Université de M'sila

Faculté de technologie ***SOCLE COMMUN***

Corrigé du contrôle de Phys.02 (2018/2019)

Questions de cours(09pts)

1°- *L'électrisation se fait par:*

- *Contact*
- *Influence* 0.5
- *Frottement*

2°- *les expressions reliant le champ et le potentiel :*

- $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}(V)$ $\vec{E}$ *est le champ* V *est le potentiel* 0.5
- $\Delta V = -\int \vec{E} \circ d\vec{l}$ $d\vec{l}$ **:** *est le déplacement élémentaire* 0.5

3°- *Les lignes de champ sont orthogonales aux surfaces équipotentielles* 0.5

4°- *Les propriétés d'un conducteur en équilibre électrostatique* :

- *Le champ électrique à l'intérieur du conducteur est nul* : $\vec{E} = 0$ 0.5
- *Les charges sont distribuées en surface* 0.5
- *Le module du champ électrique au voisinage du conducteur est* : $E = \sigma/\varepsilon_0$ 0.5
- *La direction du champ est toujours perpendiculaire à la surface du conducteur* :

  $\vec{E} = (\sigma/\varepsilon_0)\vec{n}$ $\vec{n}$ **:** *est la normale à la surface* 0.5
- *Le volume du conducteur est un volume équipotentiel* 0.5
- *Les charges sont concentrées plus sur la surface de forte courbure* 0.5

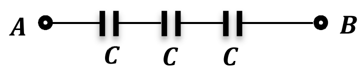
5°- *Le système représente un condensateur plan.* 0.5

6°- *Le rapport* $\frac{Q}{V}$ *pour un conducteur en équilibre électrostatique est :*

la capacité propre. 0.5

7°-

- Les interrupteurs S_1 et S_2 ouverts



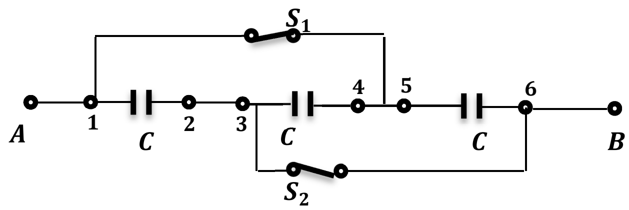
0.5

Les 3 condensateurs sont en séries :

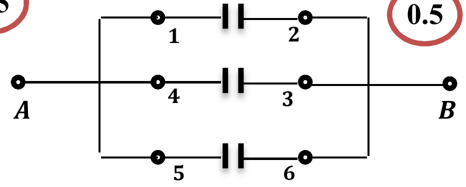
$1/C_{eq} = \sum_1^n 1/C_i$ 0.5 $\Rightarrow \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{C}$ $\Rightarrow$ $C_{eq} = \frac{1}{3}C$ 0.5

- les interrupteurs S_1 et S_2 fermés

  On voit que les pôles 1-4-5 sont au même potentiel et les pôles 2-3-6 sont au même potentiel $\Rightarrow$ les 3 condensateurs sont en parallèles.



- $C_{eq} = \sum_1^n C_i$ 0.5 $\Rightarrow$ $C_{eq} = C + C + C$ $\Rightarrow$ $C_{eq} = 3C$ 0.5



0.5

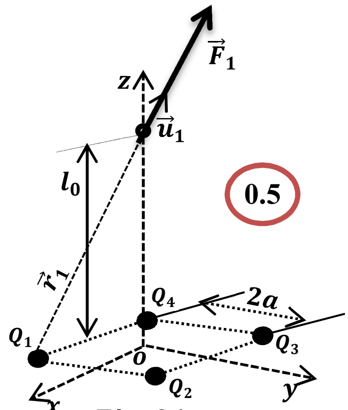
Exercice 01 (06pts)

Les coordonnées des positions des charges sont :

$Q_1(a; -a; 0)$ $Q_2(a; a; 0)$ $Q_3(-a; a; 0)$ $Q_4(-a; -a; 0)$

$Q_0(0; 0; l_0)$ 0.5

Pour calculer l'effort du au quatre charges $Q_1; Q_2: Q_3$ et Q_4 sur la charge Q_0 , on applique la loi de Coulomb pour les charges prisent deux à deux c.à.d. $(Q_1; Q_0)$, $(Q_2; Q_0)$, $(Q_3; Q_0)$ et $(Q_4; Q_0)$ ensuite on applique le principe de superposition.



$Fig. 01$

0.5

- $(Q_1; Q_0)$

$$\vec{F}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1Q_0}{r_1^2}\vec{u}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1Q_0}{r_1^3}\vec{r}_1 \quad \text{car} \quad \vec{u}_1 = \frac{\vec{r}_1}{r_1}$$

$\vec{F}_1$: Force de répulsion $(Q_1 > 0; Q_0 > 0)$

$\vec{r}_1$: Vecteur position relative entre Q_1 et Q_0

$$\vec{r}_1 = (x_0 - x_1)\vec{\imath} + (y_0 - y_1)\vec{\jmath} + (z_0 - z_1)\vec{k} = -a\vec{\imath} + a\vec{\jmath} + l_0\vec{k}$$

$$|\vec{r}_1| = r_1 = \sqrt{a^2 + a^2 + l_0^2} = \sqrt{2a^2 + l_0^2}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1Q_0}{(2a^2+l_0^2)^{3/2}}\left(-a\vec{\imath} + a\vec{\jmath} + l_0\vec{k}\right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{QQ_0}{(2a^2+l_0^2)^{3/2}}\left(-a\vec{\imath} + a\vec{\jmath} + l_0\vec{k}\right)$$

1

- $(Q_2; Q_0)$

$$\vec{F}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_2Q_0}{r_2^2}\vec{u}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_2Q_0}{r_2^3}\vec{r}_2 \quad \text{car} \quad \vec{u}_2 = \frac{\vec{r}_2}{r_2}$$

$\vec{F}_2$: Force de répulsion $(Q_2 > 0; Q_0 > 0)$

$\vec{r}_2$: Vecteur position relative entre Q_2 et Q_0

$$\vec{r}_2 = (x_0 - x_2)\vec{\imath} + (y_0 - y_2)\vec{\jmath} + (z_0 - z_2)\vec{k} = -a\vec{\imath} - a\vec{\jmath} + l_0\vec{k}$$

$$|\vec{r}_2| = r_2 = \sqrt{a^2 + a^2 + l_0^2} = \sqrt{2a^2 + l_0^2}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_2Q_0}{(2a^2+l_0^2)^{3/2}}\left(-a\vec{\imath} + a\vec{\jmath} + l_0\vec{k}\right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{QQ_0}{(2a^2+l_0^2)^{3/2}}\left(-a\vec{\imath} - a\vec{\jmath} + l_0\vec{k}\right)$$

1

- $(Q_3; Q_0)$

$$\vec{F}_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_3Q_0}{r_3^2}\vec{u}_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_3Q_0}{r_3^3}\vec{r}_3 \qquad \text{car} \quad \vec{u}_3 = \frac{\vec{r}_3}{r_3}$$

$\vec{F}_3$: Force de répulsion $(Q_3 > 0; Q_0 > 0)$

$\vec{r}_3$: Vecteur position relative entre Q_3 et Q_0

$$\vec{r}_3 = (x_0 - x_3)\vec{i} + (y_0 - y_3)\vec{j} + (z_0 - z_3)\vec{k} = a\vec{i} - a\vec{j} + l_0\vec{k}$$

$$|\vec{r}_3| = r_3 = \sqrt{a^2 + a^2 + l_0^2} = \sqrt{2a^2 + l_0^2}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_3Q_0}{(2a^2+l_0^2)^{3/2}}\left(-a\vec{i} + a\vec{j} + l_0\vec{k}\right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{QQ_0}{(2a^2+l_0^2)^{3/2}}\left(a\vec{i} - a\vec{j} + l_0\vec{k}\right)$$

1

- $(Q_4; Q_0)$

$$\vec{F}_4 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_4Q_0}{r_4^2}\vec{u}_4 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_4Q_0}{r_4^3}\vec{r}_4 \qquad \text{car} \quad \vec{u}_4 = \frac{\vec{r}_4}{r_4}$$

$\vec{F}_4$: Force de répulsion $(Q_4 > 0; Q_0 > 0)$

$\vec{r}_4$: Vecteur position relative entre Q_4 et Q_0

$$\vec{r}_4 = (x_0 - x_4)\vec{i} + (y_0 - y_4)\vec{j} + (z_0 - z_4)\vec{k} = a\vec{i} + a\vec{j} + l_0\vec{k}$$

$$|\vec{r}_4| = r_4 = \sqrt{a^2 + a^2 + l_0^2} = \sqrt{2a^2 + l_0^2}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_4 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_4Q_0}{(2a^2+l_0^2)^{3/2}}\left(a\vec{i} + a\vec{j} + l_0\vec{k}\right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{QQ_0}{(2a^2+l_0^2)^{3/2}}\left(a\vec{i} + a\vec{j} + l_0\vec{k}\right)$$

1

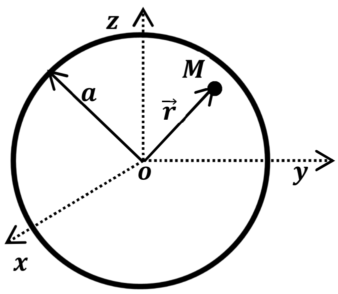
La force totale est donnée par le principe de superposition

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{QQ_0}{(2a^2+l_0^2)^{3/2}}4l_0\vec{k} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\vec{F} = \frac{l_0}{\pi\epsilon_0}\frac{QQ_0}{(2a^2+l_0^2)^{3/2}}\vec{k}}$$

La relation entre le champ et la force nous permet de déduire l'expression du champ

$$\vec{F} = Q_0\vec{E} \qquad \Rightarrow \qquad \vec{F} = Q_0\frac{l_0}{\pi\epsilon_0}\frac{Q\vec{k}}{(2a^2+l_0^2)^{3/2}} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\vec{E} = \frac{l_0}{\pi\epsilon_0}\frac{Q}{(2a^2+l_0^2)^{3/2}}\vec{k}}$$ 1

<u>Exercice 02 (05pts)</u>



1°- <u>Calcul du champ électrostatique</u> :

On divise l'espace en deux régions, l'intérieur de la sphère $|\vec{OM}| = |\vec{r}| < a$ et l'extérieur de cette sphère $|\vec{OM}| = |\vec{r}| > a$. 0.5

<u>1er Cas :</u> $r < a$

Puisque la sphère et conductrice, on se sert des propriétés des conducteurs en équilibre électrostatique

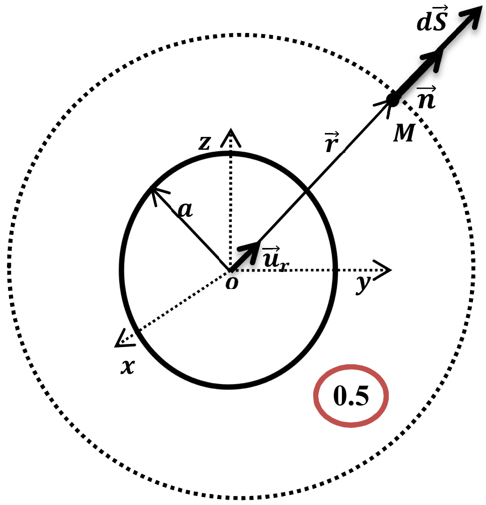
- Le champ à l'intérieur d'un conducteur est nul : $\boxed{\vec{E} = 0}$ 0.5

- Les charges sont réparties en surface

  D'après le théorème de GAUSS : $\phi = \oiint \vec{E} \circ d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$ 1

  Puisque la charge à l'intérieure est nulle $\Rightarrow Q_{int} = 0$ Ce qui donne $\vec{E} = 0$

2eme Cas : $r > a$



Puisque la charge est de symétrie sphérique, la surface de Gauss adéquate est une sphère.

D'après le théorème de GAUSS : $\phi = \oiint \vec{E} \circ d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$ 0.5

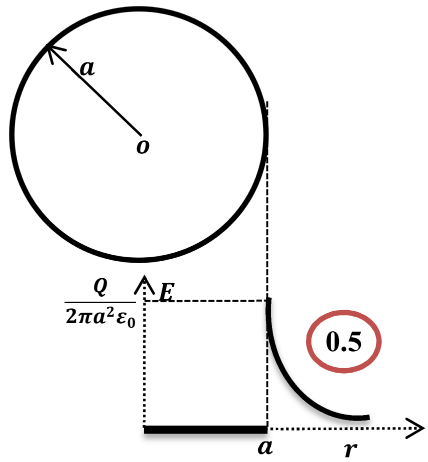
La surface de Gauss est une sphère :

- Le champ est radial : $\vec{E} = E\vec{u}_r$ et uniforme sur la surface de GAUSS
- Le vecteur surface $d\vec{S}$ est normale à la surface de GAUSS. $d\vec{S} = dS\vec{n}$
- De plus $\vec{u}_r \equiv \vec{n}$

$$\oiint \vec{E} \circ d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} = \oiint EdS = E\oiint dS = ES = E(4\pi r^2) = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

Puisque la charge interne à la surface de GAUSS est la charge totale de la sphère : $Q_{int} = 2Q$

$$\Rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{2Q}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{Q}{2\pi r^2 \varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{E} = \frac{Q}{2\pi r^2 \varepsilon_0}\vec{u}_r}$$ 0.5



1°- Déduction du potentiel électrique :

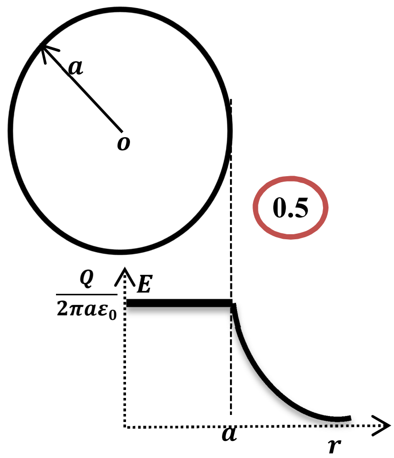
Sachant la relation entre le potentiel électrique V et le champ E : $\int_A^B dV = -\int_A^B \vec{E} \circ d\vec{l}$

Cas : $r > a$ $\quad \int_\infty^r dV = -\int_\infty^r \vec{E} \circ d\vec{l}$ 0.5

En coordonnées sphériques : $d\vec{l} = dr\vec{u}_r + rd\theta\vec{u}_\theta + r\sin^2\theta d\varphi\vec{u}_\varphi$

$$\Rightarrow \int_\infty^r dV = -\int_\infty^r Edr = -\int_\infty^r \frac{Q}{2\pi r^2 \varepsilon_0}dr \quad \Rightarrow \quad V(r) - V(\infty) = \frac{Q}{2\pi r \varepsilon_0}\Big|_\infty^r$$

On prend $V(\infty) \to 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{V(r) = \frac{Q}{2\pi r \varepsilon_0}}$ 0.5



Cas : $r > a$ $\quad$ Puisque $\vec{E} = 0$

$$\Rightarrow V(r) = Const = V(a) \quad \Rightarrow \quad \boxed{V(a) = \frac{Q}{2\pi r \varepsilon_0}}$$ 0.5