارتباط طردي					ارتباط عكسي				
قوي جدا	قوي	متوسط	ضعيف	ضعيف جدا	ضعيف جدا	ضعيف	متوسط	قوي	قوي جدا
1	0.9	0.7	0.5	0.3	0	−0.3	−0.5	−0.7	−0.9	−1

منعدمة

أولا: معامل الارتباط بيرسن

1. **تعريف معامل الارتباط بيرسن**: يعرف على انه القيمة العددية للعلاقة بن متغيرين كميين.
2. **شروط استعمال معامل الارتباط بيرسن**

لاستعمال معامل بيرسن، كأسلوب إحصائي بارا متري في البحوث العلمية، لابد من توافر الشروط التالية:

- أن تكون بيانات متغيرات الظاهرة المدروسة كمية.
- أن يكون توزيع قيم المتغيرين اعتداليا.
- أن لا يقل عدد أفراد العينة المدروسة عن 50 مفردة بحثية.
- أن تكون العلاقة خطية، أي يمكن تمثيل العلاقة بين المتغيرين بخط مستقيم.(**محمد، بوعلاق.(2009). ص79).بتصرف.**

❖ **الصيغة الرياضية لمعادلة معامل بيرسن.**

$$r = \frac{n\sum_{xy} - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{[(n(\sum x^2) - \sum(x)^2)]}\sqrt{[(n(\sum y^2) - \sum(y)^2)]}}$$

تطبيق(01): البيانات التالية تمثل أعمار (5) خمسة أطفال X= 2، 3، 5، 7، 8 ، والقدرة على تذكر عدد الكلمات في زمن محدد، Y = 10، 12، 15، 18، 21.

- **المطلوب:** حساب قيمة معامل ارتباط بيرسن بين هذين المتغيرين؟ والتعليق على النتيجة؟
- **الحل**

x	y	xy	x^2	y^2
2	10	20	4	100
3	12	36	9	144
5	15	75	25	225
7	18	126	49	324
8	21	168	64	441
$\sum x = 25$	$\sum y = 76$	$\sum xy = 425$	$\sum x^2 = 151$	$\sum y^2 = 1234$

$$r = \frac{\mathbf{n}\sum_{x\mathbf{y}} - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{[(\mathbf{n}(\sum x^2) - \sum(\mathbf{x})^2)]}\sqrt{[(\mathbf{n}(\sum y^2) - \sum(\mathbf{y})^2)]}}$$

$$r = \frac{5(425) - (25)(76)}{\sqrt{[(5(151) - (\mathbf{25})^2)]}\sqrt{[(5(1234) - (\mathbf{76})^2)]}}$$

$$r = \frac{2125 - 1900}{\sqrt{(755) - (125)}\sqrt{(6170) - (5776)}}$$

$$r = \frac{225}{\sqrt{755 - 125}\sqrt{6170 - 5776}}$$

$$r = \frac{225}{(18.973)(19.849)}$$

$$r = \frac{225}{(376).(595)} = \mathbf{r = 0.597}$$

- **التعليق على النتيجة**

من قيمة معامل الارتباط بيرسن $r = 0.597$ يتضح أن:

- هناك ارتباط طردي متوسط بين عمر الطفل، والقدرة على تذكر عدد من الكلمات في زمن محدد، أي أن هناك علاقة ارتباط طردية(لأن إشارتها موجبة) و متوسطة بين عمر الطفل والقدرة على تذكر عدد من الكلمات مقدارها 55%، فكلما زاد عمر الطفل، كلما زادة قدرته على تاكر عدد محدد من الكلمات.

تطبيق(02):البيانات التالية تمثل سعر السلعة، والكمية المطلوبة، حيث أن:

X	1	2	3	4	5
Y	6	6	4	2	1

- **المطلوب**: حساب قيمة معامل بيرسن بين هذين المتغيرين؟ وتفسير النتيجة؟
- **الحل**

x	y	xy	x^2	y^2
1	6	6	1	36
2	6	12	4	36
3	4	12	9	16
4	2	8	16	4
5	1	5	25	1
$\sum x = 15$	$\sum y = 19$	$\sum xy = 43$	$\sum x^2 = 55$	$3\sum y^2 = 9$

$$r = \frac{\mathbf{n}\sum_{\times \mathbf{y}} - (\sum \boldsymbol{x})\,(\sum \boldsymbol{y})}{\sqrt{[(\mathbf{n}\,(\sum \boldsymbol{x^2}) - \sum(\mathbf{x})^2)]}\sqrt{[(\mathbf{n}(\sum \boldsymbol{y^2}) - \sum(\mathbf{y})^2)]}}$$

$$r = \frac{\mathbf{5(43) - (15)(19)}}{\sqrt{[(\mathbf{5}\,(\mathbf{55}) - (\mathbf{15})^2)]}\sqrt{[(\mathbf{5}(\mathbf{93}) - (\mathbf{19})^2]}}$$

$$r = \frac{\mathbf{215 - 285}}{\sqrt{[(\mathbf{275 - 225})]}\sqrt{[(\mathbf{465 - 361})]}}$$

$$r = \frac{\mathbf{-70}}{\sqrt{\mathbf{50}}\ \sqrt{\mathbf{104}}} = \frac{\mathbf{-70}}{\mathbf{7.071 * \ 10.198}} \qquad \boldsymbol{r = -0.970}$$

تفسير النتيجة:

من خلال قيمة معامل الارتباط بيرسن المتحصل عليها يتضح ان:

- هناك ارتباط عكسي قوي جدا بين سعر السلعة والكمية المطلوبة، كون أن قيمة معامل بيرسن تساوي $r = -0.970$، وهي قريبة جدا من -1
- العلاقة بين السعر والكمية المطلوبة هي علاقة عكسية بدليل الإشارة السالبة لمعامل الارتباط.
- هذه العلاقة تتفق مع المنطق (كلما ارتفع سعر السلعة انخفض الطلب عليها).

ملاحظة: حل التمرين رقم (02) بالمعادلة الثانية لمعامل بيرسون

x	y	xy	x^2	y^2
1	6	6	1	36
2	6	12	4	36
3	4	12	9	16
4	2	8	16	4
5	1	5	25	1
$\sum x = 15$	$\sum y = 19$	$\sum xy = 43$	$\sum x^2 = 55$	$3\sum y^2 = 9$

$$r = \frac{\sum_{\times i\, \gamma i} - \frac{\sum xi \sum yi}{n}}{\sqrt{\sum_{xi^2} - \frac{\sum(\mathbf{xi})^2}{n})(\sum \boldsymbol{yi^2} - \frac{\sum(\mathbf{yi})^2}{n})}}$$

$$r = \frac{\mathbf{5(43)} - \frac{(15)(19)}{5}}{\sqrt{\mathbf{55} - \frac{(\mathbf{15})^2}{5})(93 - \frac{(\mathbf{19})^2}{5})}}$$

$$r = \frac{-14}{\sqrt{(\mathbf{55} - 45)(93\ - 72.2)}}$$

$$r = \frac{\mathbf{-14}}{\sqrt{(\mathbf{10})(\mathbf{20.8})}}\ r = \frac{\mathbf{-14}}{\sqrt{\mathbf{208}}}\ r = \frac{\mathbf{-14}}{\mathbf{14.422}}\text{،}\ \ r = -0.970$$

- وهي نفس النتيجة المتوصل أليها بالمعادلة الأولي لمعامل بيرسون