

تمثل مقاييس التشتت الجانب الآخر من المقاييس الإحصائية الأساسية بجانب مقاييس النزعة المركزية، حيث تستخدم تلك المقاييس في وصف البيانات والتعرف على خصائصها. كما تعمل مقاييس التشتت كجزئية مكملة ومهمة جداً بجانب مقاييس النزعة المركزية في عمليات الاستدلال الإحصائي المبنية على عملية التعامل مع البيانات. وينصب الاهتمام عند التعامل مع مقاييس التشتت حول قياس درجة الاختلاف بين القيم المختلفة للمتغير الكمي المدروس، ويتم ذلك من خلال عدة مقاييس مختلفة يهتم كل واحد منها بقياس درجة الاختلاف من زاوية مختلفة، يمثل التباين والانحراف المعياري بالإضافة إلى المدى مقاييس مختلفة لقياس تشتت المتغيرات الكمية.

## 1. المدى

هو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة كمقياس سطحي عن درجة تشتت قيم المتغير الكمي، ولكن لا يجب الأخذ بهذا المقياس والاعتماد عليه في العمليات الاستدلالية الإحصائية حيث أنه يتأثر بشدة بالقيم المتطرفة بالإضافة إلى عدم استخدامه لباقي قيم المتغير الكمي. يرمز للمدى بالرمز (R).

### 1. حساب المدى

#### 1.1 بيانات خام أو بيانات غير مبوبة

هو الفرق بين أكبر قيمة في البيانات الخام وأصغر قيمة

**مثال 01:**

أحسب المدى لكل حالة من الحالات التالية:

- الحالة الأولى: 5 8 4 2 5 6 3
- الحالة الثانية: 1 2 3 4 5 6
- الحالة الثالثة: 10 9 12 7 11 8 13 15 10 7

**الحل:**

- الحالة الأولى:  $R = 8 - 2 = 6$
- الحالة الثانية:  $R = 6 - 1 = 5$
- الحالة الثالثة:  $R = 15 - 7 = 8$

## 2.1 بيانات مبوبة

## 1.2.1 حالة عدم وجود فئات

هو الفرق بين أكبر قيمة  $X_i$  وأصغر قيمة  $X_i$ .

**مثال 02:**

البيانات التالية تمثل توزيع 30 أسرة حسب عدد الأطفال

عدد الأطفال $x_i$	5	4	3	2	المجموع
التكرارات $n_i$	5	14	8	3	30

المطلوب: أحسب المدى؟

**الحل:**

$$R = 5 - 2 = 3$$

## 2.2.1 حالة وجود فئات

المدى في حالة وجود فئات هو الفرق بين الحد الأعلى للفئة الأخيرة والحد الأدنى للفئة الأولى

**مثال 03:**

البيانات التالية تمثل أعمار 20 طفل في أحد المحلات التجارية

الفئات $x_i$	14.5 – 12.5	12.5 – 10.5	10.5 – 8.5	8.5 – 6.5	6.5 – 4.5	المجموع
التكرارات $n_i$	1	4	8	5	2	20

المطلوب: أحسب المدى؟

**الحل:**

المدى = الحد الأعلى للفئة الأخيرة – الحد الأدنى للفئة الأولى

$$R = 14.5 - 4.5 = 10$$

## II. التباين

هو عبارة عن الوسط الحسابي لمربعات الفروق بين قيم المتغير الإحصائي والوسط الحسابي ويرمز له بالرمز  $(\sigma^2)$ .

### 1. حساب التباين

#### 2.1 بيانات خام أو بيانات غير مبوبة

يحسب ب العلاقة التالية:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (xi - \bar{X})^2}{N}$$

حيث أن:

$\sum (xi - \bar{X})^2$  : حاصل جمع مربع قيم الظاهرة مطروحاً منها المتوسط الحسابي

N : عدد قيم الظاهرة

أو العلاقة التالية:

$$\sigma^2 = \frac{\sum xi^2}{N} - \bar{X}^2$$

حيث أن:

$\sum xi^2$  : مجموع مربعات قيم الظاهرة

$\bar{X}^2$  : مربع المتوسط الحسابي

**مثال 01:**

أحسب التباين لكل حالة من الحالات التالية:

- الحالة الأولى: 5 8 4 2 5 6
- الحالة الثانية: 1 2 3 4 5 6
- الحالة الثالثة: 10 8 12

الحل:

• الحالة الأولى:  $\bar{X} = 5$ 

$$s^2 = \frac{(5-5)^2 + (8-5)^2 + (4-5)^2 + (2-5)^2 + (5-5)^2 + (6-5)^2}{6}$$

$$s^2 = \frac{(0)^2 + (3)^2 + (-1)^2 + (-3)^2 + (0)^2 + (1)^2}{6}$$

$$s^2 = \frac{0+9+1+9+0+1}{6} = \frac{20}{6} = 3.33$$

أو يمكن استخدام العلاقة التالية:

$$s^2 = \frac{(5)^2 + (8)^2 + (4)^2 + (2)^2 + (5)^2 + (6)^2}{6} - (5)^2$$

$$s^2 = \frac{25+64+16+4+25+36}{6} - 25$$

$$s^2 = \frac{170}{6} - 25 = 28.33 - 25 = 3.33$$

• الحالة الثانية:  $\bar{X} = 3.5$ 

$$s^2 = \frac{(1-3.5)^2 + (2-3.5)^2 + (3-3.5)^2 + (4-3.5)^2 + (5-3.5)^2 + (6-3.5)^2}{6}$$

$$s^2 = \frac{(-2.5)^2 + (-1.5)^2 + (-0.5)^2 + (0.5)^2 + (1.5)^2 + (2.5)^2}{6}$$

$$s^2 = \frac{6.25+2.25+0.25+0.25+2.25+6.25}{6} = \frac{17.5}{6} = 2.92$$

أو يمكن استخدام العلاقة التالية:

$$s^2 = \frac{(1)^2 + (2)^2 + (3)^2 + (4)^2 + (5)^2 + (6)^2}{6} - (3.5)^2$$

$$s^2 = \frac{1+4+9+16+25+36}{6} - 12.25$$

$$s^2 = \frac{91}{6} - 12.25 = 15.17 - 12.25 = 2.92$$

• الحالة الثالثة:  $\bar{X} = 10$ 

$$\bullet s^2 = \frac{(10-10)^2 + (8-10)^2 + (12-10)^2}{3}$$

$$\bullet s^2 = \frac{(0)^2 + (-2)^2 + (2)^2}{3}$$

$$\bullet s^2 = \frac{0+4+4}{3} = \frac{8}{3} = 2.67$$

أو يمكن استخدام العلاقة التالية:

$$\bullet s^2 = \frac{(10)^2 + (8)^2 + (12)^2}{3} - (10)^2$$

$$\bullet s^2 = \frac{100+64+144}{3} - 100$$

$$\bullet s^2 = \frac{308}{3} - 100 = 102.67 - 100 = 2.67$$

## 2.2 بيانات مبوبة

## 1.2.2 حالة عدم وجود فئات

$$\sigma^2 = \frac{\sum ni(xi - \bar{X})^2}{\sum N}$$

يحسب التباين بالعلاقة التالية:  
حيث أن:

$\sum ni (xi - \bar{X})^2$  : حاصل جمع تكرارات قيم الظاهرة ضرب مربع قيم الظاهرة مطروحاً منها المتوسط الحسابي  
 $\sum N$  : مجموع التكرارات أو العينة.

$$\sigma^2 = \frac{\sum ni.xi^2}{\sum N} - \bar{X}^2$$

أو العلاقة التالية:  
حيث أن:

$\sum ni.xi^2$  : مجموع حاصل ضرب التكرارات المطلقة للظاهرة و مربعات قيم الظاهرة  
 $\bar{X}^2$  : مربع المتوسط الحسابي  
 $\sum N$  : مجموع التكرارات أو العينة.

## مثال 02:

البيانات التالية تمثل توزيع 30 أسرة حسب عدد الأطفال

عدد الأطفال $x_i$	5	4	3	2	المجموع
التكرارات $n_i$	5	14	8	3	30

المطلوب: أحسب التباين؟

## الحل:

عدد الأطفال $x_i$	5	4	3	2	المجموع
التكرارات $n_i$	5	14	8	3	30
$(x_i - \bar{X})^2$	1.69	0.09	0.49	2.89	/
$n_i (x_i - \bar{X})^2$	8.45	1.26	3.92	8.67	22.3

$$\bar{X} = 3.7$$

$$\sigma^2 = \frac{22.3}{30} = 0.74$$

أو يمكن استخدام العلاقة التالية:

المجموع	5	4	3	2	عدد الأطفال xi
30	5	14	8	3	التكرارات ni
/	25	16	9	4	xi <sup>2</sup>
433	125	224	72	12	ni . xi <sup>2</sup>

$$\bar{X} = 3.7$$

$$s^2 = \frac{433}{30} - (3.7)^2 = 14.43 - 13.69 = 0.74$$

### 2.2.1 حالة وجود فئات

يحسب التباين بالعلاقة التالية:

حيث أن:

$$s^2 = \frac{\sum ni(Ci - \bar{X})^2}{\sum N}$$

$\sum ni (Ci - \bar{X})^2$  : حاصل جمع تكرارات قيم الظاهرة ضرب مربع مراكز الفئات مطروحاً منها

المتوسط الحسابي

$\sum N$  : مجموع التكرارات أو العينة.

$$s^2 = \frac{\sum ni.Ci^2}{\sum N} - \bar{X}^2$$

أو العلاقة التالية:

حيث أن:

$\sum ni.Ci^2$  : مجموع حاصل ضرب التكرارات المطلقة للظاهرة ومربعات مراكز الفئات

$\bar{X}^2$  : مربع المتوسط الحسابي

$\sum N$  : مجموع التكرارات أو العينة.

مثال 03:

البيانات التالية تمثل أعمار 20 طفل في أحد المحلات التجارية

المجموع	14.5 – 12.5	12.5 – 10.5	10.5 – 8.5	8.5 – 6.5	6.5 – 4.5	الفئات xi
20	1	4	8	5	2	التكرارات ni

المطلوب: أحسب التباين؟

+ الحل:

المجموع	14.5 – 12.5	12.5 – 10.5	10.5 – 8.5	8.5 – 6.5	6.5 – 4.5	الفئات xi
20	1	4	8	5	2	التكرارات ni
/	13.5	11.5	9.5	7.5	5.5	Ci
	18.49	5.29	0.09	2.89	13.69	$(Ci - \bar{X})^2$
82.2	18.49	21.16	0.72	14.45	27.38	$ni(Ci - \bar{X})^2$

$$\bar{X} = 9.2$$

$$s^2 = \frac{82.2}{20} = 4.11$$

أو يمكن استخدام العلاقة التالية:

المجموع	14.5 – 12.5	12.5 – 10.5	10.5 – 8.5	8.5 – 6.5	6.5 – 4.5	الفئات xi
20	1	4	8	5	2	التكرارات ni
/	13.5	11.5	9.5	7.5	5.5	Ci
	182.25	132.25	90.25	56.25	30.25	$Ci^2$
1775	182.25	529	722	281.25	60.5	$ni.Ci^2$

$$\bar{X} = 9.2$$

$$s^2 = \frac{1775}{20} - (9.2)^2 = 88.75 - 84.64 = 4.11$$

### III. الانحراف المعياري

يعتبر من أهم مقاييس التشتت لأنه يستعمل في حساب عدة مؤشرات أخرى وهو الجذر التربيعي للتباين ويرمز له بالرمز  $(s)$ .

#### 1. حساب الانحراف المعياري

في كل الحالات نستخرج الانحراف المعياري عن طريق حساب التباين ومن ثم الجذر التربيعي له، وبحسب بالعلاقة التالية:

$$s = \sqrt{s^2}$$