

## **CHAPITRE 02: premier principe de la thermodynamique**

### **II.1. État énergétique d'un système**

Tout système possède une certaine quantité d'énergie qui peut se présenter sous différentes formes. Ainsi, l'énergie totale stockée dans un système est la somme de deux types d'énergie (énergie mécanique  $E_m$  et énergie interne  $U$ ) :

$$\mathbf{E = E_m + U}$$

Chaque type d'énergie est lié à une grandeur caractéristique particulière ; la quantité d'énergie associée peut être calculée par une formule spécifique.

L'énergie mécanique  $E_m$  d'un système est associée à son état macroscopique. C'est également la somme de deux types d'énergie, dites cinétique  $E_c$  et potentielle  $E_p$  :

$$\mathbf{E_m = E_c (v) + E_p (z)}$$

Énergie cinétique  $E_c$  : énergie relative à la vitesse du système (déplacement d'ensemble)

$$\mathbf{E_c = 1/2 m v^2}$$

Énergie potentielle  $E_p$  : relative à la position du système (dans un champ de pesanteur)

$$\mathbf{E_p = m g z}$$

### **Énergie interne**

L'énergie interne  $U$  d'un système est une grandeur macroscopique associée à l'organisation microscopique interne des molécules qui le compose.

L'énergie interne d'un système est également la somme de deux énergies, dites énergie cinétique interne (énergie relative au mouvement désordonné des molécules) et énergie potentielle d'interaction (énergie relative à la nature des liaisons intermoléculaires du corps) :

$$\mathbf{U = U_c (T) + U_p (V)}$$

L'énergie interne d'un corps dépend ainsi à la fois de sa température (agitation thermique) mais également de son volume (ou de sa forme) :

$$\mathbf{U = U (T,V)}$$

La conservation de l'énergie est un principe mathématique qui gouverne tous les phénomènes naturels connus à ce jour. Il n'a encore jamais été démenti par l'expérience.

Quelles que soient les transformations subies: **L'ÉNERGIE D'UN SYSTÈME ISOLÉ RESTE CONSTANTE.**

- Système au repos

En l'absence de mouvement, vitesse et position du système restent inchangées et l'énergie mécanique ne varie pas. La variation d'énergie du système se réduit à la seule variation de son énergie interne :

$$\Delta E_c = \Delta E_p = 0 \quad \text{d'où} \quad \mathbf{\Delta E = U_2 - U_1}$$

## II.2. Transfert d'énergie avec le milieu extérieur

L'énergie d'un système ne peut varier que s'il échange (transfert) de l'énergie avec le milieu extérieur. Ces échanges d'énergie ne peuvent s'effectuer que selon deux modalités : **travail** et **chaleur**.

### II-2.1- Transfert d'énergie sous forme de travail ( Travail des forces de pression )

a) Pour une transformation élémentaire  $\delta w = -P_{ext} dv$

Ce résultat est vrai quel que soit la forme du récipient.

$\delta W > 0$  si  $dV < 0$ , le gaz est comprimé, il reçoit de l'énergie

$\delta W < 0$  si  $dV > 0$ , le gaz est en expansion, il cède de l'énergie.

b) Pour une transformation finie

$$w = - \int_{V_i}^{V_f} P_{ext} dv \quad (\text{travail reçu par le gaz})$$

Pour calculer  $W$ , il faut connaître la fonction  $P_{ext} = f(V)$ , c'est-à-dire le chemin suivi au cours de la transformation.

c) Cas des transformations quasi-statiques

Une transformation est quasi-statique si tout état intermédiaire du système est infiniment proche d'un équilibre thermodynamique. Dans ce cas, au cours de la transformation, la pression  $P$  du fluide est parfaitement défini et  $P = P_{ext}$

- Les grandeurs d'état du système ( $P, V, T, \dots$ ) ne sont parfaitement définies que lorsque le système est à l'équilibre et non au cours de la transformation.

- Il s'agit de transformations hypothétiques que l'on ne peut atteindre qu'à la limite.

$$w = - \int_{V_i}^{V_f} P dv \quad \text{si la transformation est quasi-statique}$$

d) Quelques travaux pour des transformations classiques

Il faut connaître  $P_{ext} = f(V)$  ou  $P = f(V)$  dans le cas des transformations quasi-statiques.

- Transformation ISOCHORE:  $V = \text{cste}$

$$W=0$$

- Transformation MONOBARE  $P_{ext} = \text{cste}$

$$w = - \int_{V_i}^{V_f} P_{ext} dv = -P_{ext} (V_f - V_i)$$

- Transformation ISOBARE:  $P = \text{cste}$

Cette transformation est forcément quasi-statique pour que la pression du gaz puisse être définie au cours de la transformation.

$$w = - \int_{V_i}^{V_f} -P \, dv = -P(V_f - V_i)$$

Une transformation isobare est aussi monobare. La réciproque n'est pas vraie.

- Transformation ISOTHERME et QUASI-STATIQUE d'un gaz parfait:  $T = \text{cste}$

$$w = - \int_{V_i}^{V_f} -P \, dv \quad \text{et} \quad PV = nRT \quad \text{donc}$$

$$W = - \int_{V_i}^{V_f} P dV \quad \text{et} \quad PV = nRT \quad \text{donc} \quad W = -nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V}$$

$$W = -nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = nRT \ln\left(\frac{P_f}{P_i}\right)$$

- Transformation adiabatique et QUASI-STATIQUE  $PV^\gamma = \text{cste}$  d'un gaz parfait

$$PV^\gamma = \text{cste} \quad \text{avec} \quad \gamma = \text{cste} \neq 1.$$

$$W = \frac{1}{\gamma - 1} (P_f V_f - P_i V_i)$$

### I1-2.2.La chaleur

Le concept de chaleur est plus difficile à cerner que celui de travail.

La chaleur est un transfert d'énergie entre le système et son environnement résultant de leur différence de température.

Contrairement au travail (interaction mécanique), la chaleur ne nécessite pas de mouvement macroscopique du système.

Le transfert d'énergie résulte des collisions entre les molécules rapides de l'objet chaud (qui perdent de l'énergie) et les molécules lentes de l'objet froid (qui gagnent de l'énergie).

Nous verrons comment évaluer les transferts thermiques en utilisant les capacités thermiques.

- Cas des liquides/solides :  $\delta Q = m c \, dT \Rightarrow Q = m c \, \Delta T$
- Cas des gaz: transformation isochore:  $\delta Q = n C_v \, dT \Rightarrow Q = n C_v \, \Delta T$

Transformation isobare:  $\delta Q = n C_p \, dT \Rightarrow Q = n C_p \, \Delta T$

## • Influence de la température

La capacité thermique massique ou molaire d'un gaz peut être représentée par une formule du type :

$$C_{m,P} \text{ (ou } c_P) = a + bT + cT^2$$

La quantité de chaleur échangée par un système au cours d'une transformation isochore ou isobare est :

$$Q_V = m \int_{T_1}^{T_2} c_v(T) dT \quad \text{et} \quad Q_P = m \int_{T_1}^{T_2} c_p(T) dT$$

Valeurs de a, b et c de  $C_{m,P}$  ( $J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$ ) dans le domaine de température de 273 K à 1500 K:

La capacité thermique massique (molaire):  $c_P = \frac{C_P}{m}$  ( $C_P = \frac{C_P}{m}$ )

## .Chaleur latente de changement d'état

Les changements d'état d'un corps pur s'effectuent pour des couples  $(p, T)$  donnés. Pour le passage de l'état physique 1 à l'état physique 2, on est amené à poser :

$$\delta Q_p = L_{1 \rightarrow 2} dm \quad \text{soit} \quad Q_p = \Delta H_{\text{sys}} = mL_{1 \rightarrow 2}$$

où  $L_{1 \rightarrow 2}$  est la chaleur latente massique relative au changement d'état  $1 \rightarrow 2$

On définit aussi la chaleur latente molaire de changement d'état :  $Q_p = nL_{1 \rightarrow 2,m}$

La relation entre chaleur latente massique et chaleur latente molaire est :  $L_m = M L$

Remarque : Les chaleurs latentes sont des grandeurs algébriques. S'il faut chauffer pour vaporiser un liquide, on en déduit :  $L_{\text{vap}} > 0$ . (Le liquide doit recevoir de la chaleur du milieu extérieur). Inversement on pourra poser :  $L_{\text{liq}} = -L_{\text{vap}}$ .

## I1 3-Le premier principe de la thermodynamique

### I1 3.1. Formulation du premier principe

- L'énergie se conserve, elle ne peut être créée, ni détruite.
- Il existe une équivalence entre les diverses formes d'énergie.
- L'énergie d'un système isolé est constante :  $\Delta U_{\text{système isolé}} = 0$
- La variation de l'énergie interne d'un système fermé est égale à la somme algébrique du travail  $W$  et de la quantité de chaleur  $Q$  qu'il échange avec son environnement.

$$\Delta U = W + Q \quad dU = \delta W + \delta Q \quad U, W \text{ et } Q \text{ en joule (j)}$$

### I1 3.2. L'enthalpie

Il s'agit, au même titre que l'énergie interne  $U$ , d'une autre fonction d'état d'un système thermodynamique. Cette fonction est particulièrement intéressante dès lors que l'on a affaire à des transformations à pression "constante":

**isobares** :  $p = \text{cte}$  pendant toute la durée de la transformation et **monobares** :  $p_i = p_f$  pendant la transformation la pression peut évoluer.

Remarque : Une transformation isobare est donc une transformation monobare particulière.

On suppose que le travail  $W$  se ramène à celui des forces de pression ( $-p_e(V_f - V_i)$ )

$$\Delta U = Q_p + W \Rightarrow U_f - U_i = Q_p - p_e V_f + p_e V_i$$

$$\text{Donc } (U_f + p_e V_f) - (U_i + p_e V_i) = Q_p$$

dans ce cas  $Q_p$  ne dépend que de l'état initial et de l'état final.  $Q_p$  est égale à la somme d'une fonction d'état  $H = U + PV$ ; appelée Enthalpie soit :

$$(1) \implies Q_p = H_2 - H_1 = \Delta H \quad \text{donc } \Delta H = Q_p \quad \text{ou} \quad dH = dQ_p$$

### I1 3.4. Relation entre QV et QP

Considérons une réaction chimique entre gaz parfait, supposée totale, effectuée à la température  $T$  et symbolisée par :

$a_1 A_1 + a_2 A_2$  (réactifs)  $\longrightarrow$   $a_3 A_3 + a_4 A_4$  (Produits) avec  $a_1, a_2, a_3, a_4$  sont les coefficients stoechiométriques,  $A_1, A_2, A_3, A_4$  les constituants gazeux.

Etat initial :  $a_1$  nombre de mole de  $A_1$     Etat final:  $a_3$  nombre de mole de  $A_3$

$A_2$  nombre de mole de  $A_2$      $a_4$  nombre de mole de  $A_4$

- Réaction à volume constant :  $\Delta U = Q_v$ .

- Réaction à pression constante :  $\Delta U = -P\Delta V + Q_p$  ou bien  $Q_p = \Delta H$ .

D'après la loi de Joule, l'énergie interne d'un gaz parfait ne dépend que de la température et par conséquent :  $Q_v = -P\Delta V + Q_p$  , et pour un gaz parfait :  $PV = nRT$  d'où :

$$P\Delta V = RT \Delta n \implies Q_v = Q_p - RT \Delta n \quad , \text{ avec } \Delta n = \sum a_i \text{ produits} - \sum a_i \text{ réactifs}$$

### I1 3.5. Relation de MAYER

On a :  $H = U + PV \implies dH = dU + d(PV)$  et  $PV = nRT \implies dH = dU + nRdT$

où :  $n c_p dT = n c_v dT + nRdT$ , ( $c_v$  et  $c_p$  : chaleur molaire)  $\implies c_p - c_v = R$ ,

On définit le rapport :  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$  , appelé coefficient de Desormes.

### I1 4.1. Les coefficients calorimétriques

#### a-Choix du couple (V,T)

Soit une transformation élémentaire qui amène le système de  $(p, V, T)$  à  $(p + dp, V + dV, T + dT)$ . Si, de plus, la transformation est quasi statique, le premier principe va s'écrire :

$$\delta Q = dU + p dV$$

Exprimons  $dU$  en fonction de  $dV$  et  $dT$ , il vient :

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT$$

L'expression de l'échange de chaleur est alors :

$$\delta Q = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right) dV$$

Le premier terme indique que la chaleur augmente la température du système et le second exprime que la chaleur modifie la forme du système. On pose :

$$\delta Q = C_V dT + L_T dV$$

où  $C_V$  , qui s'exprime en  $J.K^{-1}$ , est la capacité thermique du système à volume constant

$L_T$ , qui s'exprime en  $J.m^{-3}$ , est le coefficient de dilatation isotherme.

Un cas particulier est important, celui d'une *transformation à volume constant* :

$$\delta Q = \Delta U = C_V dT$$

Pour une substance donnée, on préfère définir :

La capacité thermique massique (molaire):  $(C_P = \frac{C_P}{m} \text{ ( } C_P = \frac{C_P}{m} \text{ )}$

### b-Choix du couple $(p, T)$

Il s'agit d'utiliser maintenant une expression de  $\delta Q$  où la pression intervient.

On a été amené à poser :  $dH = \delta Q + pdV$  d'où  $\delta Q = dH - pdV$

En opérant comme ci-dessus :

$$\delta Q = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P dT + \left(\left(\frac{\partial H}{\partial V}\right)_T - P\right) dV$$

Le premier terme indique que la chaleur augmente la température du système.

Le second indique que la chaleur modifie la forme du système.

On est amené à poser :

$$\delta Q = C_P dT + K_T dP$$

où  $C_P$  est la capacité thermique du système à pression constante.

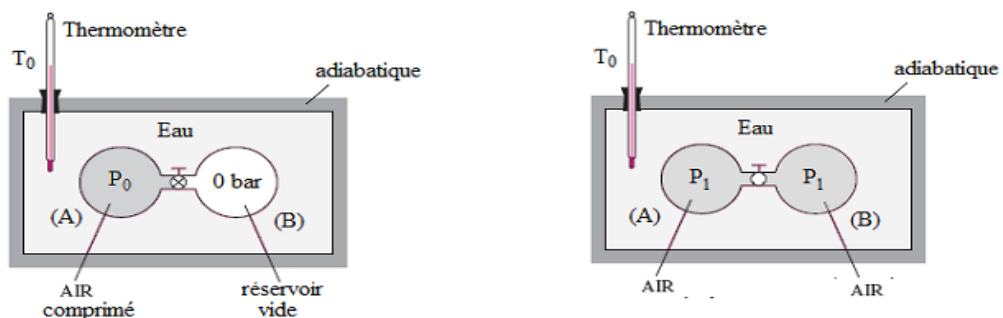
$k_T$  est le coefficient de compression isotherme.

Cette expression prend une forme importante à pression constante :  $\delta Q = C_P dT$

## II.5. APPLICATION DU 1<sup>er</sup> PRINCIPE AUX GAZ PARFAITS

### III.5. Lois de Joule

Expérience de Joule : Joule dans son expérience (Fig. 2) considère deux réservoirs (plongés dans un bain d'eau à  $T_0$ ) reliés entre eux par un robinet fermé. Dans le réservoir (A) il place une quantité d'air comprimé à  $P_0$  (gaz parfait) et dans l'autre (B) il crée le vide ( $P = 0$  bar). Lorsqu'il ouvre le robinet, l'air passe dans (B) et se détend : la pression de l'air a diminuée ( $P_1 < P_0$ ) et le volume qu'il occupe a augmenté ( $V_1 > V_0$ ).



## Figure 2 : Expérience de Joule

Joule constate que la température  $T_0$  du bain reste constante le long de l'expérience : il n'y a donc pas de chaleur échangée entre l'air et l'eau  $\delta Q=0$ . Il n'y a pas non plus de travail mis en jeu puisque rien n'est mis en mouvement, ni soulevé, ni entraîné..... et donc  $\delta W=0$  aussi. Le premier principe nous permet d'écrire :  $dU = \delta W + \delta Q = 0$

Joule conclut que l'énergie interne (d'un gaz parfait) est constante à T constante même si la pression P et le volume V varient, d'où la première loi de Joule

- **Première loi de Joule** : L'énergie interne d'un gaz parfait ne dépend que de la Température.

$$U(T) \Rightarrow dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right) dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right) dV = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right) dT$$

U est l'énergie interne massique [J/kg] .

Comme la chaleur spécifique massique à volume constant  $C_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)$  , on aura:

$$dU = C_v \cdot dT$$

**Deuxième loi de Joule** : L'enthalpie d'un gaz parfait ne dépend que de la température.

Démonstration : considérons l'enthalpie massique H [kJ/kg].

Puisque  $H=U+PV$  et  $PV=RT \Rightarrow H=U(T)+RT \Rightarrow H(T)$

$$H(T) \Rightarrow dH = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right) dT + \left(\frac{\partial H}{\partial P}\right) dP = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right) dT$$

Comme la chaleur spécifique massique à pression constante  $C_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right) dT$  , on aura:

$$dH = C_p \cdot dT$$

### 5.1.2. Transformations isobare, isochores, isotherme et adiabatique

Représentation dans un diagramme de CLAPEYRON (P , V) et calcul de W, Q, ΔU et ΔH.

#### 5.1.2.1. Transformations isobare

$$dP=0, W_{12}=-PdV$$

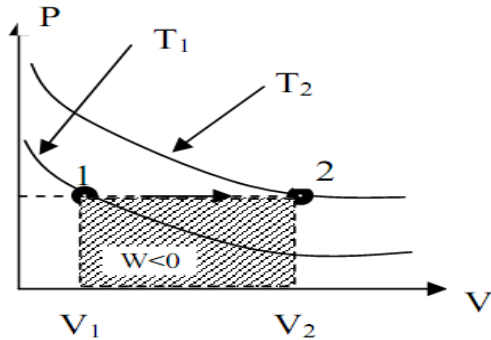
Calcul :

Etat initial ( $T_1, V_1, P_1$ ) → Etat final ( $T_2, V_2, P_2=P_1=P$ )

- $\delta W = -PdV \Rightarrow W = -\int_{V_1}^{V_2} PdV = -P(V_2 - V_1)$   $W = P(V_1 - V_2)$
- $dU = nC_v dT \Rightarrow \Delta U = nC_v \int_{T_1}^{T_2} dT \Rightarrow \Delta U = nC_v(T_2 - T_1)$



- $dH = nc_p dT \Rightarrow \Delta H = nc_p \int_{T_1}^{T_2} dT \Rightarrow \Delta H = nc_p(T_2 - T_1)$
- $Q_p = nc_p(T_2 - T_1)$



### 5.1.2.2. Transformations isochore

$$dv=0, W_{12}=0$$

Diagramme de CLAYPERON :

Etat initial  $(T_1, V_1, P_1) \rightarrow$  Etat final  $(T_2, V_2=V_1, P_2)$

Calcul :

- $\Delta U = Q_{12} + W_{12}$
- $V_1 = V_2 = \text{constante} \Rightarrow dV = 0$  ; d'où :  $W = 0$
- $\Rightarrow \Delta U = Q_{12} \dots (1)$
- $dU = nc_v dT \Rightarrow \Delta U = nc_v \int_{T_1}^{T_2} dT \Rightarrow \Delta U = nc_v(T_2 - T_1)$  avec  $c_v \neq c_v(T)$
- $dH = nc_p dT \Rightarrow \Delta H = nc_p \int_{T_1}^{T_2} dT \Rightarrow \Delta H = nc_p(T_2 - T_1)$  avec  $c_p \neq c_p(T)$
- $Q_v = \Delta U = nc_v(T_2 - T_1)$

### 5.1.2. 3. Transformations isotherme

$$T = \text{constante} \Rightarrow dT = 0$$

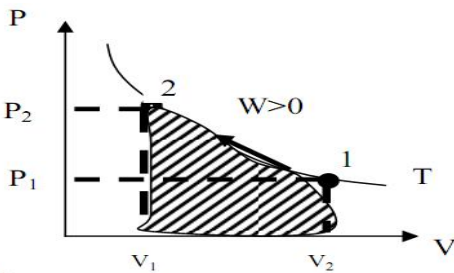
Diagramme de CLAYPERON :

Etat initial  $(T_1, V_1, P_1) \rightarrow$  Etat final  $(T = T_2 = T_1, V_2, P)$

- Soit :  $P = \text{Constante} / V$ , Heparbole

Calcul :

- $W = -\int_{V_1}^{V_2} P dV \Rightarrow -\int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} dV \Rightarrow W_{12} = -nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$   
 $\Rightarrow W_{12} = nRT \ln \frac{V_1}{V_2}$  Ou  $W_{12} = nRT \ln \frac{P_2}{P_1}$
- $\Delta U = n c_v dT \Rightarrow \Delta U = 0$  ; loi de Joule.  
 $\Delta H = n c_p dT \Rightarrow \Delta H = 0$
- $\Delta U = Q_{12} + W_{12} \Rightarrow Q_{12} = -W_{12} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$



#### 5.1.2.4. Compression adiabatique réversible

Etat initial (T1, V1, P1) → Etat final (T2, V2, P2)

- La transformation adiabatique est caractérisé par :  $\delta Q = 0$ , il en résulte :  $dU = \delta W$   
 $\Rightarrow n c_v dT = -P dV \Leftrightarrow n c_v dT + P dV = 0 \dots \dots (1)$ , On a aussi :  $c_p - c_v = R$ , et  $\gamma = c_p / c_v$  on tire :  $c_p = R + c_v$  et on remplace dans l'expression de gamma :

$$\gamma = \frac{R+c_v}{c_v} \Rightarrow \gamma = \frac{R}{c_v} + 1 \Rightarrow c_v = \frac{R}{\gamma-1} \dots \dots (2)$$

Par suite (1) et (2)  $\Rightarrow n \frac{R}{\gamma-1} dT + P dV = 0 \dots \dots (3)$  et pour un gaz parfait :  $PV = nRT$

d'où :  $d(PV) = nRdT \Leftrightarrow PdV + VdP = nRdT \dots (4)$ .

$$(3) \text{ et } (4) \Rightarrow n \frac{1}{\gamma-1} (P dV + VdP) + P dV = 0 \Rightarrow P dV + VdP + \gamma P dV - P dV = 0$$

$$\Rightarrow VdP + \gamma P dV = 0 \Leftrightarrow \frac{dP}{P} + \gamma \frac{dV}{V} = 0 \Rightarrow PV^\gamma = Cste$$

➤ **Démonstration :**

$$\int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{P} + \gamma \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = 0 \Rightarrow \int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{P} = -\gamma \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} \Rightarrow [LnP]_{P_1}^{P_2} = -\gamma [LnV]_{V_1}^{V_2} \Leftrightarrow [LnP_2 - LnP_1] = \gamma [LnV_1 - LnV_2]$$

$$Ln \frac{P_2}{P_1} = \gamma Ln \frac{V_1}{V_2} \Leftrightarrow Ln \frac{P_2}{P_1} = Ln \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma \Leftrightarrow P_2 V_2^\gamma = P_1 V_1^\gamma = PV^\gamma = Constante ; \text{ Ou bien :}$$

$$\int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{P} = -\gamma \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} \Rightarrow LnP = -\gamma LnV + Cst \Rightarrow LnP + LnV^\gamma = Cst \Rightarrow Ln(PV^\gamma) = Cst \Rightarrow PV^\gamma = Cst$$

➤ **Autre point :**

- $dU = \delta Q + \delta W$ , avec  $\delta Q = 0 \Rightarrow dU = -PdV$

$$\Rightarrow C_v dT = -nRT \frac{dV}{V} \Leftrightarrow C_v \frac{dT}{T} = (C_v - C_p) \frac{dV}{V}; \quad \text{Avec : } R = c_p - c_v \text{ et } C_p = nc_p \text{ et } C_v = nc_v$$

$$\Rightarrow C_v \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = (C_v - C_p) \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} \Rightarrow \text{Ln} \left[ \frac{T_2}{T_1} \right]^{C_v} = \text{Ln} \left[ \frac{V_2}{V_1} \right]^{C_v - C_p} \Rightarrow \left[ \frac{T_2}{T_1} \right] = \left[ \frac{V_2}{V_1} \right]^{1 - \frac{C_p}{C_v}} \Rightarrow \left[ \frac{T_2}{T_1} \right] = \left[ \frac{V_2}{V_1} \right]^{1 - \gamma}$$

$$\Leftrightarrow T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} = TV^{\gamma-1} = \text{Cst}$$

➤ **Diagramme de CLAYPERON :**

Calcul :

- $\Delta U = Q_{12} + W_{12} \Rightarrow C_v \Delta T = 0 + W_{12}$ ,  $Q_{12} = 0$
- $\Delta U = nc_v \Delta T = nc_v (T_2 - T_1)$
- $\Delta H = nc_p \Delta T = nc_p (T_2 - T_1)$

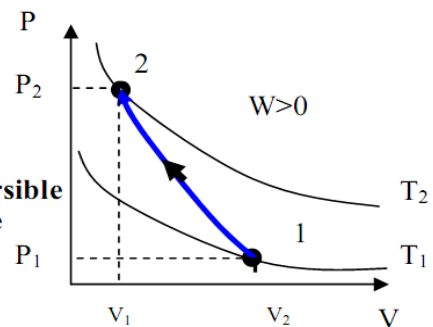
➤ **Travail d'une transformation adiabatique réversible**

**1. A partir de l'expression du premier principe**

Adiabatique :  $Q = 0 \Rightarrow W = \Delta U = nc_v (T_2 - T_1)$  et d'autre part

$$c_v = \frac{R}{\gamma - 1} \Rightarrow W = n \frac{R}{\gamma - 1} (T_2 - T_1) = \frac{1}{\gamma - 1} (nRT_2 - nRT_1)$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{\gamma - 1} (nRT_2 - nRT_1) \text{ et } PV = nRT \Rightarrow W = \frac{1}{\gamma - 1} (P_2 V_2 - P_1 V_1)$$



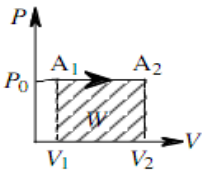
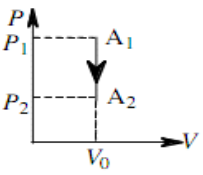
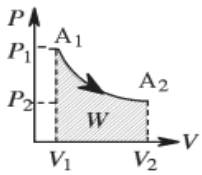
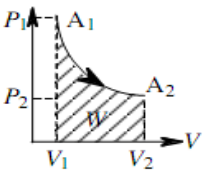
**2. A partir de l'expression intégrale**

$$W = - \int_{V_1}^{V_2} p dV \text{ et } PV^\gamma = \text{Cst} = A \Rightarrow p = \frac{A}{V^\gamma} \Rightarrow W = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{A}{V^\gamma} dV = -A \int_{V_1}^{V_2} V^{-\gamma} dV = -A \left[ \frac{1}{1-\gamma} V^{1-\gamma} \right]_{V_1}^{V_2}$$

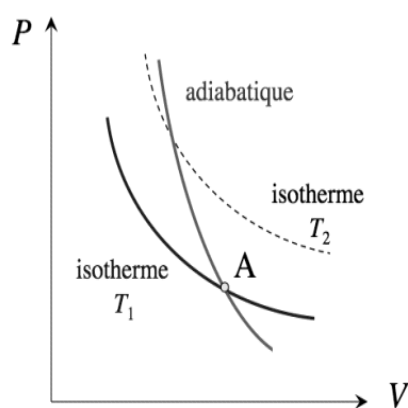
$$\Rightarrow W = - \frac{A}{1-\gamma} [V_2^{1-\gamma} - V_1^{1-\gamma}] = \frac{1}{1-\gamma} [AV_1^{1-\gamma} - AV_2^{1-\gamma}] = \frac{1}{1-\gamma} [P_1 V_1^\gamma V_1^{1-\gamma} - P_2 V_2^\gamma V_2^{1-\gamma}] \Rightarrow W = \frac{1}{1-\gamma} [P_1 V_1 - P_2 V_2]$$

$$\Rightarrow W = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{\gamma - 1}$$

## Résumé

Isobare $P_0 = \text{constante}$	Isochore $V_0 = \text{constante}$	Isotherme $T_0 = \text{constante}$	Adiabatique réversible
 $\frac{T_1}{V_1} = \frac{T_2}{V_2}$	 $\frac{T_1}{P_1} = \frac{T_2}{P_2}$	 $P_1 V_1 = P_2 V_2$	 $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$ et $P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$
$\Delta U = m c_v (T_2 - T_1)$ $\Delta H = m c_p (T_2 - T_1)$	$\Delta U = m c_v (T_2 - T_1)$ $\Delta H = m c_p (T_2 - T_1)$	$\Delta U = 0$ $\Delta H = 0$	$\Delta U = m c_v (T_2 - T_1)$ $\Delta H = m c_p (T_2 - T_1)$
$W = -P_0 (V_2 - V_1)$ ou $W = -nR (T_2 - T_1)$  $Q = \Delta H$	$W = 0$  $Q = \Delta U$	$W = P_1 V_1 \ln \frac{P_2}{P_1}$ ou $W = nRT_0 \ln \frac{V_1}{V_2}$  $Q = -W$	$W = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{\gamma - 1}$ ou $W = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_2 - T_1)$ ou $W = \Delta U$  $Q = 0$

- $\Delta U_{\text{cycle}} = \Delta H_{\text{cycle}} = 0$
- $Q_{\text{cycle}} = \sum Q = -W_{\text{cycle}}$
- $\frac{\Delta U}{\Delta H} = \gamma$



### • Comparaison des pentes isotherme / adiabatique

Une évolution isotherme suit une loi :

$$PV = c^{\text{te}} \quad \text{soit} \quad \frac{dP}{P} + \frac{dV}{V} = 0$$

La pente de l'isotherme est :  $\frac{dP}{dV} = -\frac{P}{V}$

Une évolution adiabatique suit une loi :

$$PV^\gamma = c^{\text{te}} \quad \text{soit} \quad \frac{dP}{P} + \gamma \frac{dV}{V} = 0$$

La pente de l'adiabatique est :  $\frac{dP}{dV} = -\gamma \frac{P}{V}$

Comme  $\gamma > 1$ , en un point quelconque A d'un diagramme  $P(V)$ , la pente associée à une transformation adiabatique est **toujours supérieure** à celle associée à une transformation isotherme.